

アルゴリズム, 応用グラフ理論, グラフ描画

西関 隆夫

東北大学 大学院情報科学研究科

自己紹介

- 1969 東北大学工学部通信工学科
「PCMパルス波形, FFT」
-
- 1971 同 電気及通信工学修士修了
「集中定数回路網合成に関する研究」
-
- 1974 同 博士修了
「回路網接続の位相幾何学的研究」
-
- 1974 同 工学部通信工学科 助手
グラフ理論, アルゴリズム
-
- 1976 同 助教授
線形時間アルゴリズム、グラフ描画、VLSIレイアウト
-
- 1977-78 Carnegie-Mellon 大学数学科客員研究員
-
- 1988 東北大学工学部通信工学科 教授
-
- 1993 同 情報科学研究科 教授
-
- 2005 同 副研究科長、教育研究評議員



Takao Nishizeki



Takao Nishizeki ([Publication: 166](#) [Citation: 536](#)) [HomePage](#)

Aoba-yama 05 , Sendai 980-8579 , Japan

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University, Aoba-yama 05, Sendai 980-8579, Japan

Permanent Link to This Page: <http://libra.msra.cn/AuthorDetail.aspx?name=takao+nishizeki>

Papers

Research Activities

Citations

Order By:

Top Co-Authors:

- [Xiao Zhou](#)[49]
- [Shin-ichi Nakano](#)[31]
- [Md. Saidur Rahman](#) [23]
- [Kazuyuki Miura](#)[17]
- [Nobuji A. Saito](#)[17]
- [Hitoshi Suzuki](#)[16]
- [Norishige Chiba](#)[12]
- [Takaaki Mizuki](#)[8]
- [Takehiro Ito](#)[6]
- [Hiroki Shizuya](#)[5]
- [Yoshiyuki Kusakari](#)[5]
- [Shuji Isobe](#)[4]
- [Jun-ya Takahashi](#)[4]
- [Machiko Azuma](#)[4]
- [Abul Kashem](#)[4]
- [Ito Takehiro](#)[4]

[A Linear Algorithm for Embedding Planar Graphs Using PQ-Trees\(1985\)](#) ([citation:84](#))

[Norishige Chiba](#) [Takao Nishizeki](#) [Shigenobu Abe](#) [Takao Ozawa](#)
 Journal: Journal of Computer and System Sciences - JCSS
[Live Search](#)

[Secret sharing scheme realizing general access structure\(1987\)](#) ([citation:68](#))

[M. Ito](#) [A. Saito](#) [T. Nishizeki](#)
[Live Search](#)


[Arboricity and Subgraph Listing Algorithms\(1985\)](#) ([citation:51](#))

[Norishige Chiba](#) [Takao Nishizeki](#)
 Journal: SIAM Journal on Computing - SIAMCOMP
[Live Search](#)

[Planar graphs: theory and algorithms\(1988\)](#) ([citation:25](#))


[T. Nishizeki](#) [N. Chiba](#)
[Live Search](#)

- [T. Nishizeki](#)
- [Abul Kashem](#)[4]
- [Ito Takehiro](#)[4]
- [Tetsuo Asano](#)[3]
- [Toshihide Ibaraki](#)[3]
- [Takeshi Tokuyama](#)[3]
- [Noritsugu Egi](#)[3]

 [T. Nishizeki](#) [N. Chiba](#)


[Live Search](#)

 **[Algorithms for Routing around a Rectangle\(1992\)](#)** (citation:21)

 [Andr??s Frank](#) [Takao Nishizeki](#) [Nobuji Saito](#) [Hitoshi Suzuki](#)

Journal: Discrete Applied Mathematics - DAM

[Live Search](#)

 **[Linear-time computability of combinatorial problems on series-parallel graphs\(1982\)](#)**
(citation:21)

 [K. Takamizawa](#) [Takao Nishizeki](#) [Nobuji Saito](#)

Journal: Journal of the ACM - JACM

[Live Search](#)

 **[Linear algorithms for convex drawings of planar graphs\(1984\)](#)** (citation:21)

 [N. Chiba](#) [T. Yamanouchi](#) [T. Nishizeki](#)

[Live Search](#)

 **[Drawing Plane Graphs Nicely\(1985\)](#)** (citation:20)

 [Norishige Chiba](#) [Kazunori Onoguchi](#) [Takao Nishizeki](#)

Journal: Acta Informatica - ACTA

[Live Search](#)

 **[Drawing planar graphs nicely\(1985\)](#)** (citation:16)

 [N. Chiba](#) [K. Onoguchi](#) [T. Nishizeki](#)

[Live Search](#)

 **[An Efficient Algorithm for Finding Multicommodity Flows in Planar Networks\(1985\)](#)**
(citation:13)

 [Kazuhiko Matsumoto](#) [Takao Nishizeki](#) [Nobuji Saito](#)

Journal: SIAM Journal on Computing - SIAMCOMP

[Live Search](#)



Takao Nishizeki



Takao Nishizeki (Publication: 166 Citation: 536) [HomePage](#)

Aoba-yama 05 , Sendai 980-8579 , Japan

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University, Aoba-yama 05, Sendai 980-8579, Japan

Permanent Link to This Page: <http://libra.msra.cn/AuthorDetail.aspx?name=takao+nishizeki>

Papers

Research Activities

Citations

Top Co-Authors:

- [Xiao Zhou](#)[49]
- [Shin-ichi Nakano](#)[31]
- [Md. Saidur Rahman](#)[23]
- [Kazuyuki Miura](#)[17]
- [Nobuji A. Saito](#)[17]
- [Hitoshi Suzuki](#)[16]
- [Norishige Chiba](#)[12]
- [Takaaki Mizuki](#)[8]
- [Takehiro Ito](#)[6]
- [Hiroki Shizuya](#)[5]
- [Yoshiyuki Kusakari](#)[5]
- [Shuji Isobe](#)[4]
- [Jun-ya Takahashi](#)[4]
- [Machiko Azuma](#)[4]
- [Abul Kashem](#)[4]
- [Ito Takehiro](#)[4]
- [Tetsuo Asano](#)[3]
- [Toshihide Ibaraki](#)[3]

Year = 2000

- [<connected partial k trees, clique width>](#) **As Ordinary Member**

[Members](#) & [Papers](#) in this group

- [<drawings of orthogonal, box rectangular, graph embedding>](#) **As Ordinary Member**

[Members](#) & [Papers](#) in this group

Year = 1995

- [<vertex, stochastic, routing, communication, theory>](#) **As Ordinary Member**

[Members](#) & [Papers](#) in this group

- [<partitioning of unstructured, partitioning problems, algorithm for matrix>](#) **As Ordinary Member**

[Members](#) & [Papers](#) in this group



Papers

Authors

Conferences

Journals

Academic Search

Communities

Takao Nishizeki



Advanced Search

Search Results: 1 - 20 of top 43, totally 43 (0 seconds)

2000<drawings of orthogonal,box rectangular,graph embedding> (Papers)

Core Member

• **Roberto Tamassia**

Providence , R. I. 02912--1910
Brown Univ., Providence, RI

Active Member

• **Giuseppe Di Battista**

Via della Vasca Navale 84 , 00146 Ioma , Italy
Dipartimento di Informatica ed Automazione, Università di Roma Tre, Roma, Italy

• **Petra Mutzel**

Pohligstraße 1 , 5000 Köln 51 , Germany
Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken

• **Giuseppe Liotta**

Providence , Rhode Island 02912
Dipartimento di Ingegneria Elettronica e dell'Informazione, Università degli Studi di Perugia, Via
Duranti, 06125 Perugia, Italy

• **Ioannis G. Tollis**

Richardson , TX 75083-0688

Ordinary Member

- **Luca Vismara**

Providence , Rhode Island 02912
Department of Computer Science; Brown University

- **Carsten Gutwenger**

2000
Max-Planck-Institut f? Informatik, Im Stadtwald, 66123 Saarbr?ken, Germany

- **Gunnar W. Klau**

Group , Stuhlsatzenhausweg 85 , D-66123 Saarbr ?cken , Germany;
Algorithms and Data Structures Group, Institute of Computer Graphics and Algorithms, Vienna
University of Technology, University

- **Francesco Vargiu**

Providence , Rhode Island 02912
Department of Computer Science; Brown University

- **Markus Eiglsperger**

Wilhelm-Schickard-Institut f? Informatik, Universit? T?ingen, Sand 13, D-72076 T?ingen, Germany

- **Walter Didimo**

Via della Vasca Navale 79 , 00146 Roma , Italy.
Dipartimento di Ingegneria Elettronica e dell'Informazione, Universit? di Perugia, Via G. Duranti 93,
06125 Perugia, Italy

- **Michael Kaufmann**

ETH Zrich , Switzerland; Swiss Bank Corporation , IT-Camp Basel , Switzerland
Fachbereich 10, Informatik, Universit? des Saarlandes, 6600 Saarbr?ken, West Germany

- **Ashim Garg**

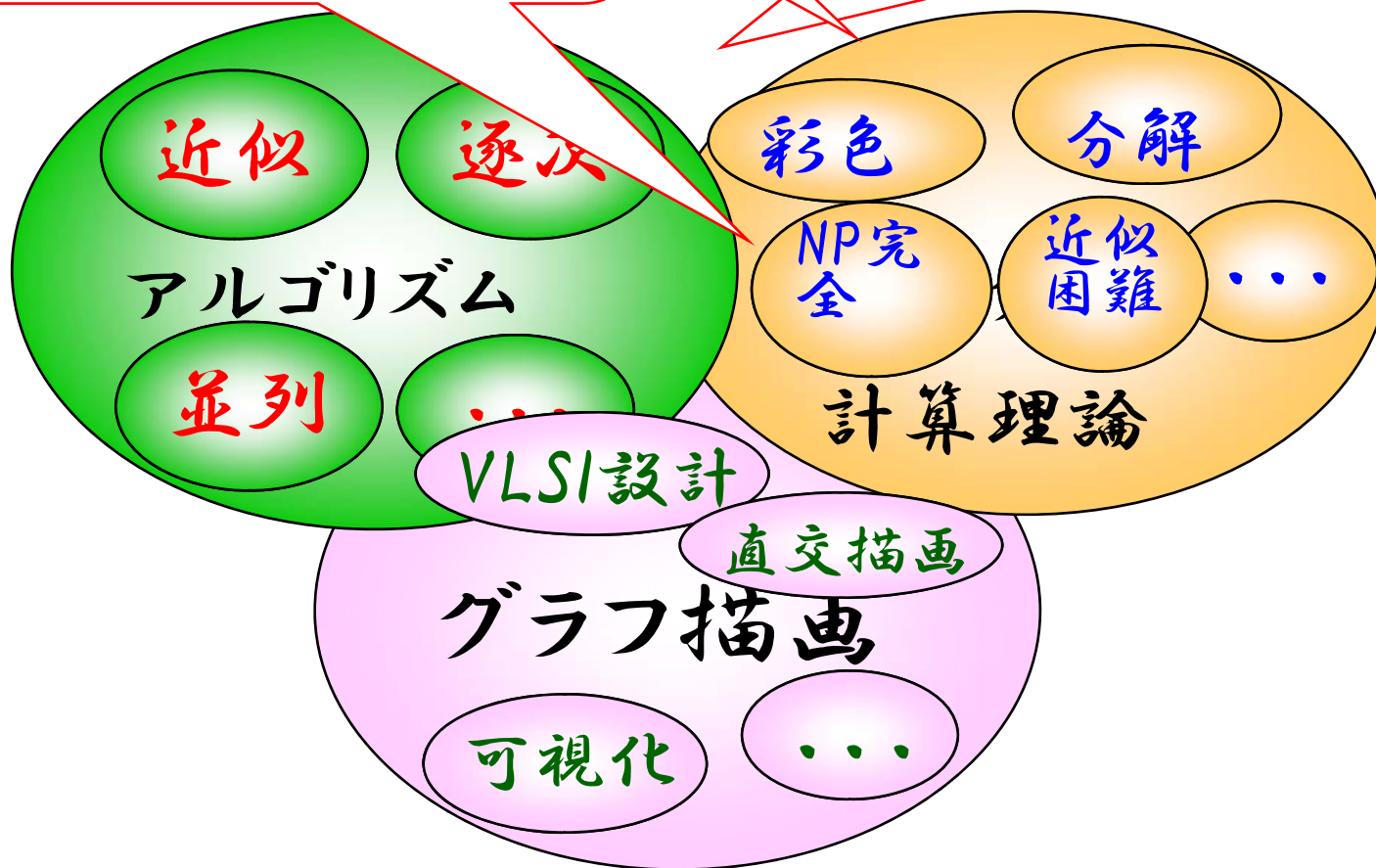
Providence , RI 02912--1910 , USA
Dept. of Computer Science, Brown University, Providence, RI

- **Takao Nishizeki**

Aoba-yama 05 , Sendai 980-8579 , Japan
Graduate School of Information Sciences, Tohoku University, Aoba-yama 05, Sendai 980-8579,

辺素な道問題や
グラフ分割問題

様々な問題に対し効
率のよい



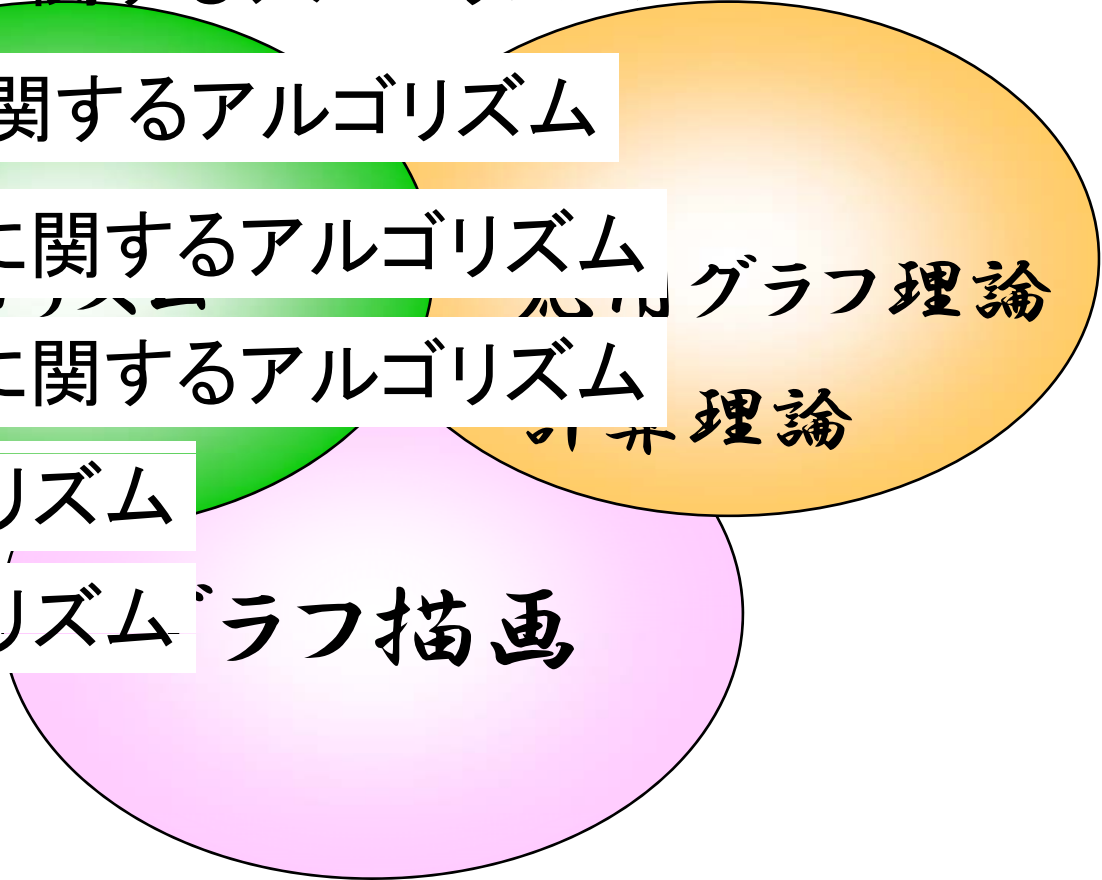
発表の流れ

▶ 研究内容の概要

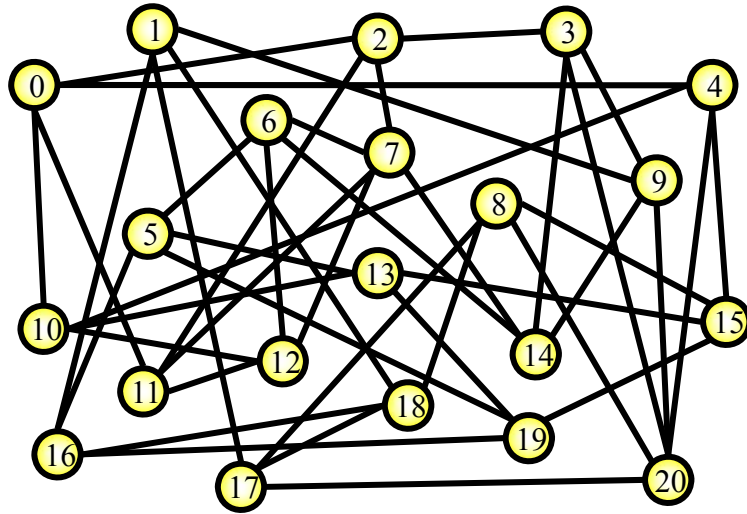
▶ 主な研究テーマの紹介

▶ 今後の研究課題

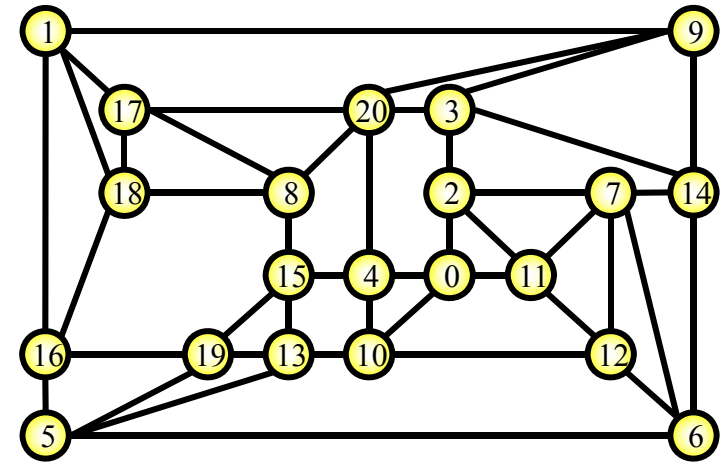
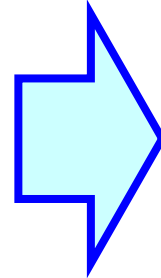
- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
- ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム
- ▶ 辺素な道に関するアルゴリズム
- ▶ グラフ描画に関するアルゴリズム
- ▶ グラフ分割に関するアルゴリズム
- ▶ 並列アルゴリズム
- ▶ 近似アルゴリズム



平面グラフ



グラフ



平面描画

平面埋め込み, 描画, 5点彩色, 辺素な道, 多重フロー, ハミルトン閉路問題等に対する**線形時間アルゴリズム**

PQ-tree, JCSS, '85

ANNALS
OF
DISCRETE
MATHEMATICS

32

MONOGRAPH

**Planar Graphs:
Theory
and Algorithms**

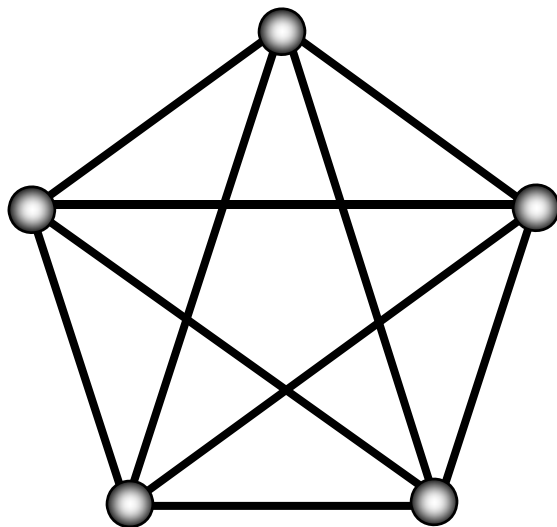
T. NISHIZEKI
N. CHIBA



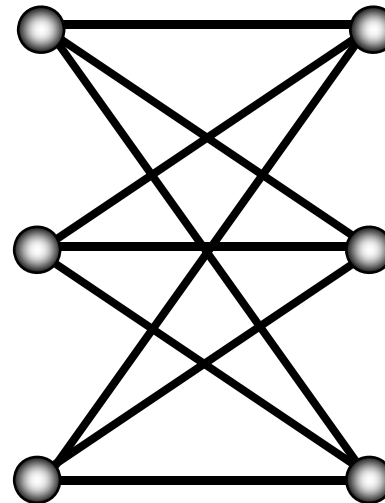
NORTH-HOLLAND

Kuratowskiの定理

平面グラフ \longleftrightarrow $K_5, K_{3,3}$ を含まない



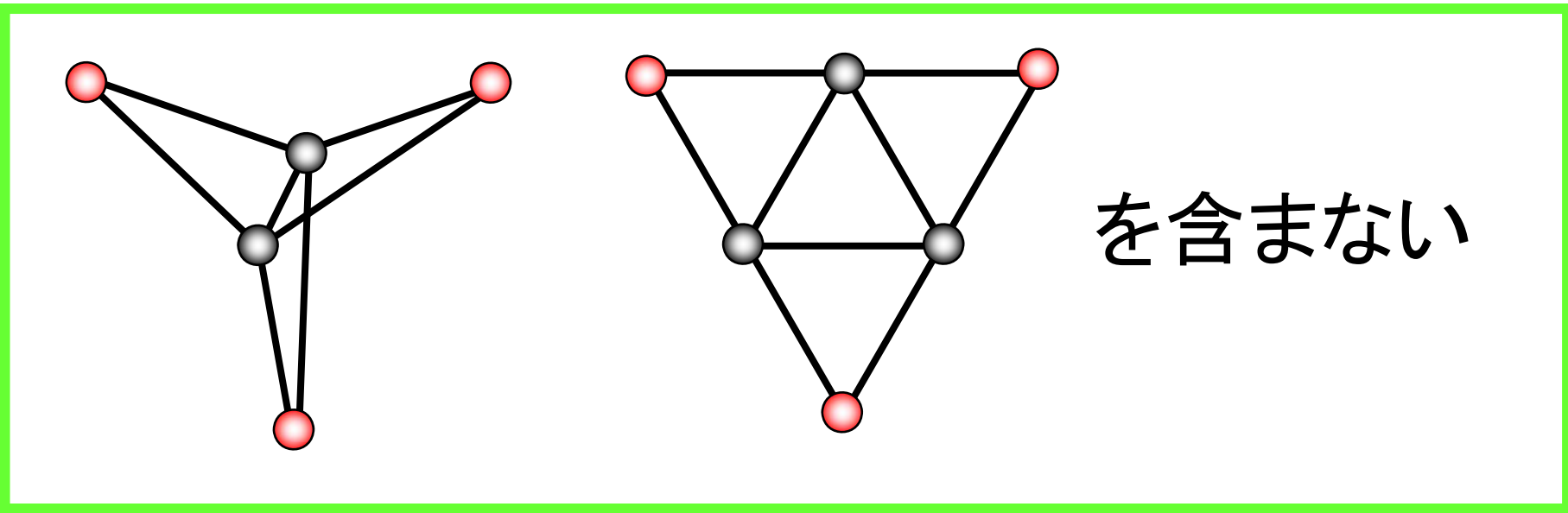
K_5

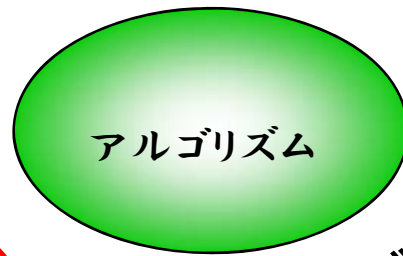


$K_{3,3}$

博士論文

3端子直並列縦続グラフ





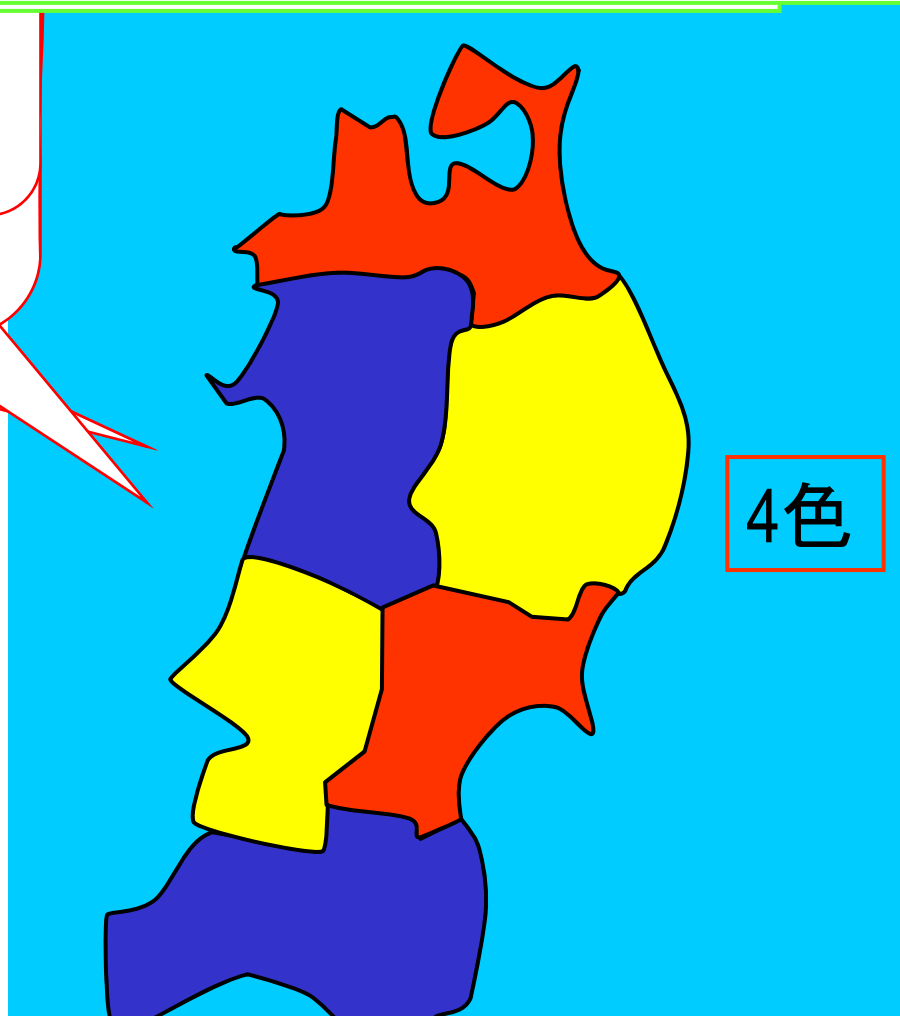
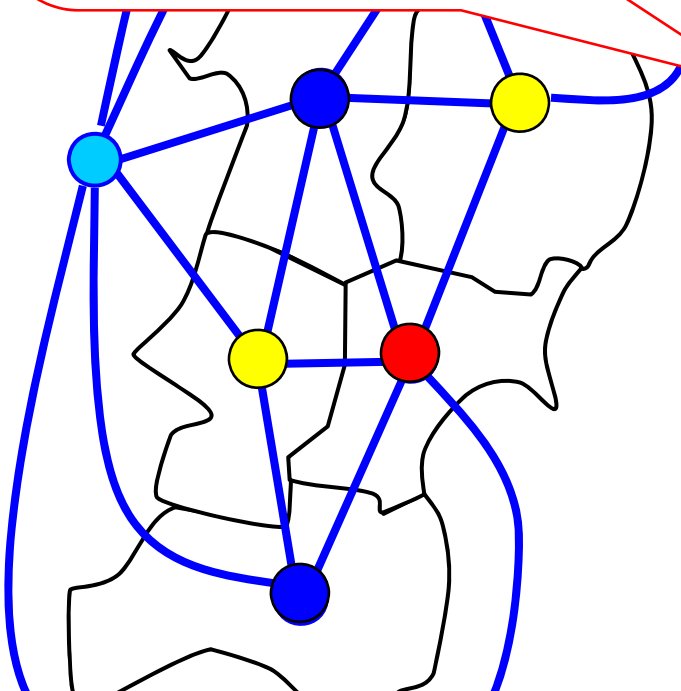
- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
- ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム

県や海の色を
に対応させる

グラフの点を最小色数で彩色すれば、
最小色数の地図彩色が得られる。

東北の地図は海も含めて4色で彩色できる。

になる。

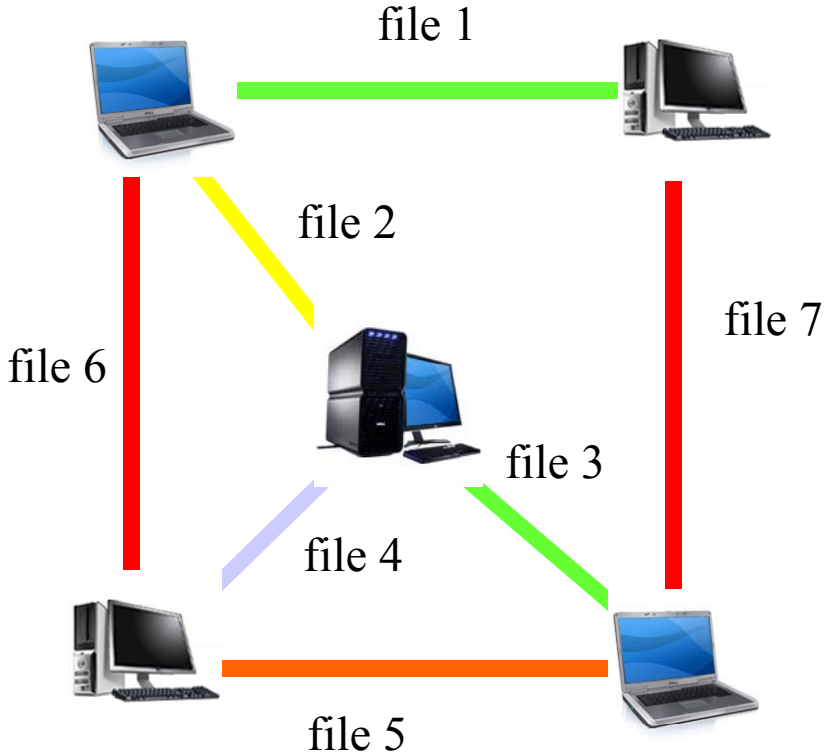
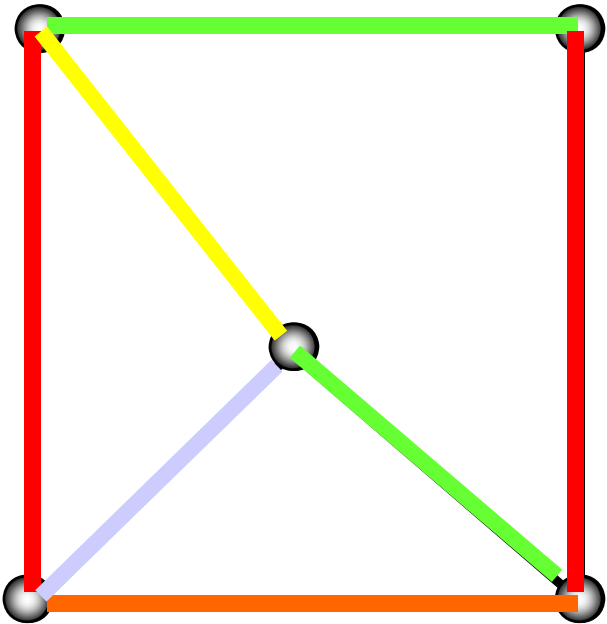


線形5-点彩色アルゴリズム[J. Algorithms 1981]

辺彩色

時間帯： 1時間目 2時間目 3時間目 4時間目 5時間目

5色



辺彩色

色数

=

ファイル転送問題

ファイル転送時間

アルゴリズム

- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
- ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム

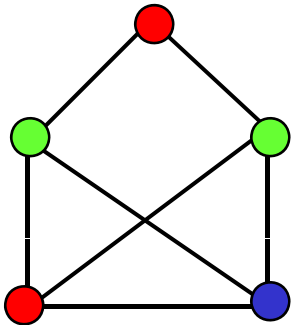
点彩色

辺彩色

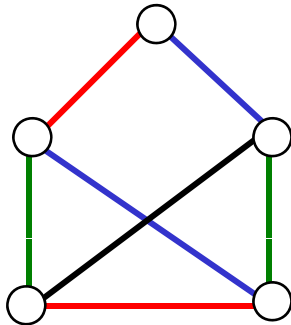
全彩色

多重彩色

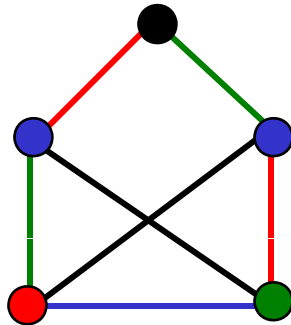
リスト彩色



点彩色



辺彩色

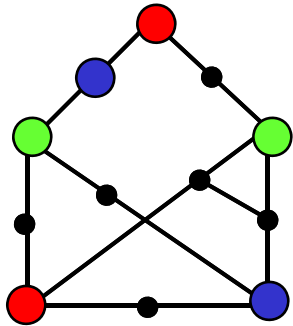


全彩色

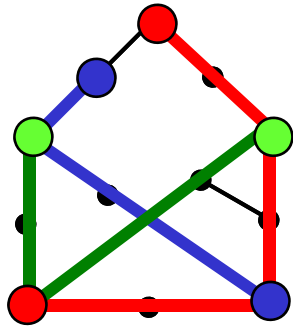


アルゴリズム

- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
- ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム
- ▶ 辺素な道に関するアルゴリズム



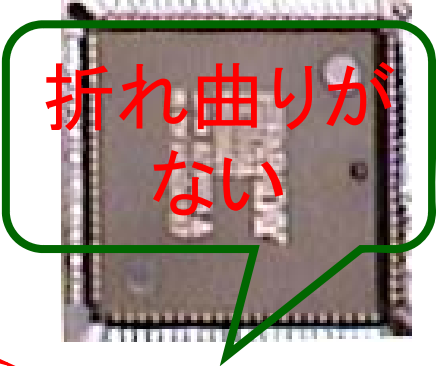
入力



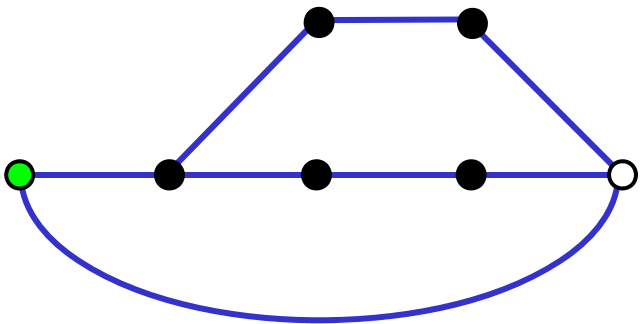
出力

折れ曲りが**最小な**直交描画を見つける**線形時間**アルゴリズムを与えた。

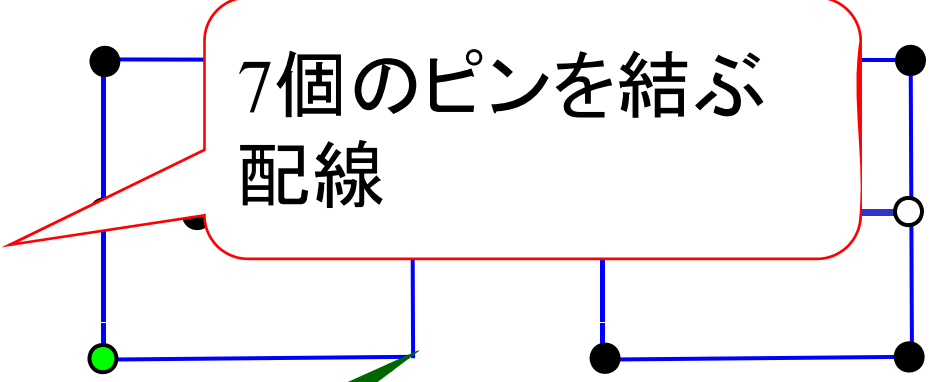
VLSI 配線



▶ **グラフ描画**に関するアルゴリズム



平面グラフ



7個のピンを結ぶ配線

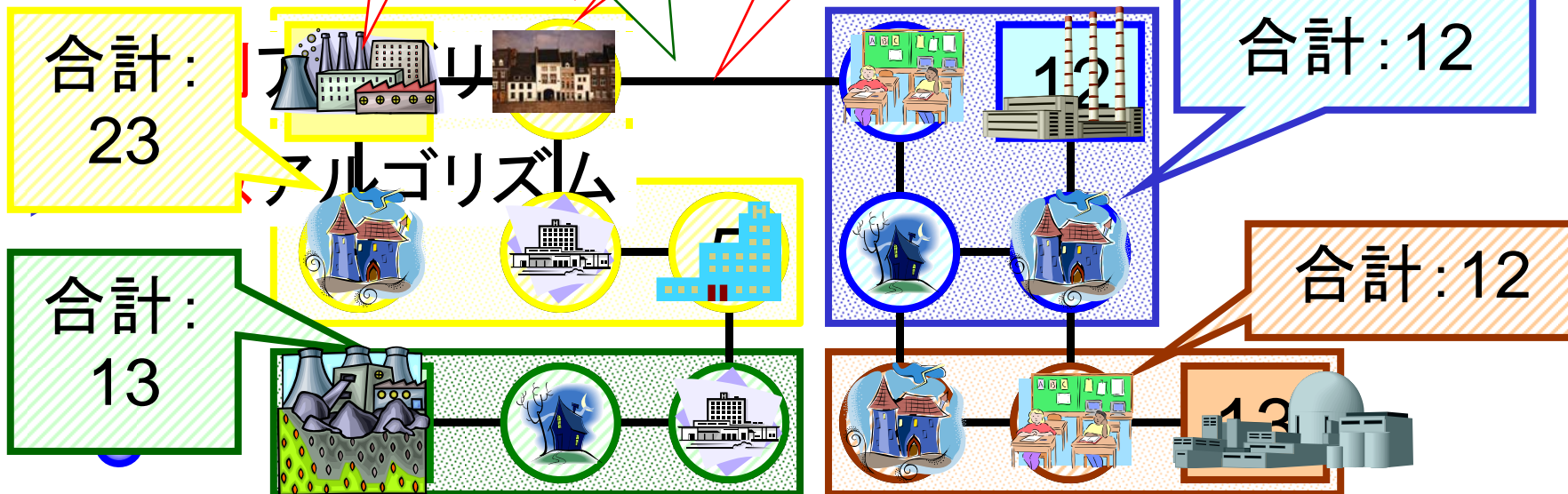
直交描画

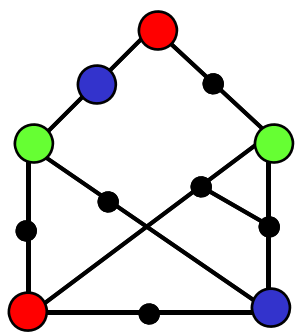
折れ曲り

電力網の配電計画を求める**アルゴリズム**を与えた。

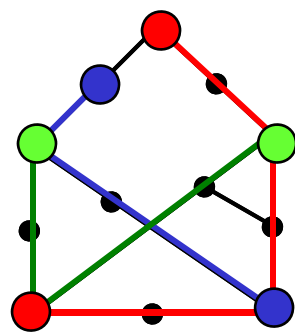
送電線のスイッチを**閉**したり、**開**いたりして、このグラフをいくつかの**連結成分**に**分割**します。

- ▶ 辺探索アルゴリズム
- ▶ グラフ分割アルゴリズム
- ▶ **グラフ分割に関するアルゴリズム**

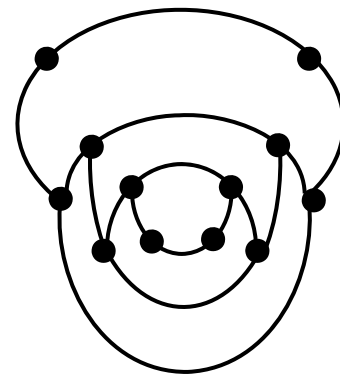




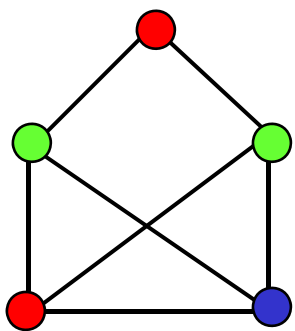
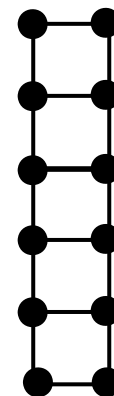
入力



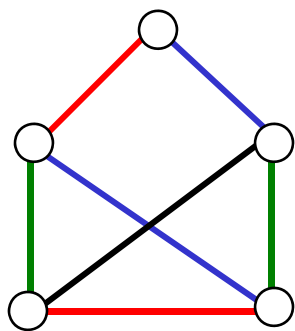
出力



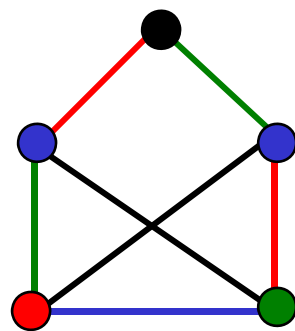
描画



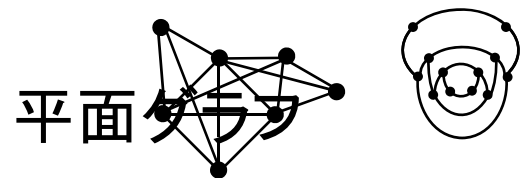
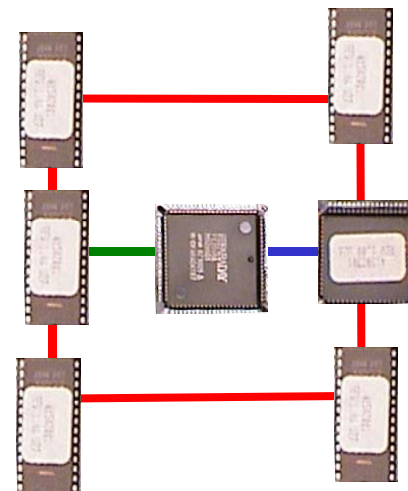
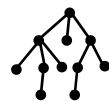
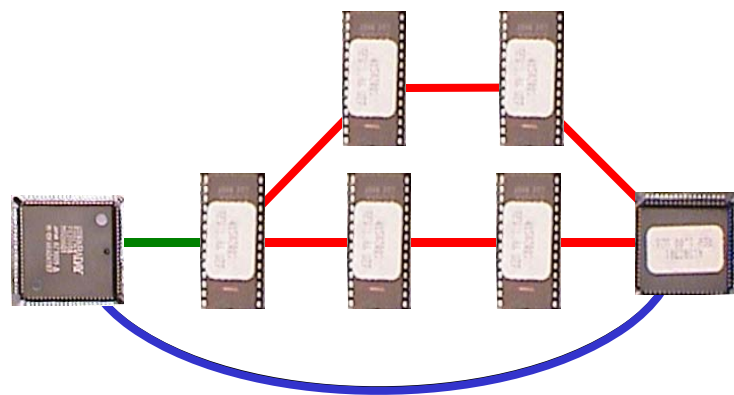
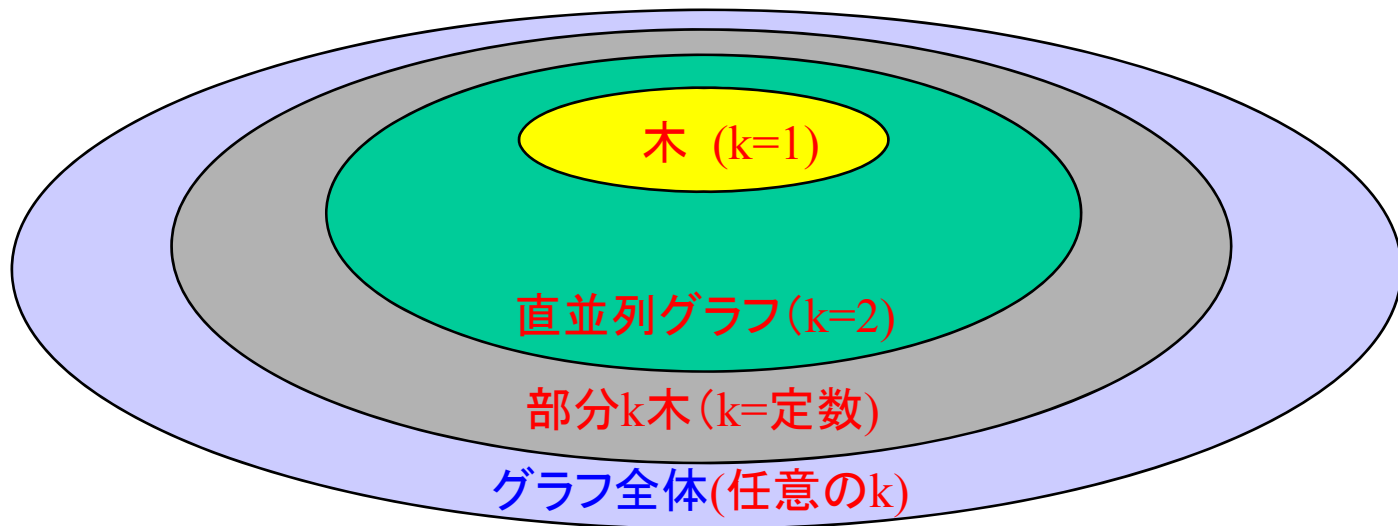
点彩色



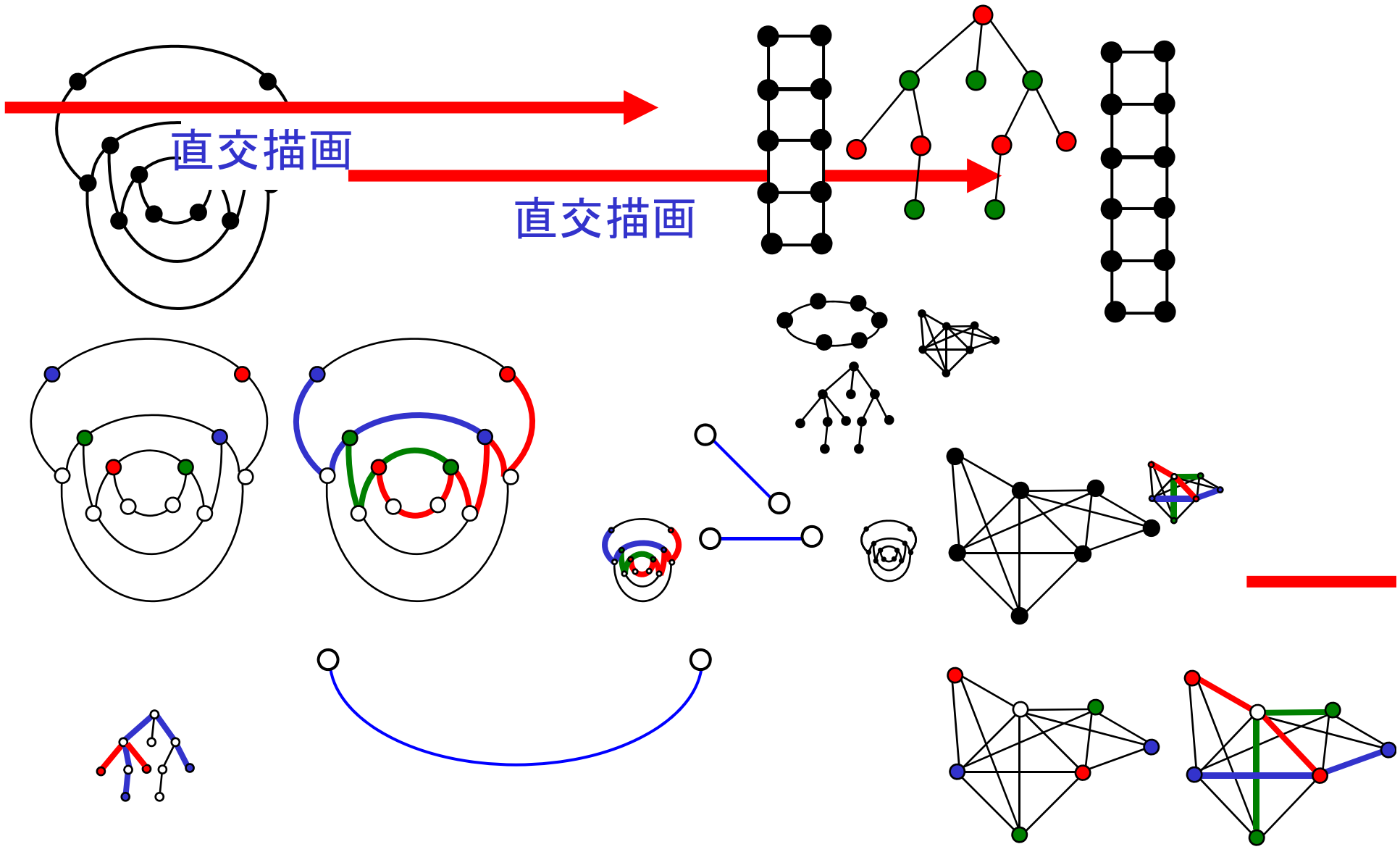
辺彩色

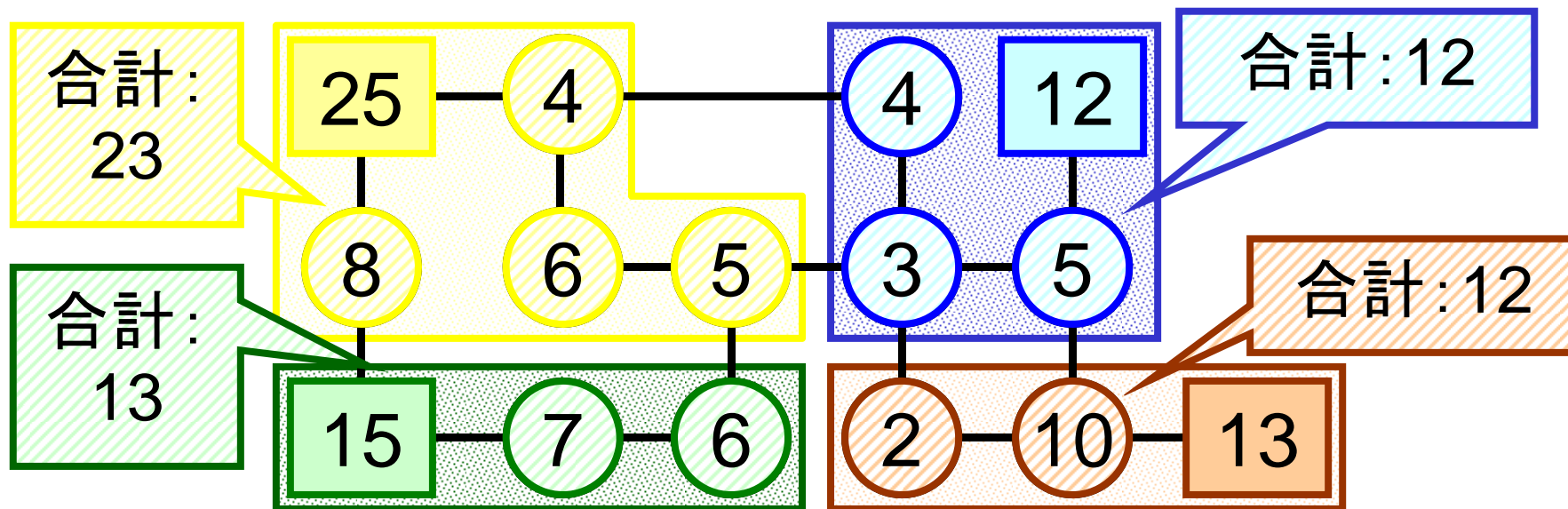
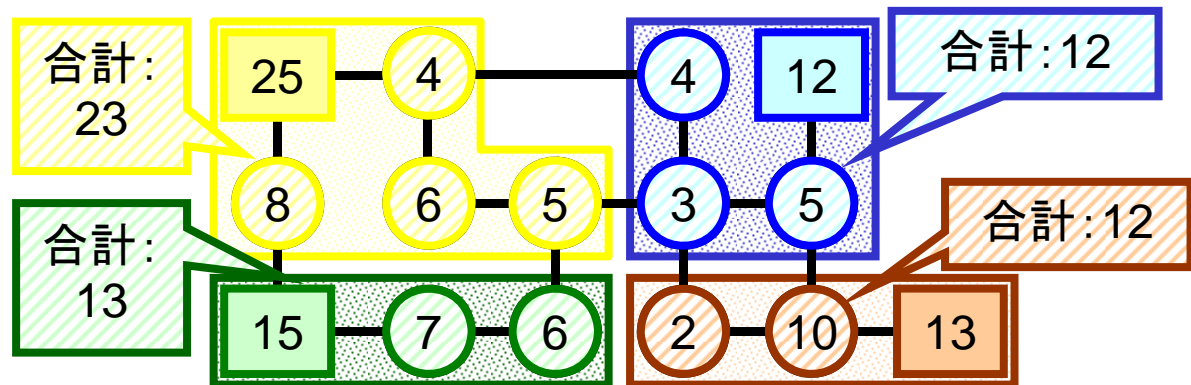


全彩色

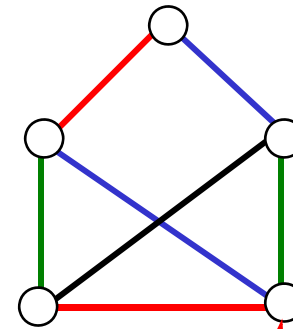


描画





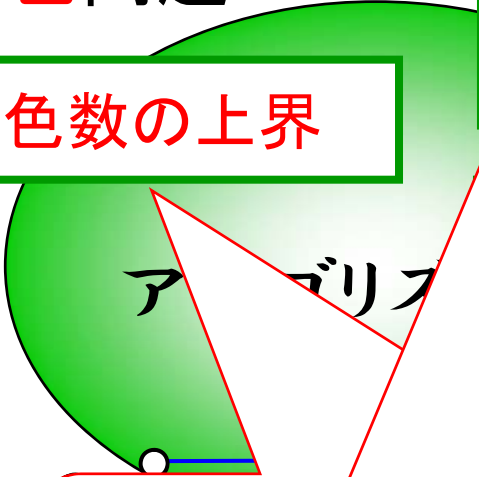
辺彩色



最大次数
 $\Delta = 3$

▶ 彩色問題

最小色数の上界

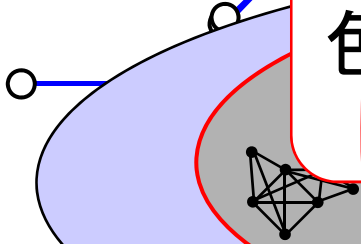


— グラフに対し、 $\Delta + 1$ の色
— 彩色可能 [Vizing 1965]

— 直並列グラフ ($k=2$) や 部分 k 木 (k 端子):
— $2k$ であるならば
— Δ で辺彩色可

一般のグラフを辺彩色するには、最大次数 Δ 以上の色がどうしても必要です。

彩色
とに



部分 k 木 ($k=$ 定数)

グラフ全体 (任意の k)

$\Delta = 3$ 端子直並列グラフ

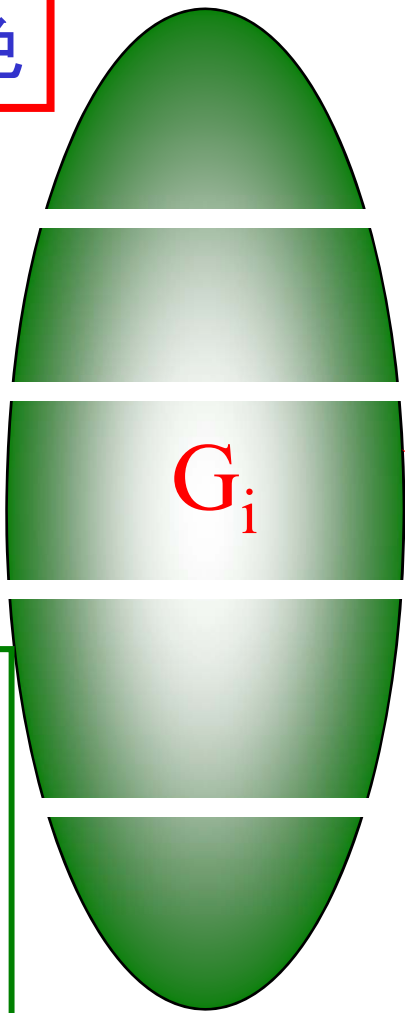
分解

辺彩色

$$2k \leq$$

$$\Delta(G_i)$$

$$\leq 3k$$



$$\sum_i \Delta(G_i) = \Delta(G)$$

最大
次数 Δ
が大きい
とき

辺集合をいくつかの部分集合に分解する。

部分k木G

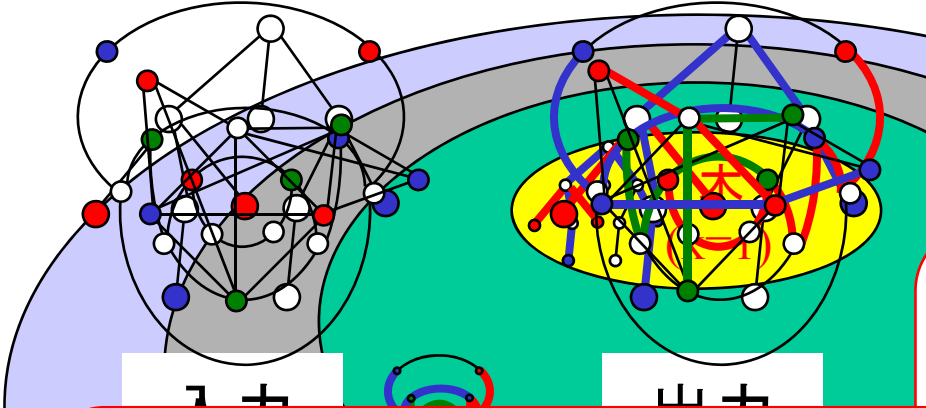
応用グラフ理論
計算理論

既知
木($k=1$):
多項式時間で解ける

▶ 彩色問題

▶ 辺素な道問題

研究成果
直並列グラフ($k=2$): NP-完全



木に対し多項式時間で解けて、直並列グラフに対しNP困難である自然な問題はいままで知られていなかった

部
木
同じ色の

応用グラフ理論
(計算量理論)



彩色問題



辺素な道問題

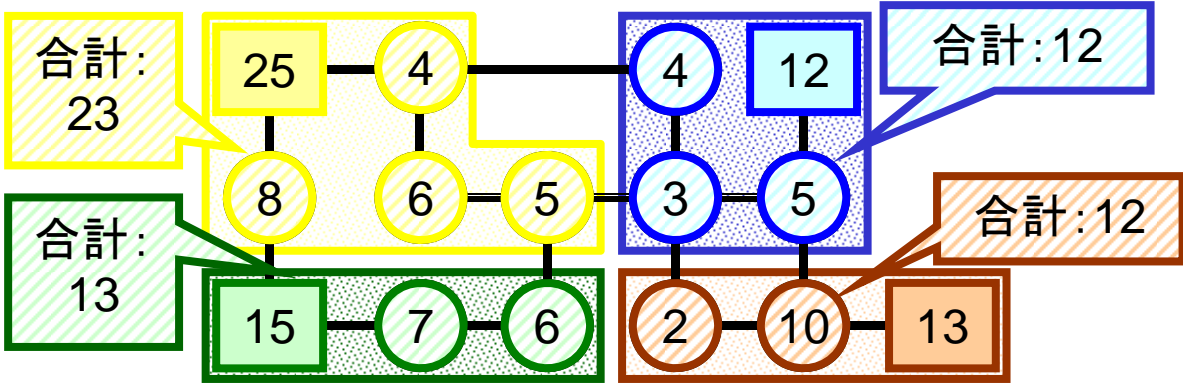


グラフ分割問題

研究成果

木: NP困難
近似可能(FPTAS)

一般グラフ
近似困難
極めてよい近似
アルゴリズム

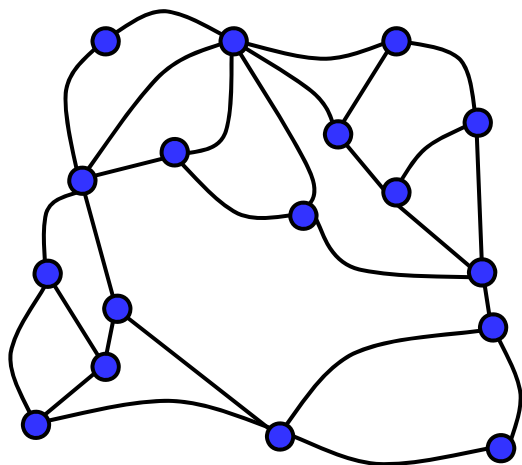


P=NPでない限り,
近似アルゴリズムすら存在しそ
うもない

グラフ描画

グラフをできるだけ“見やすく”描画したい

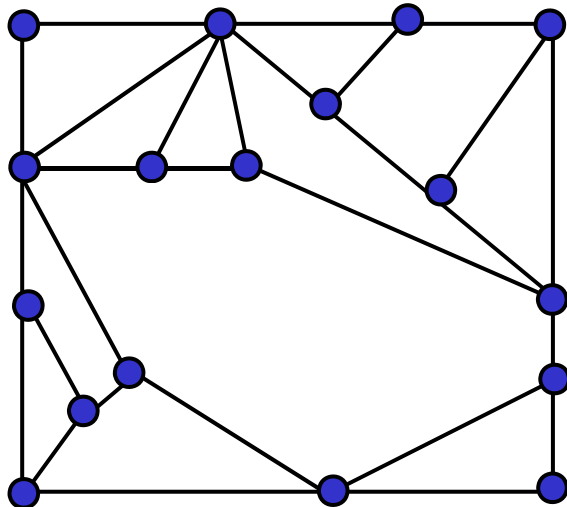
応用により要求される
“見やすさ”が異なる



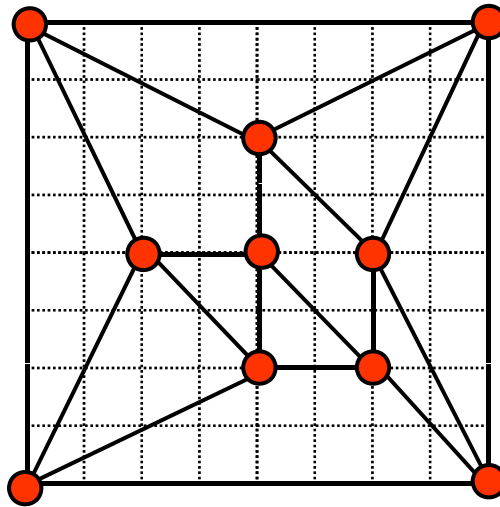
様々な描画法



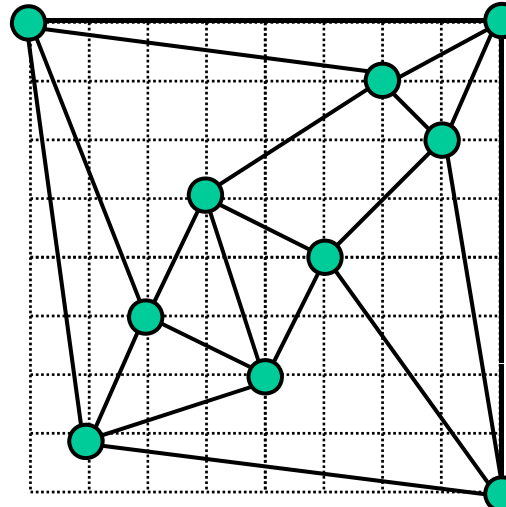
凸描画



格子凸描画

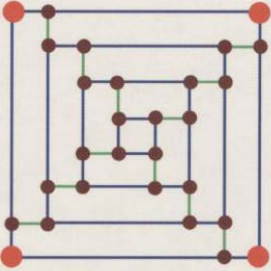


矩形勢力描画



etc...

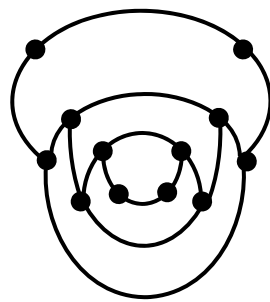
Lecture Notes Series on Computing – Vol. 12



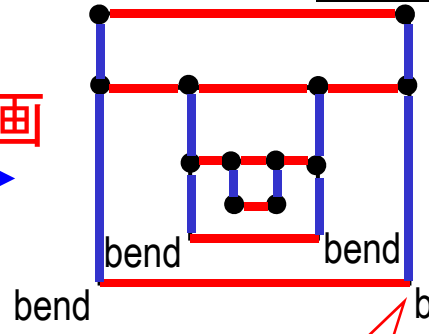
PLANAR GRAPH
DRAWING

Takao Nishizeki
Md. Saidur Rahman

研究内容の概要



直交描画

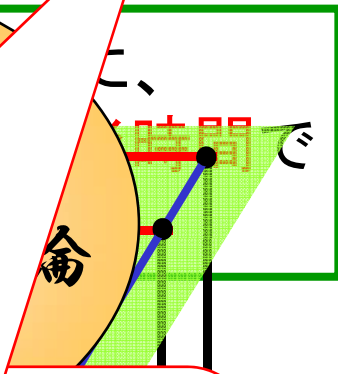


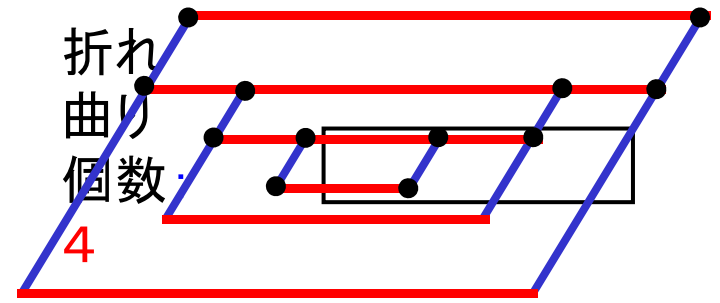
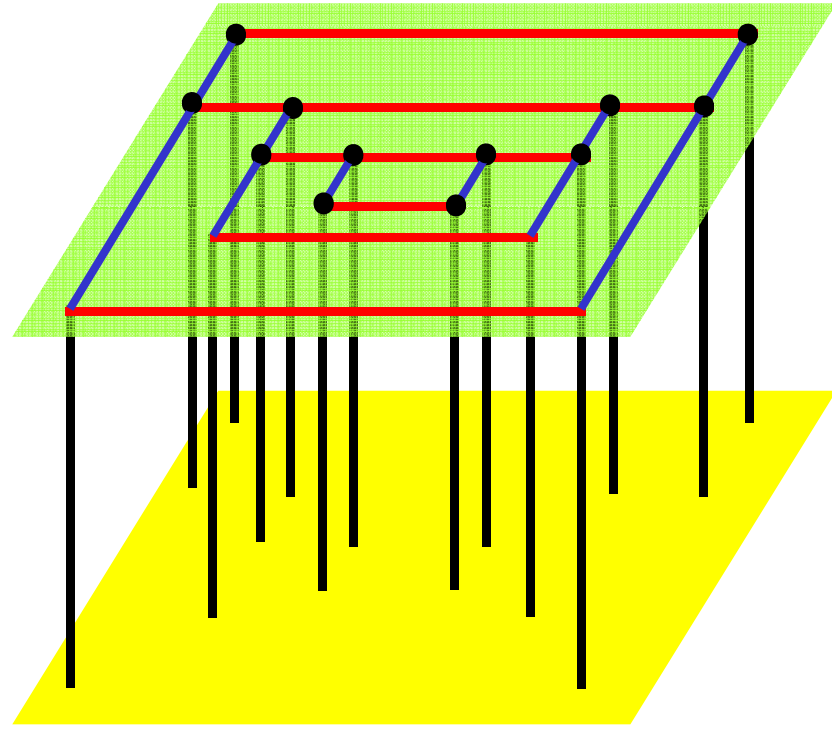
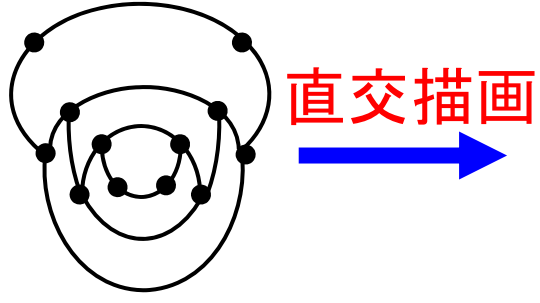
折れ
曲り
個数：
4

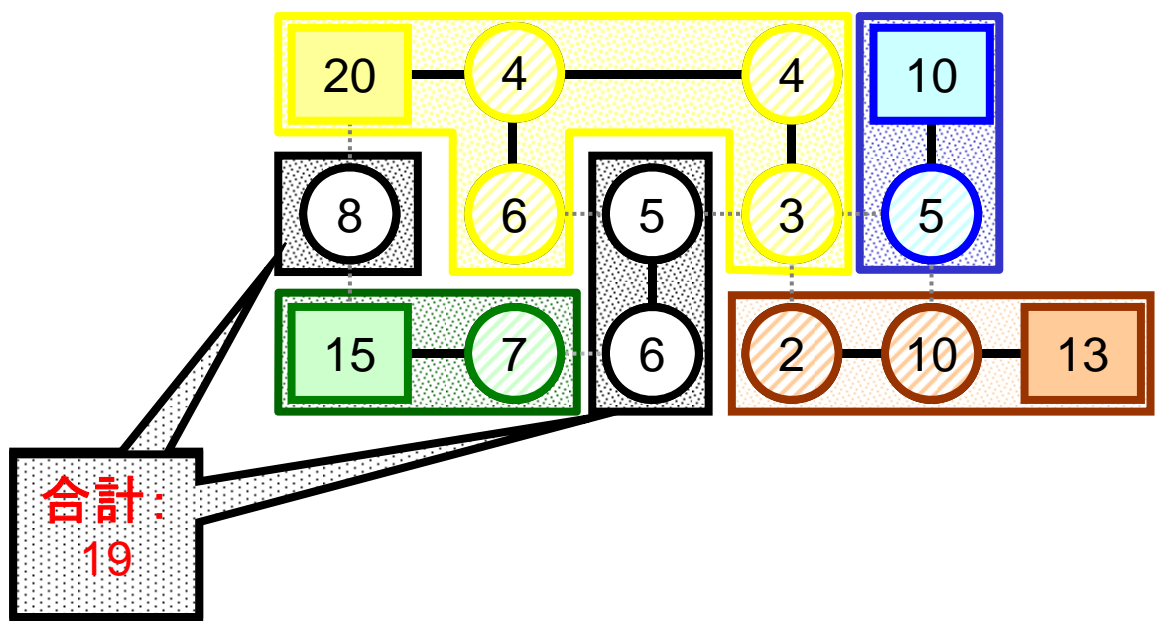
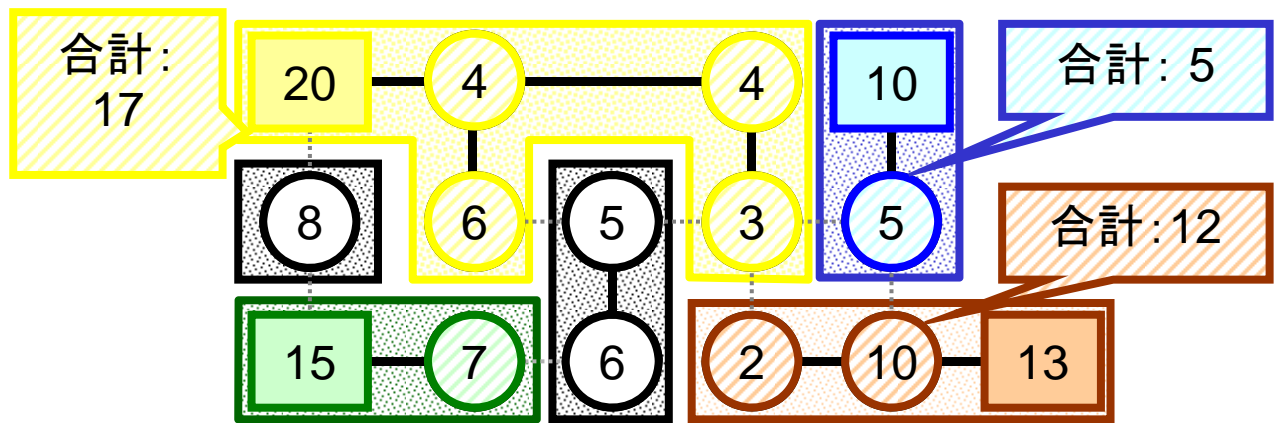
▶ グラフ描画

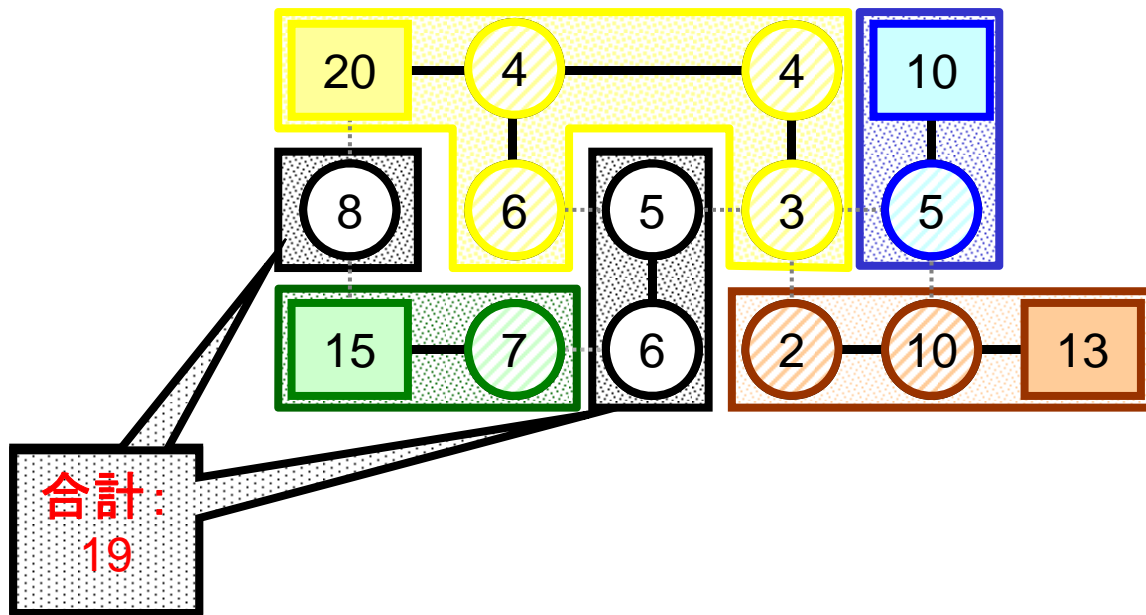
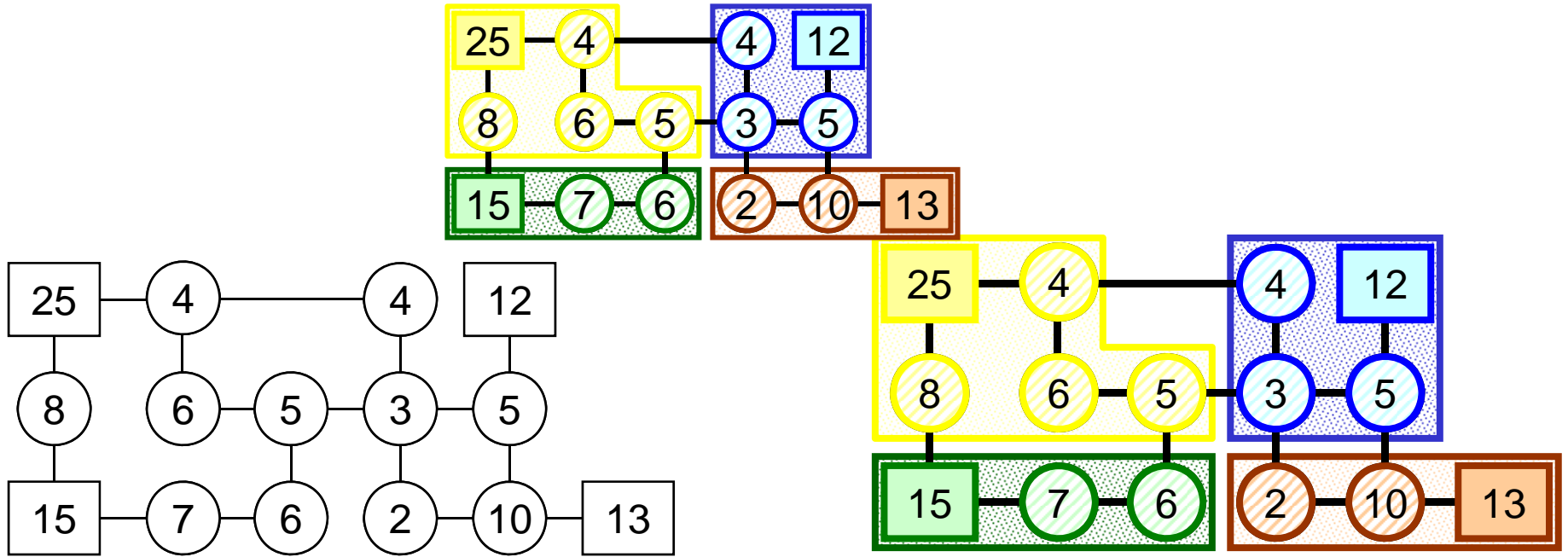
本研究では、最小折れ曲りの直交描画を見つけるアルゴリズムを研究開発した。

点以外のところでの水平線分と垂直線分の交点は折れ曲がり (bend) という。









発表の流れ

▶ 研究内容の概要

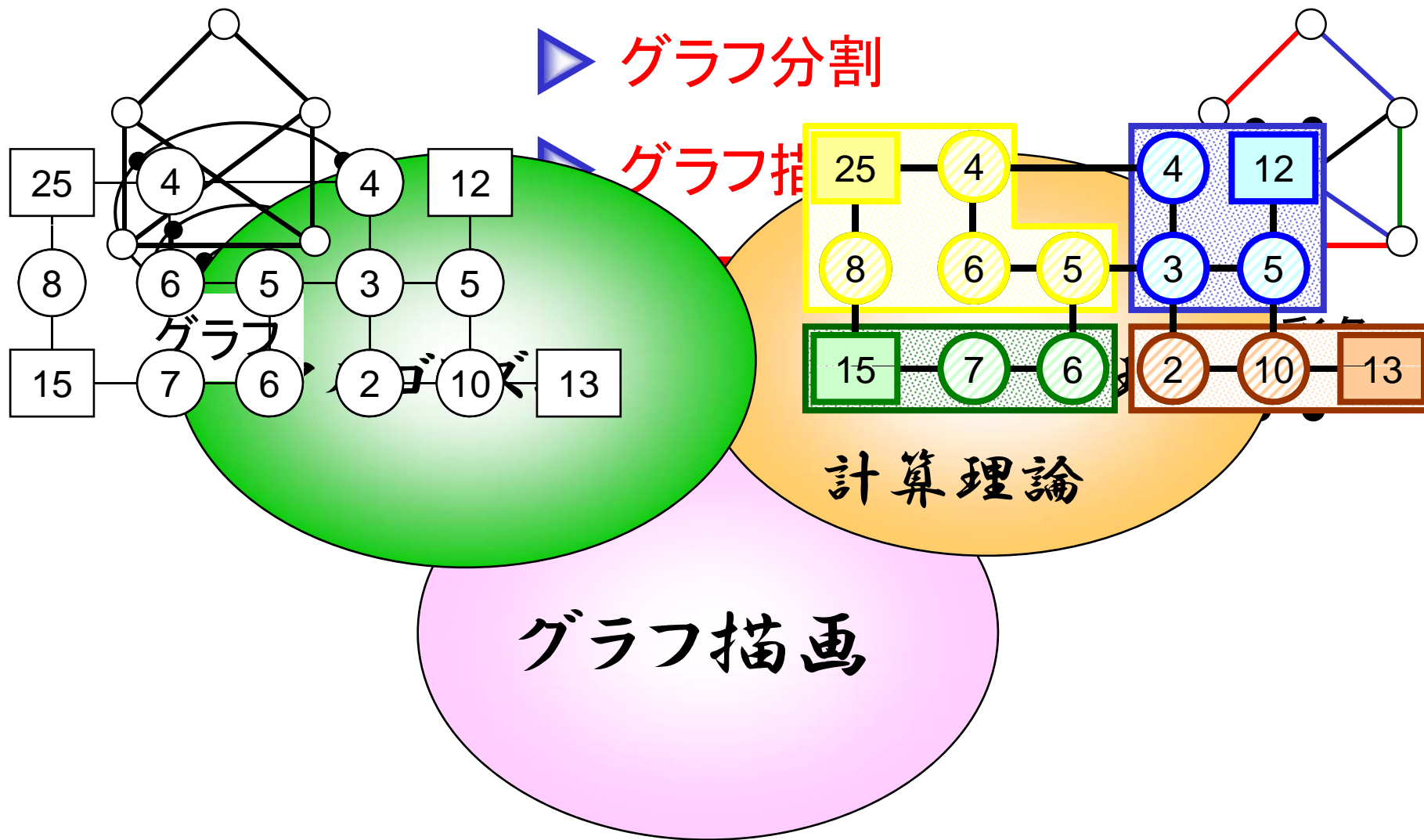
▶ 主な研究テーマの紹介
グラフ理論
計算理論

▶ 今後の研究課題

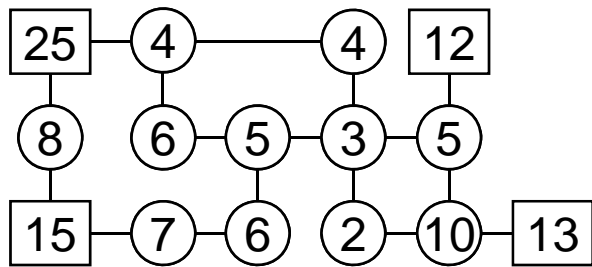
イメージ

便宜上これら3つに分類しましたが、個々の研究テーマはこれら3つのいくつにまたがります。

主な研究テーマの紹介



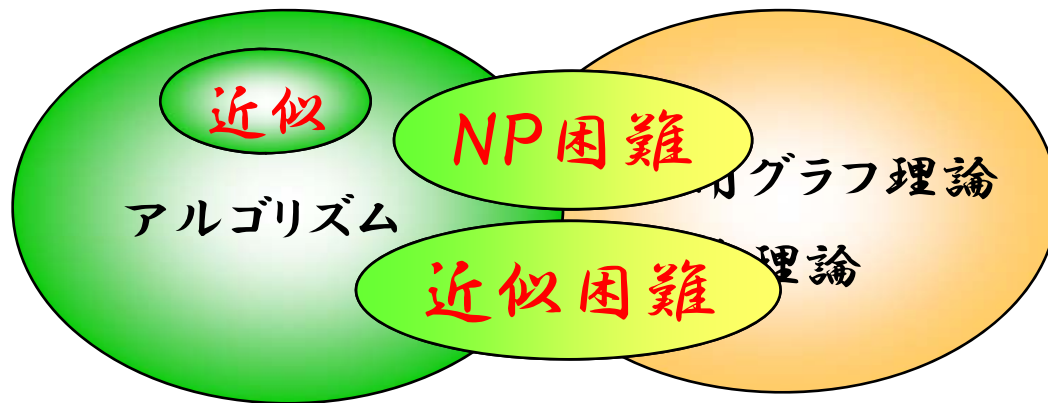
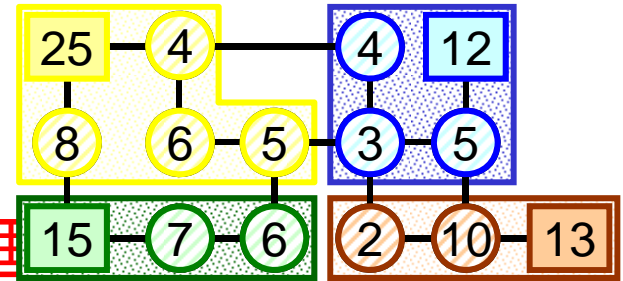
主な研究テーマの紹介



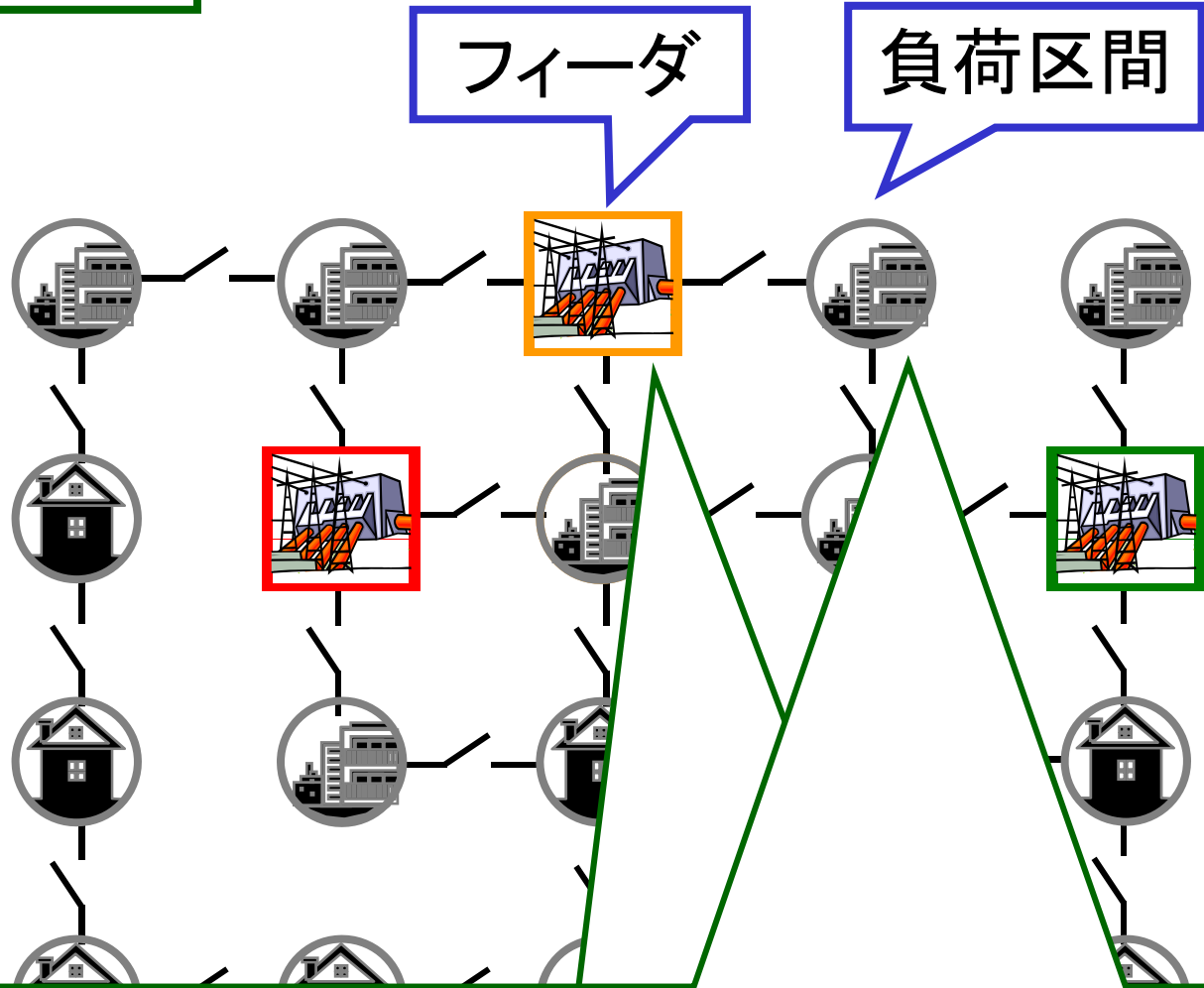
▶ **グラフ分割**

▶ **グラフ直交描画**

▶ **グラフ彩色**



電力網



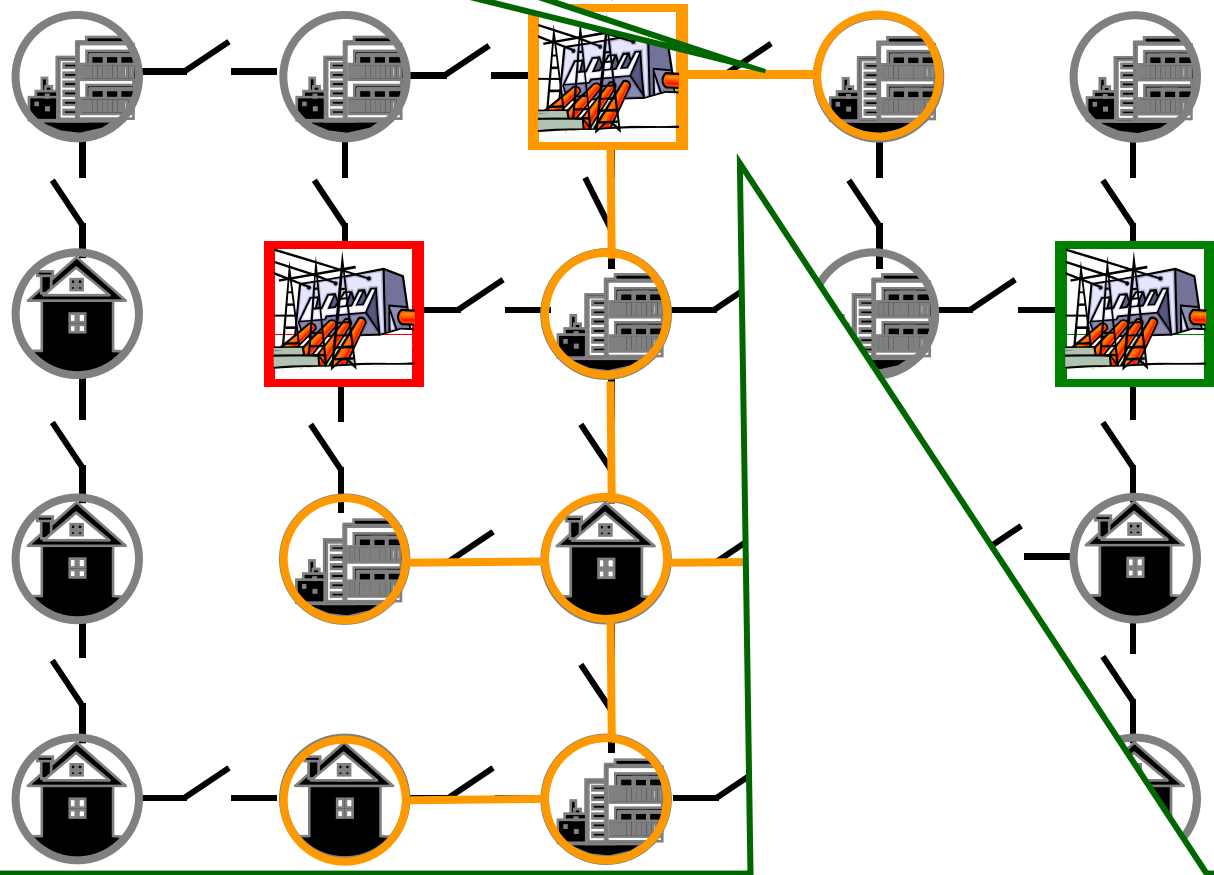
電力を消費する病院や学校や住宅などの**負荷区間**を丸で表す。

電力網

送電線の開閉器

フィーダ

負荷区間

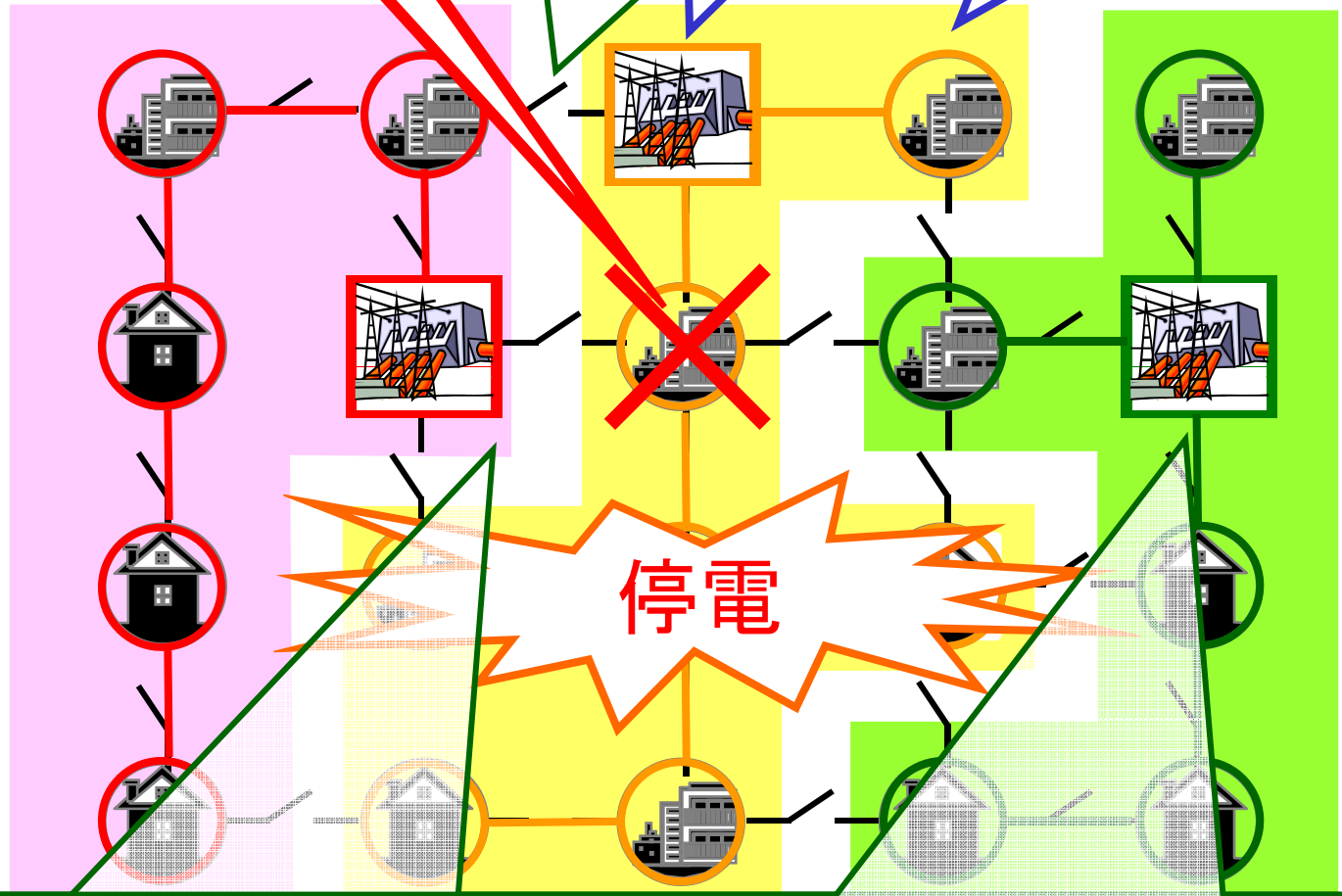


オレンジのフィーダは電力をオレンジの負荷区間に送っている。

電力網

開いている状態のスイッチを消す。

故障 各連結成分にちよ 負荷区間 供給点



赤い緑のフィードは電力を緑の負荷区間に送っている。

例 ● The New York City Blackout(2003)



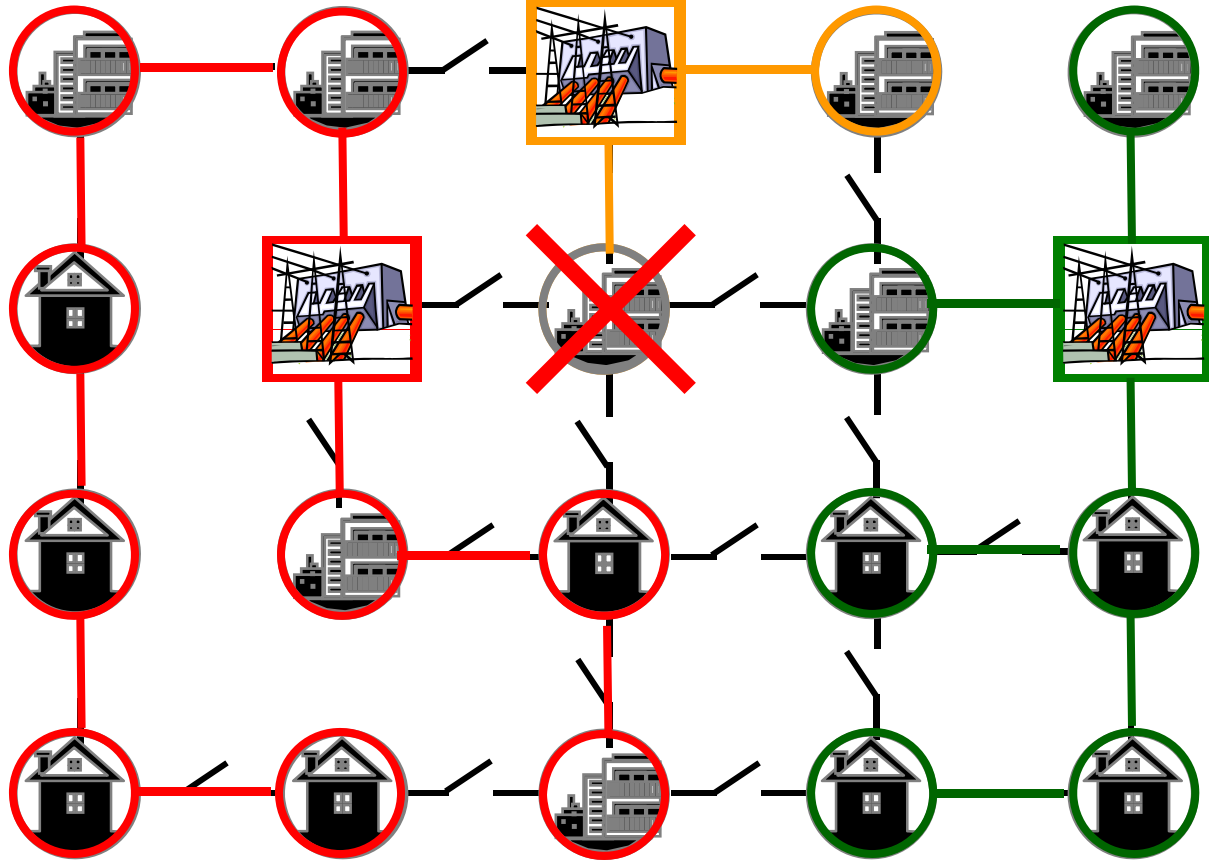
電力網

一刻も早く復旧させたい

フィーダ

負荷区間

周りで余っていた電力を停電区間に送ります。

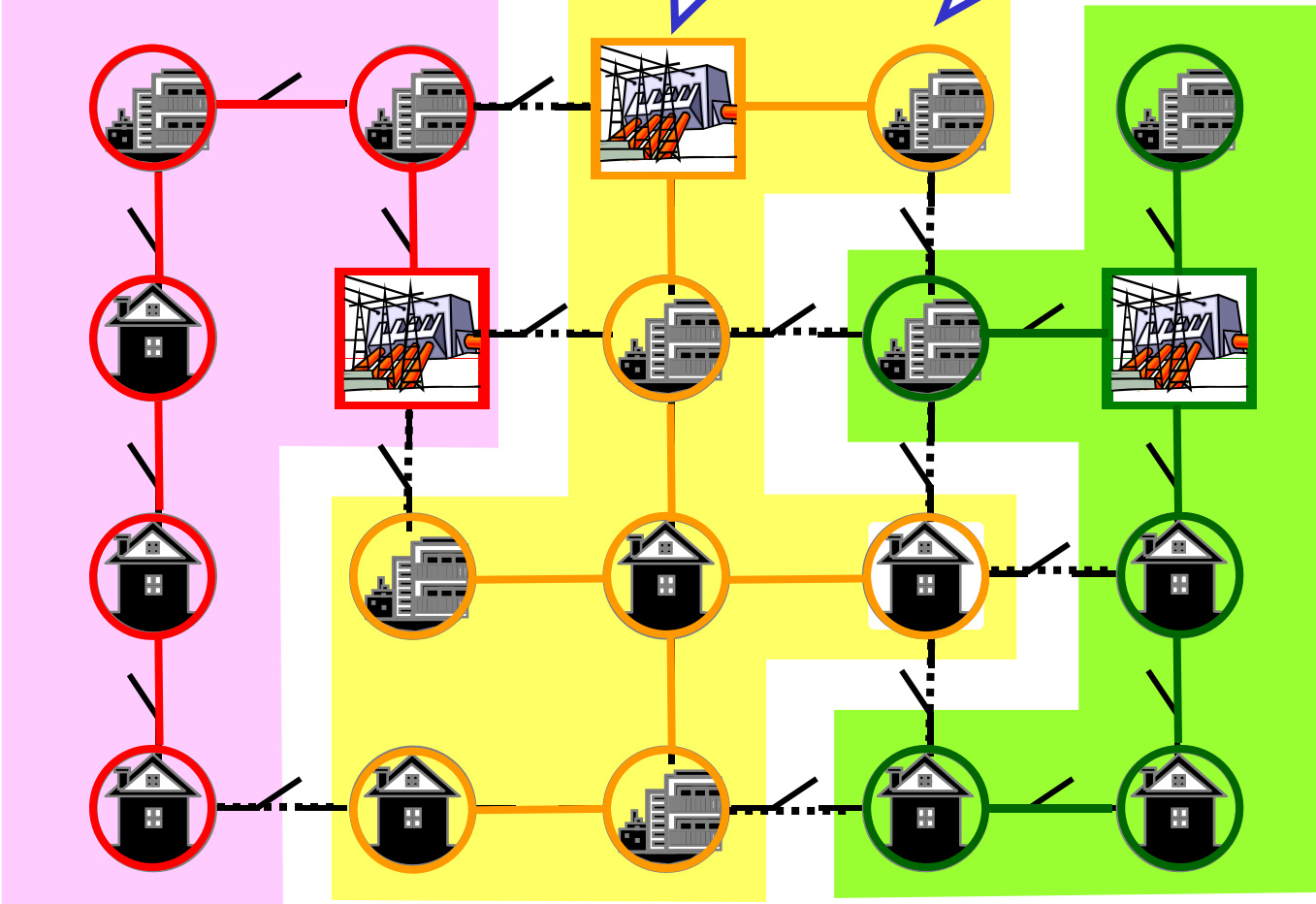


開閉器をON-OFFしなおす

電力網

フィーダ

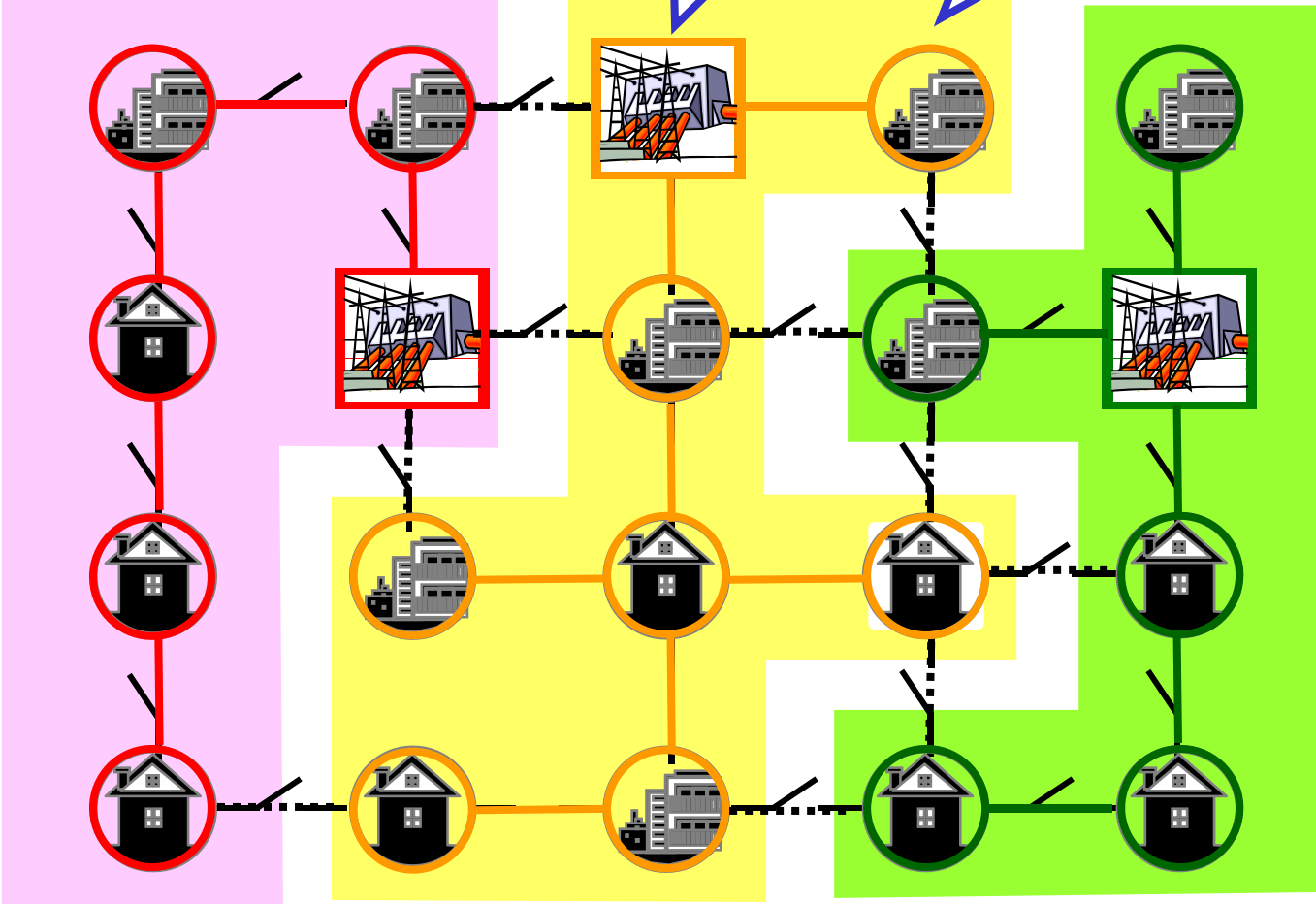
負荷区間



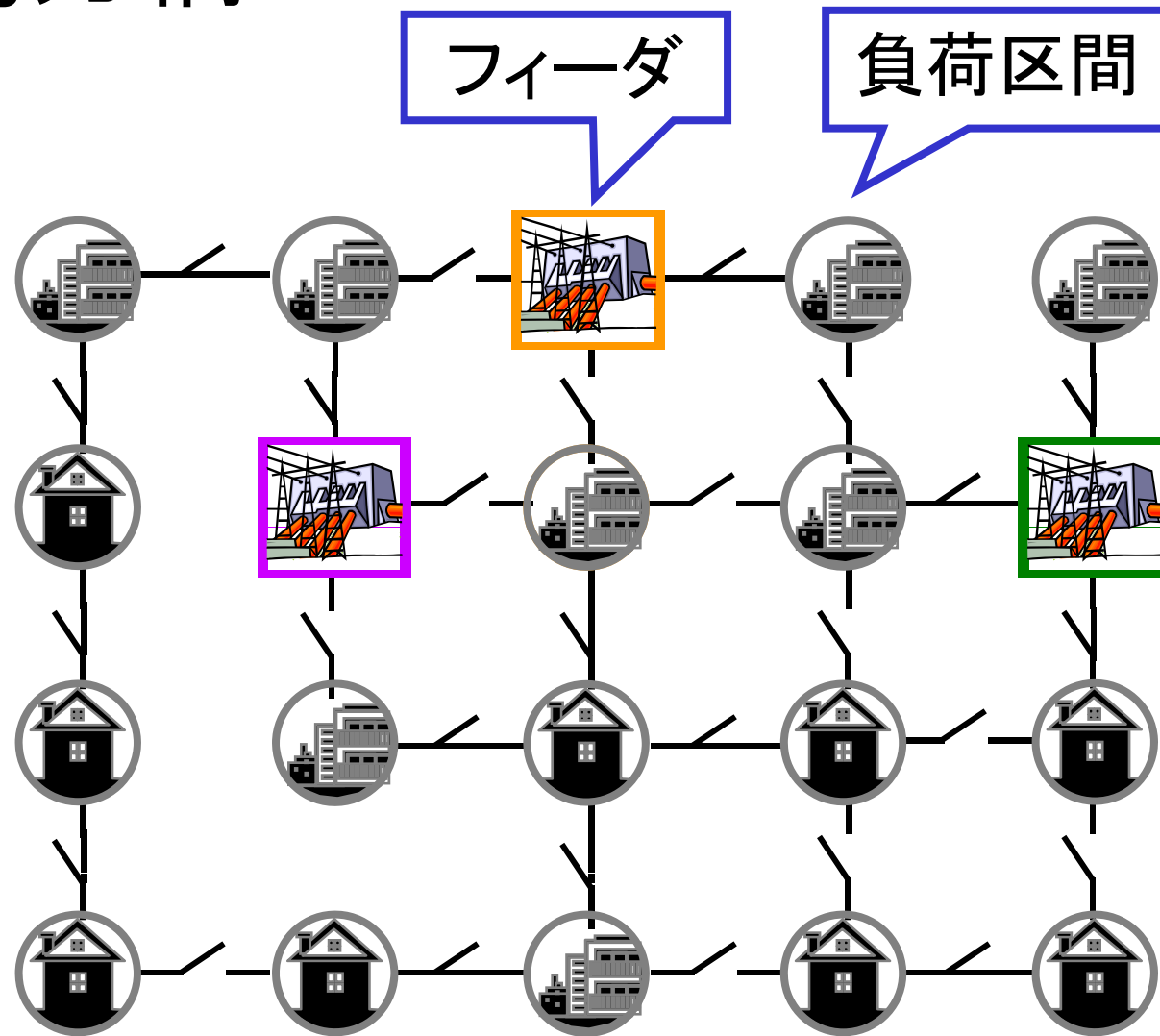
電力網

フィーダ

負荷区間



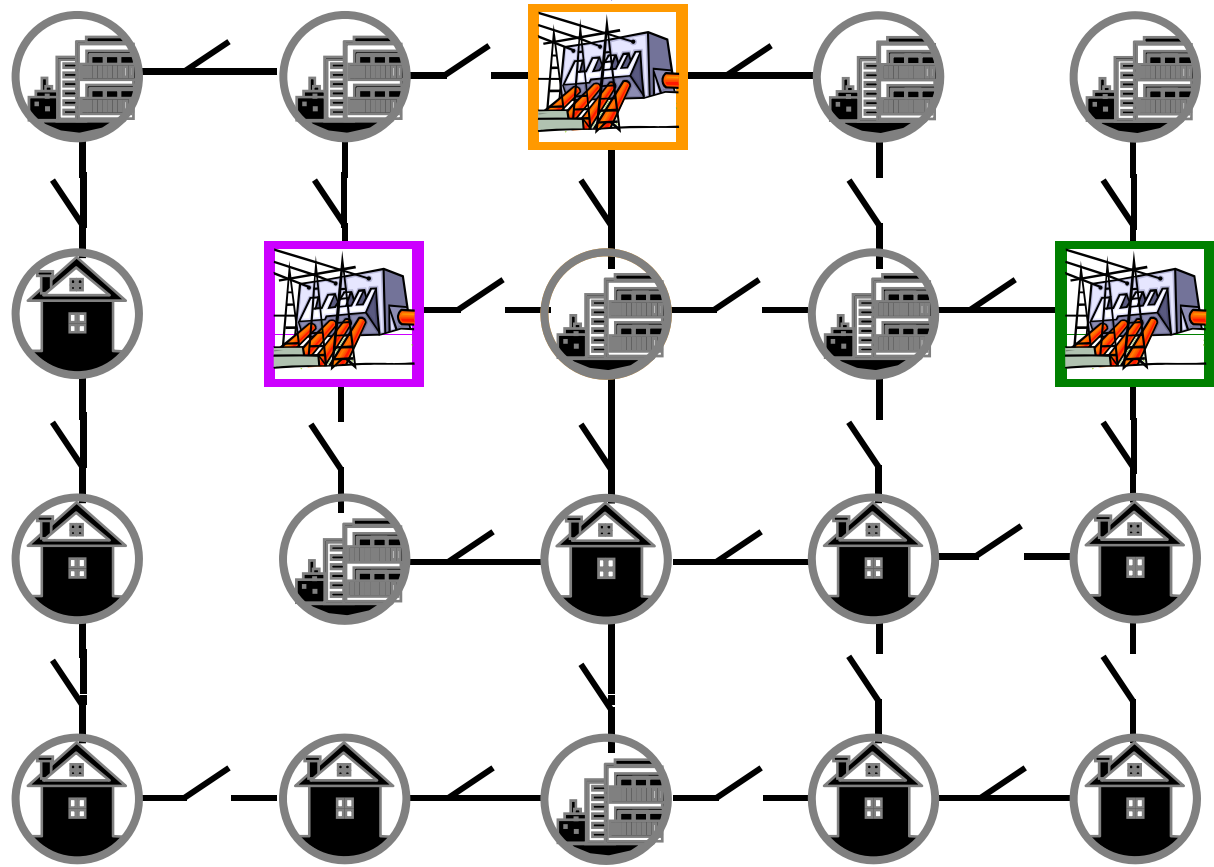
電力網



電力網

負荷区間

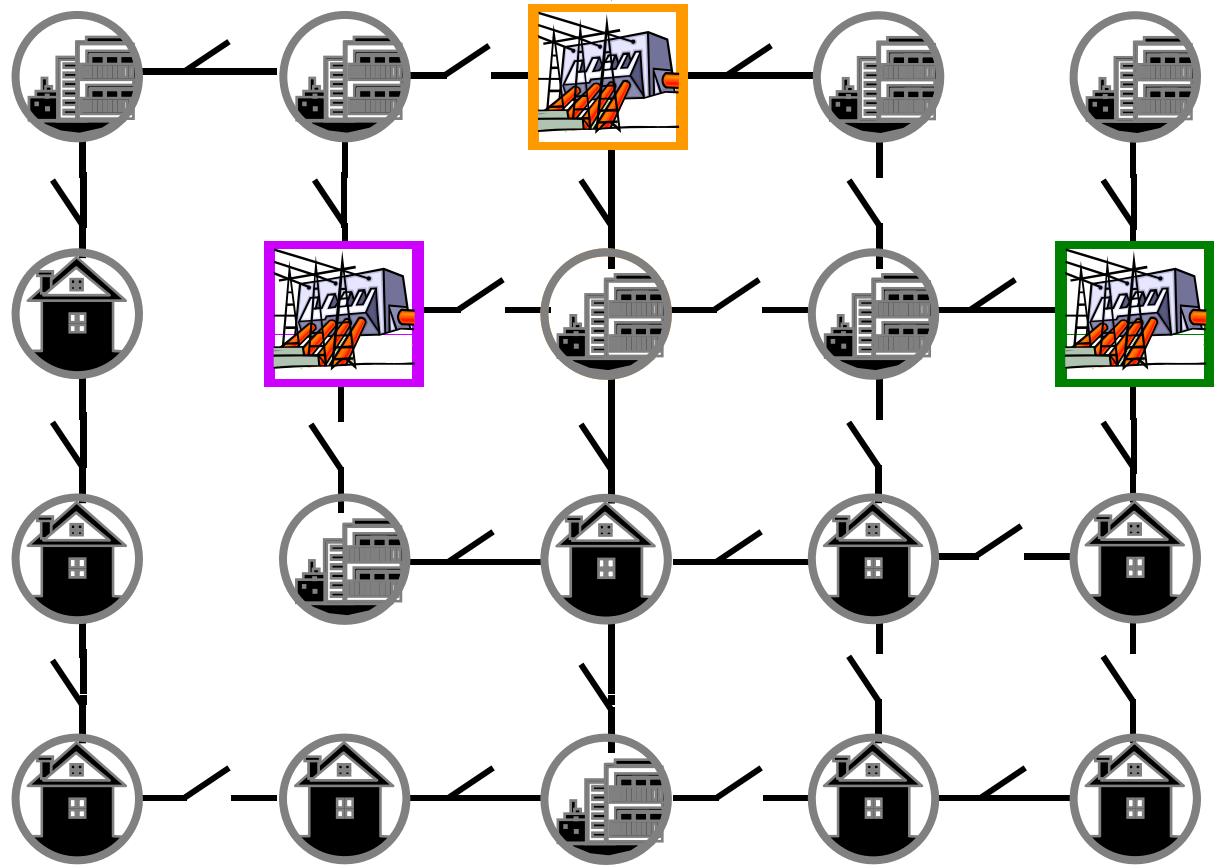
フィーダ



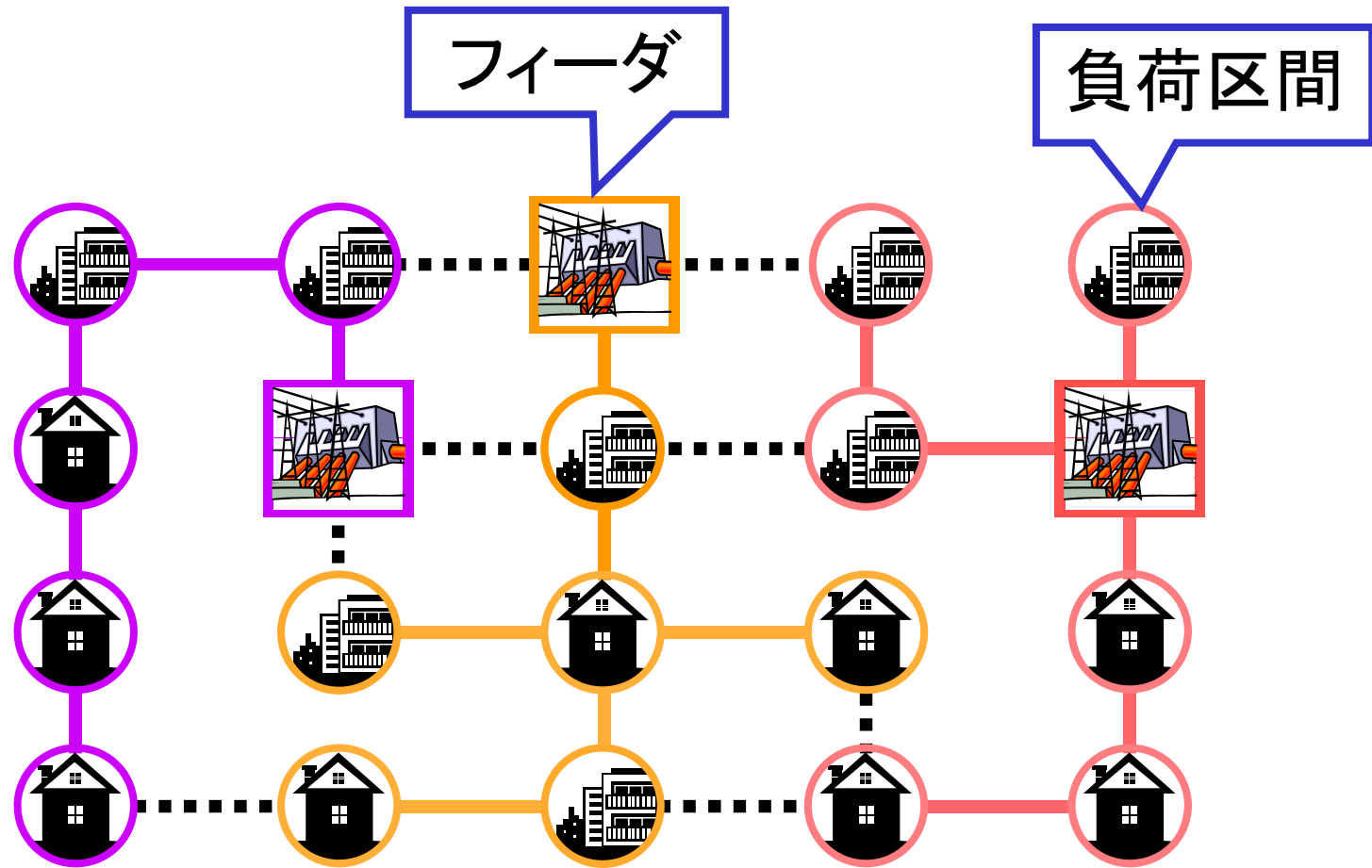
電力網

負荷区間

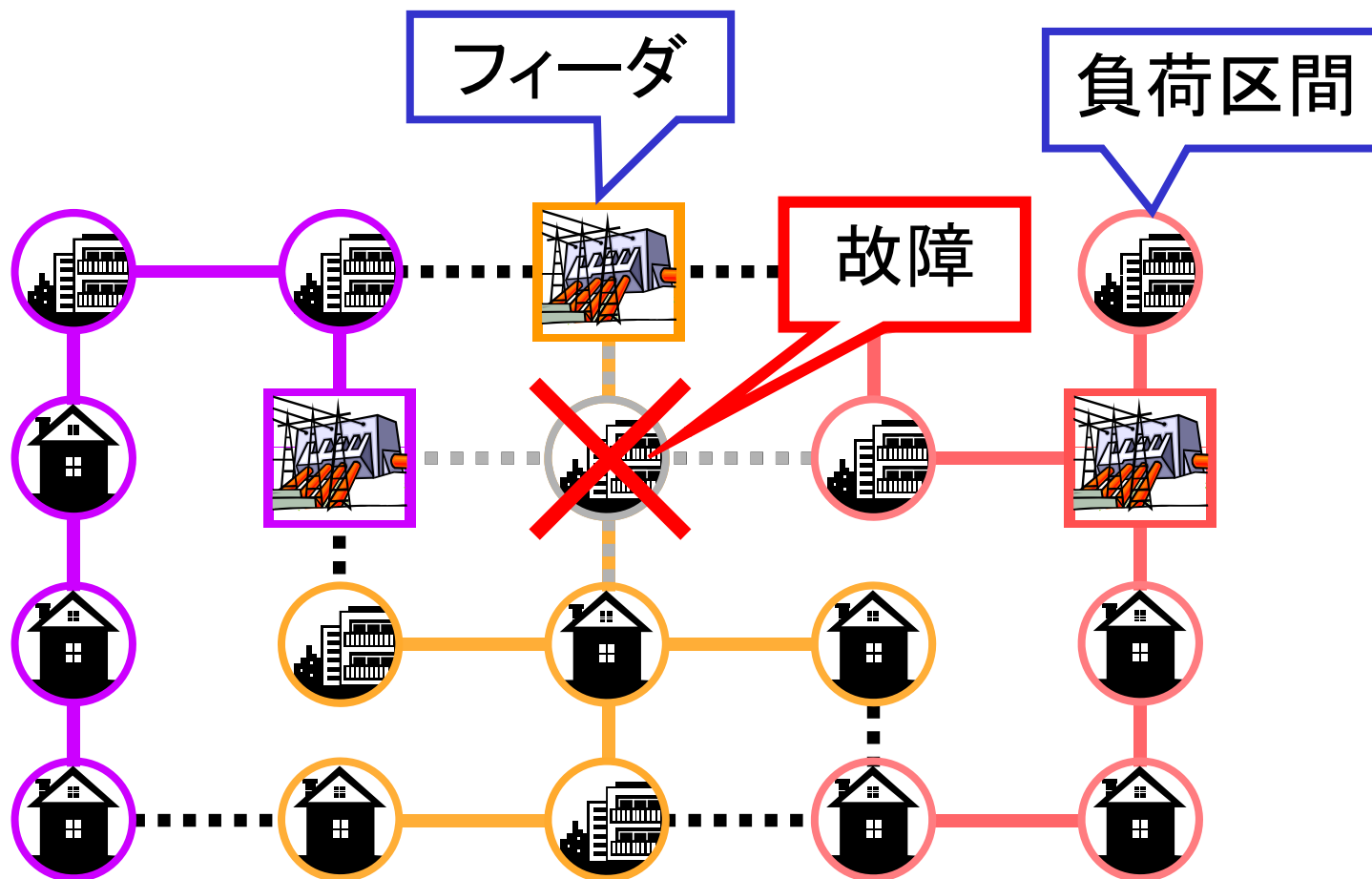
フィーダ



電力網



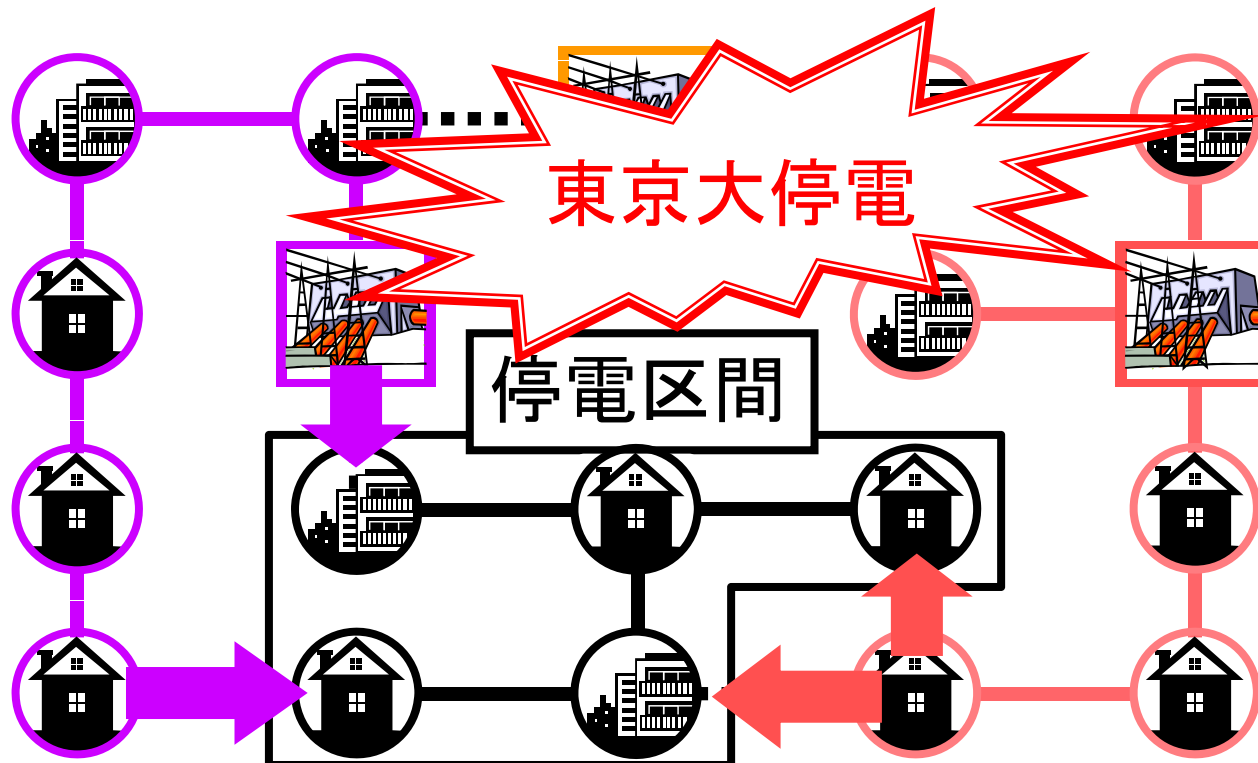
電力網



初めに

現在の電力網において

余力の送り方により復旧の程度が変わる



現在の電力網において

余った電力の送り方により復旧方法:

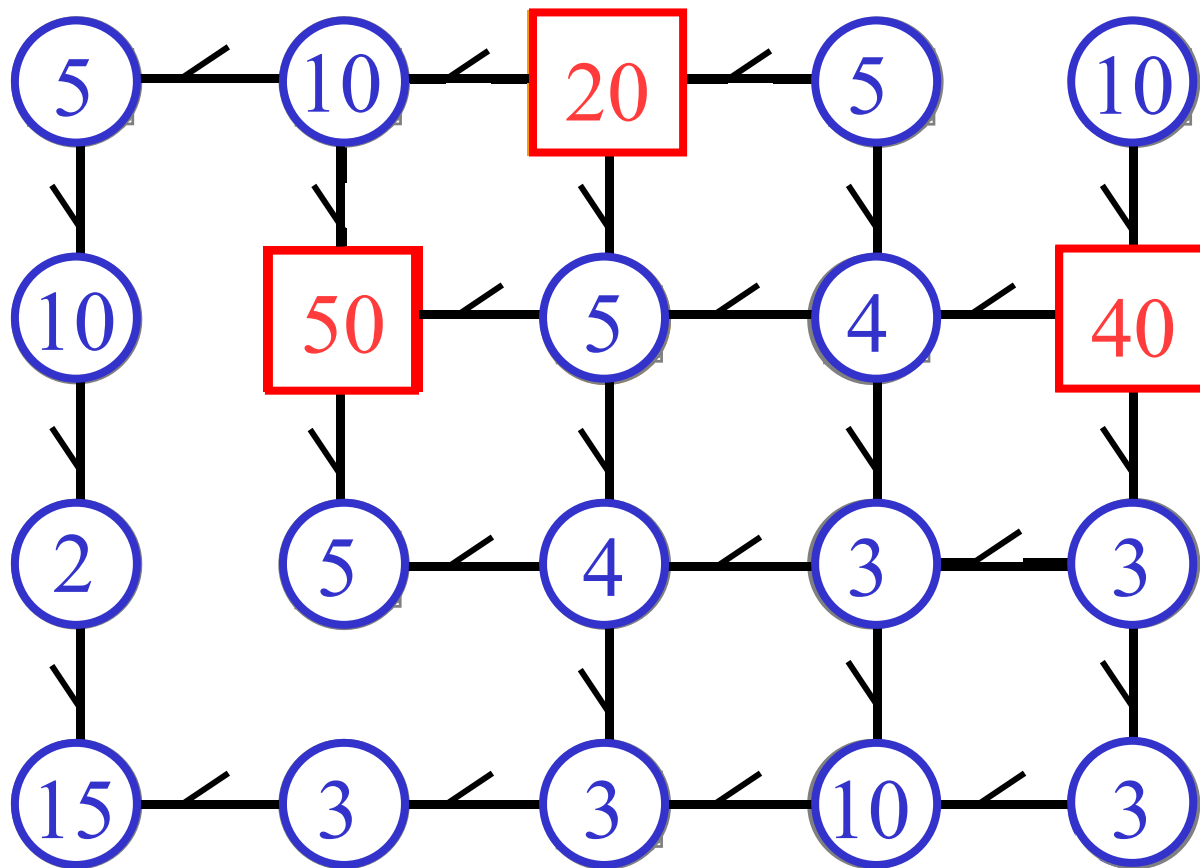
現在はオペレータの経験則に基づき復旧

- ・時間がかかり過ぎる
- ・余力の良い送り方がなかなか見つけられない

グラフを用いて定式化

よい送り方を見つけることに成功した

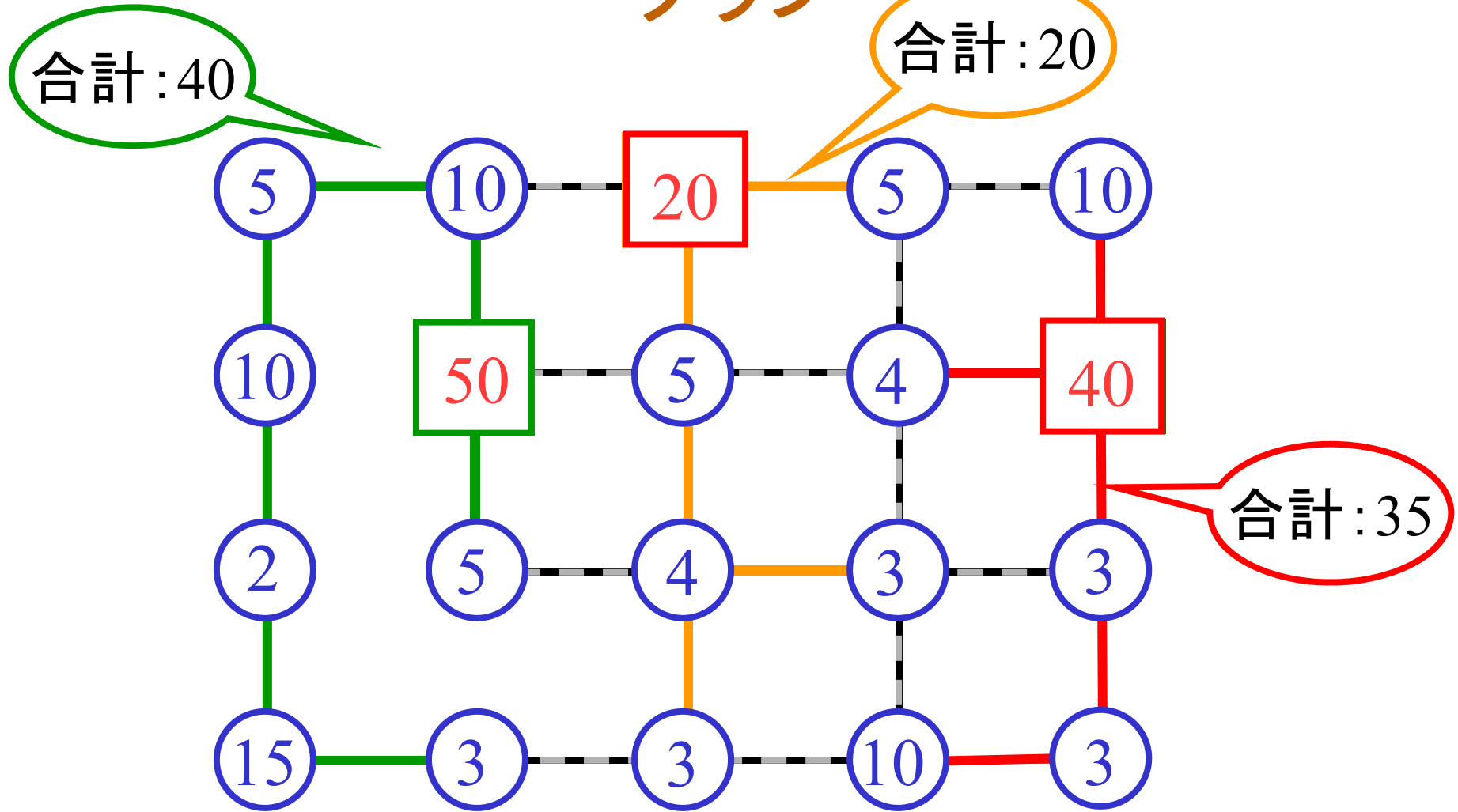
グラフ



需要点

供給点

グラフ



需要点

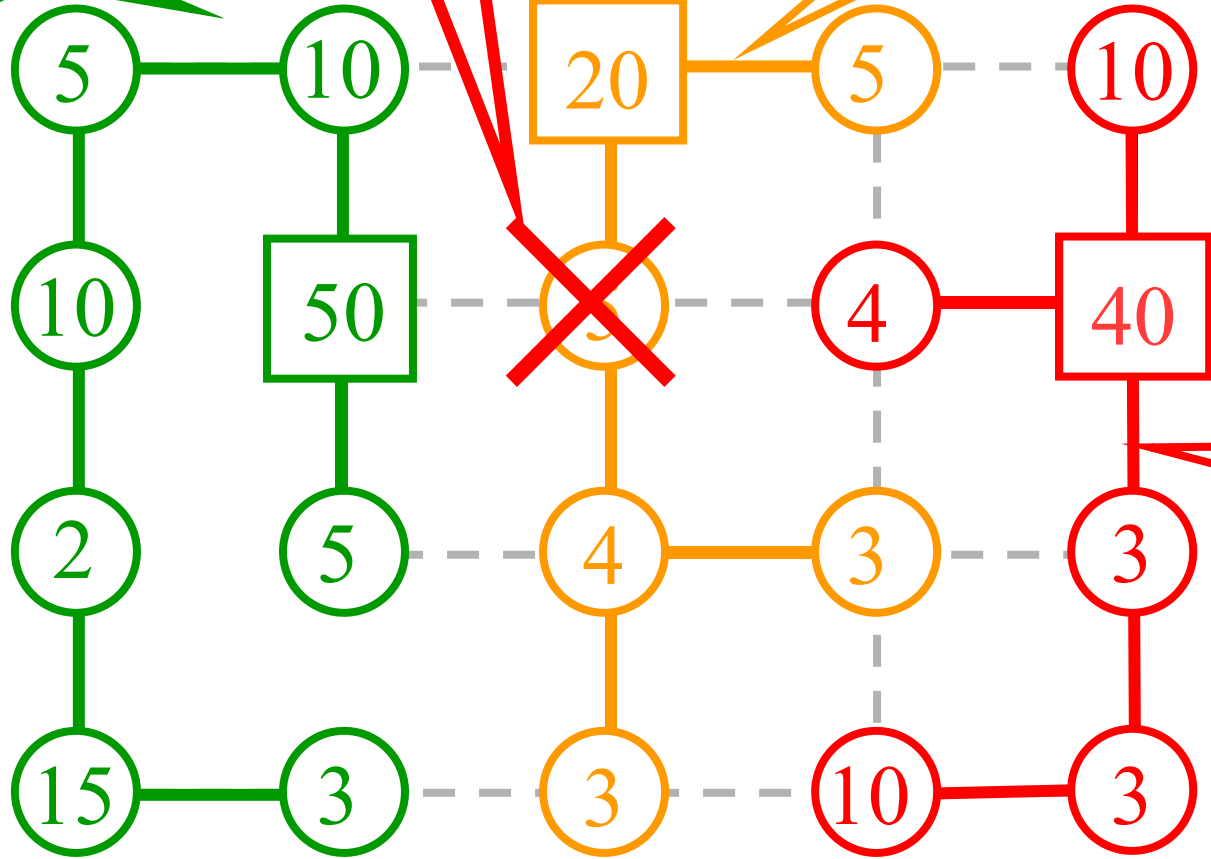
供給点

グラフ

合計: 40

故障

合計: 20



需要点

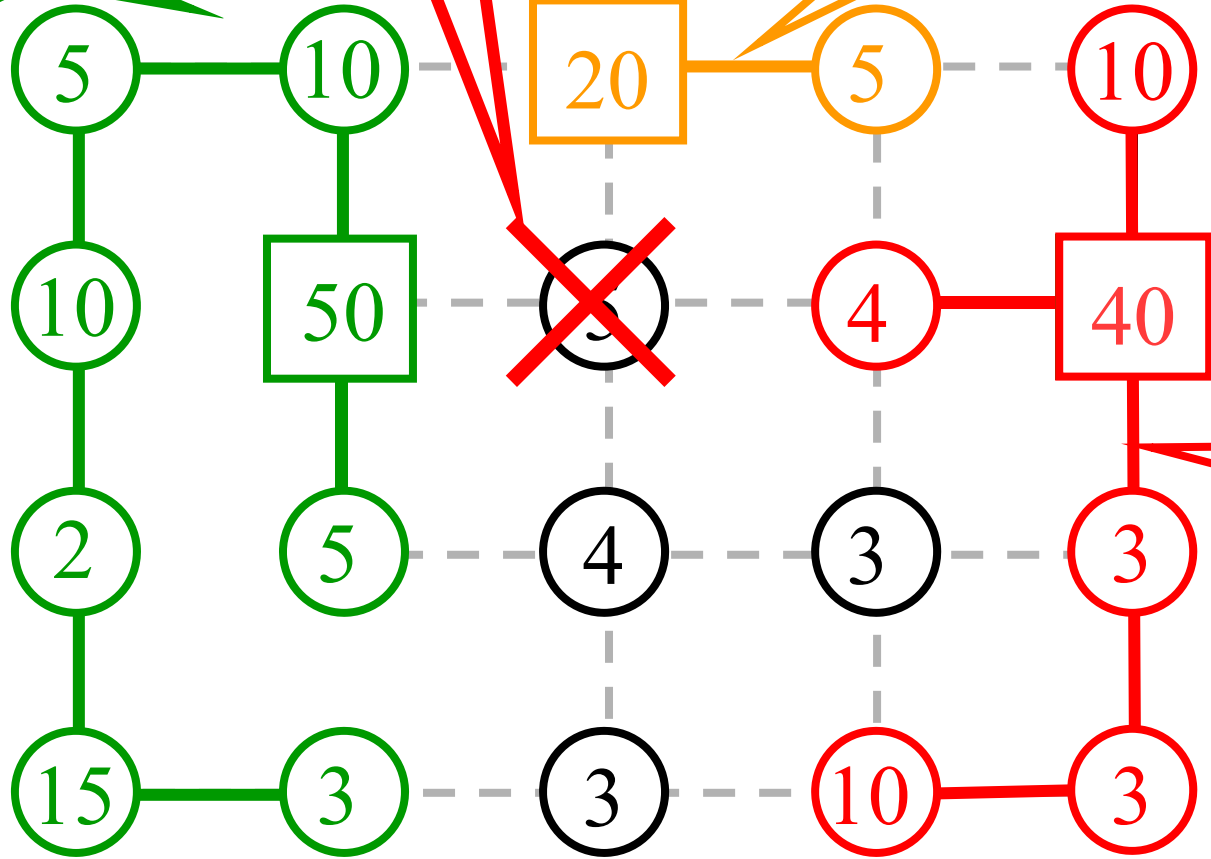
供給点

グラフ

合計: 40

故障

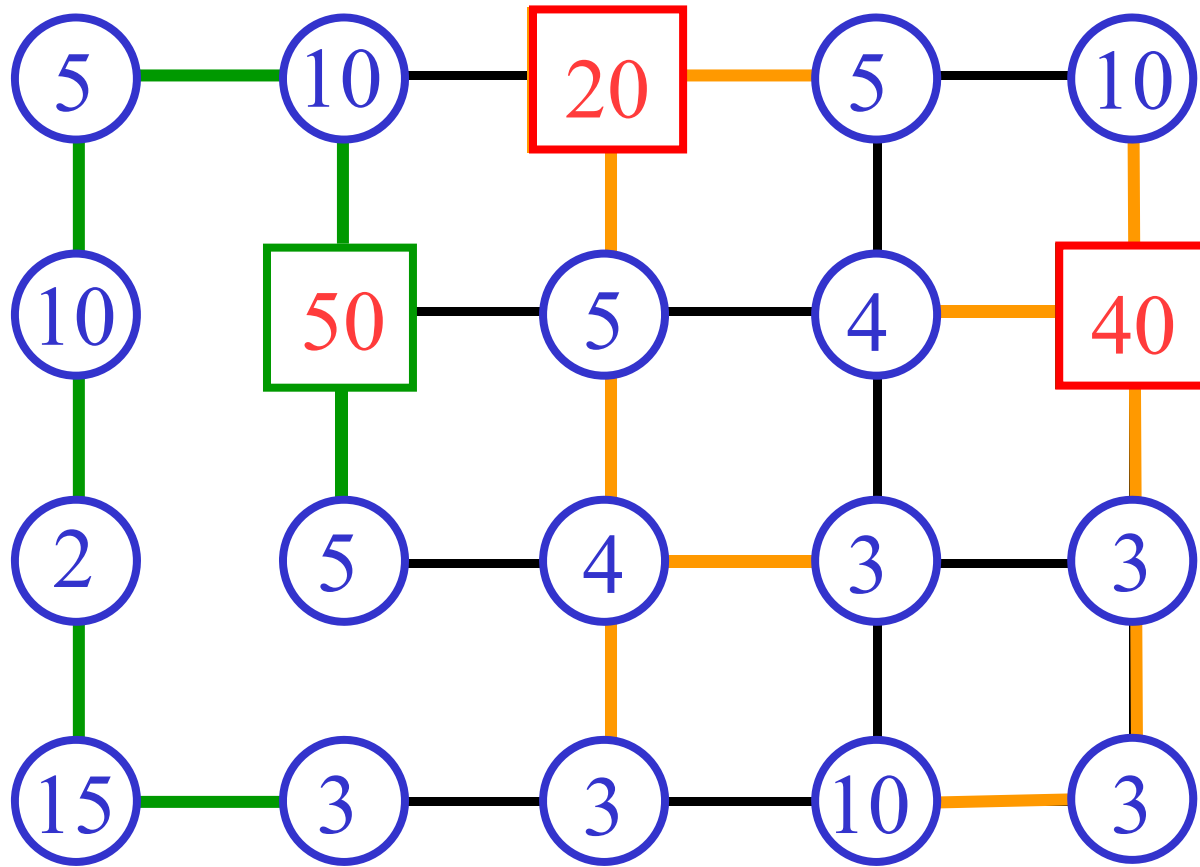
合計: 5



需要点

供給点

グラフ



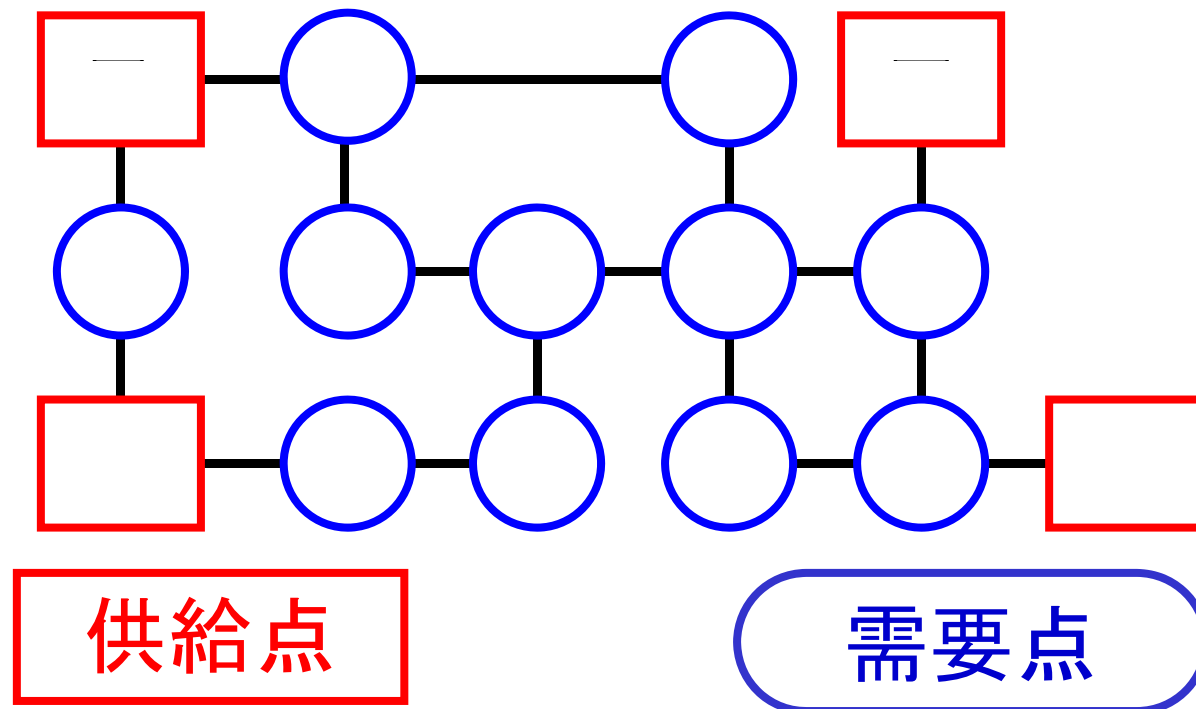
需要点

供給点

グラフ

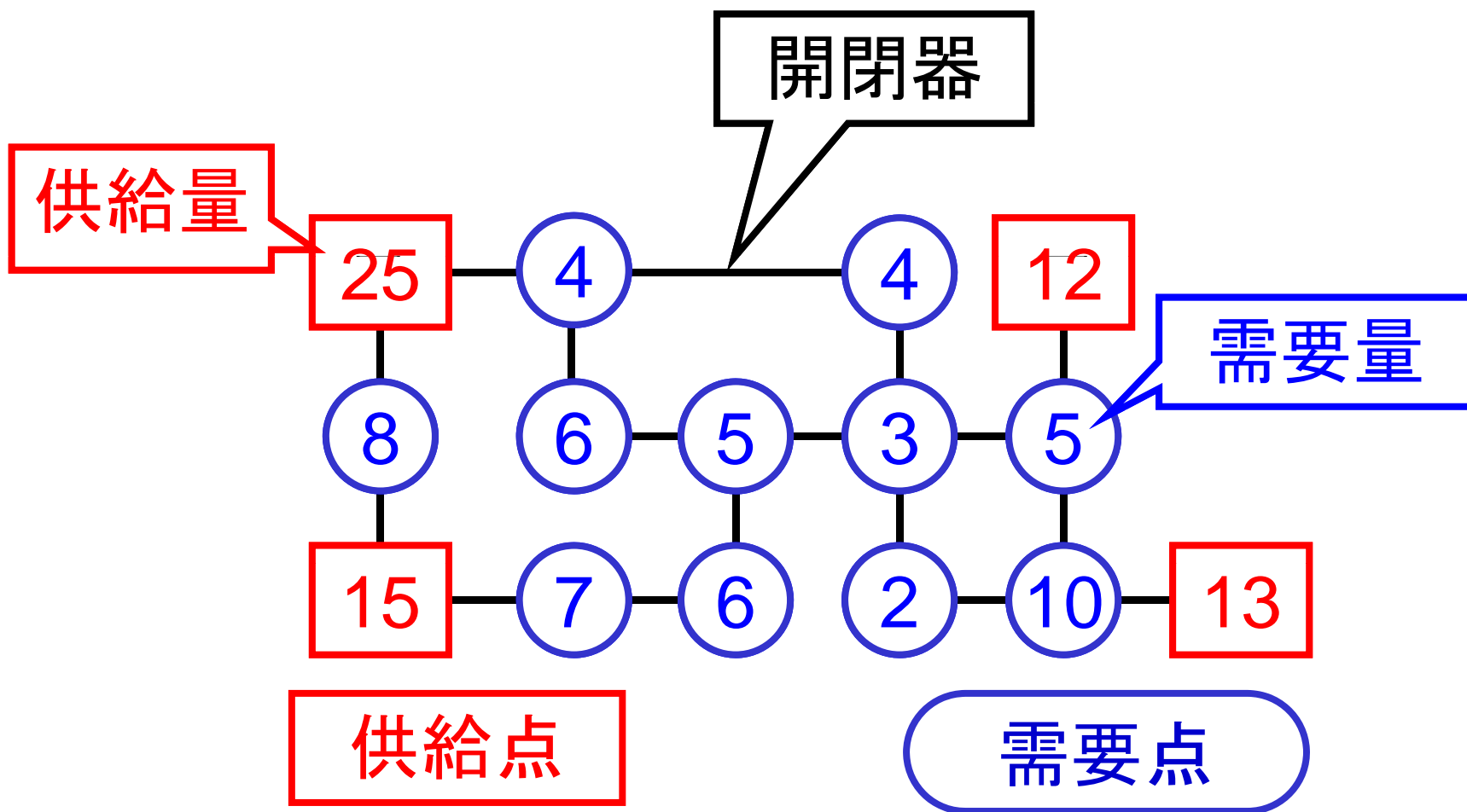
供給点と需要点

グラフの点が2種類ある。



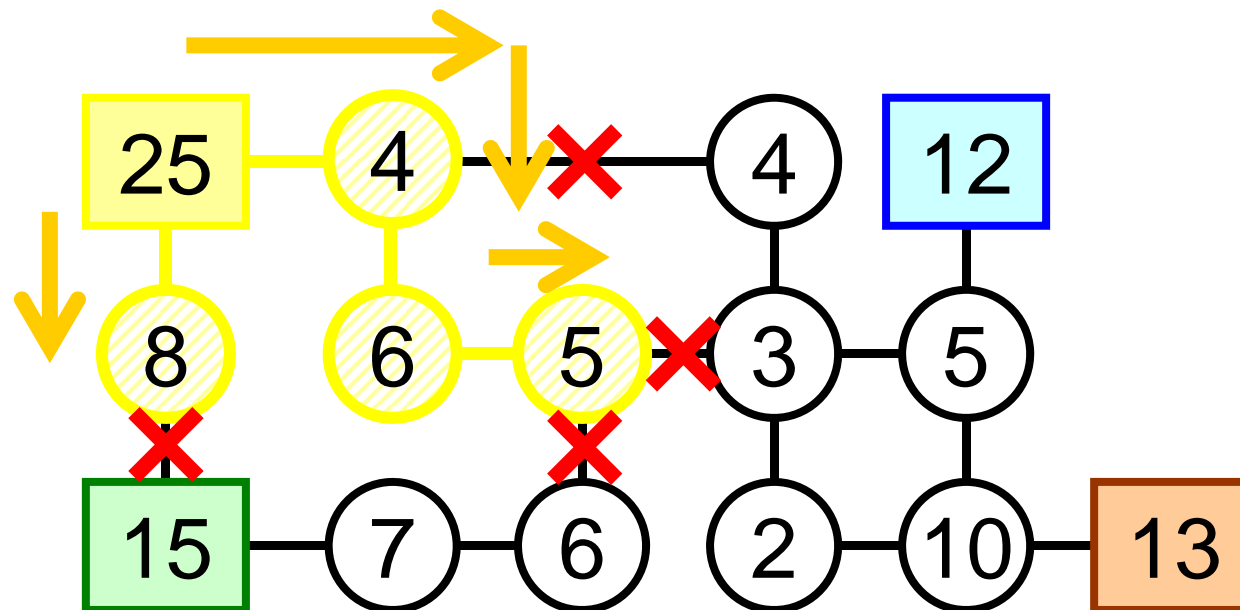
グラフ

グラフの辺は開閉器がある送電線を表す。



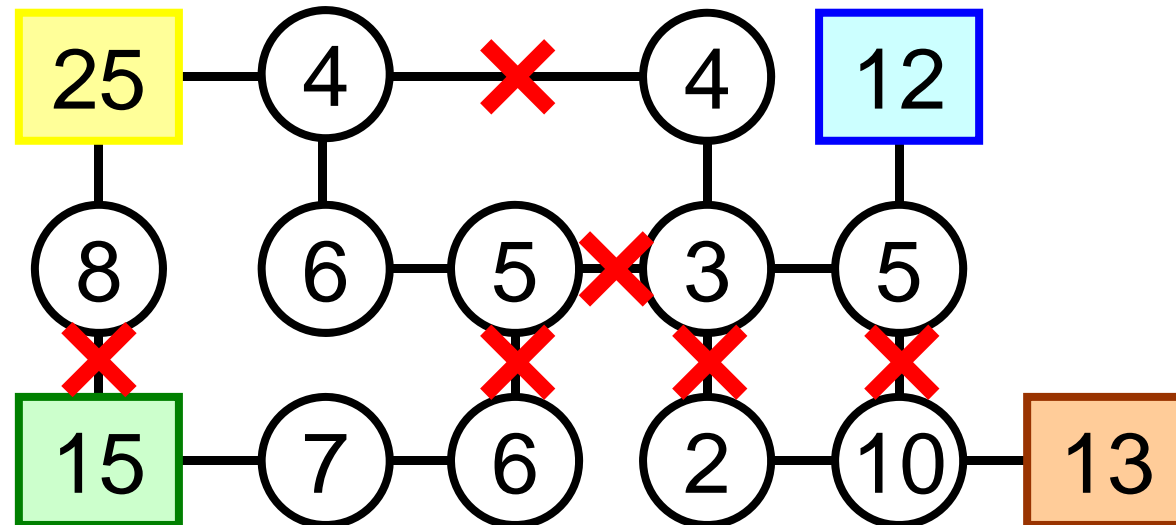
分割

次の条件 (a), (b) を満たすようにグラフを分割する.



分割

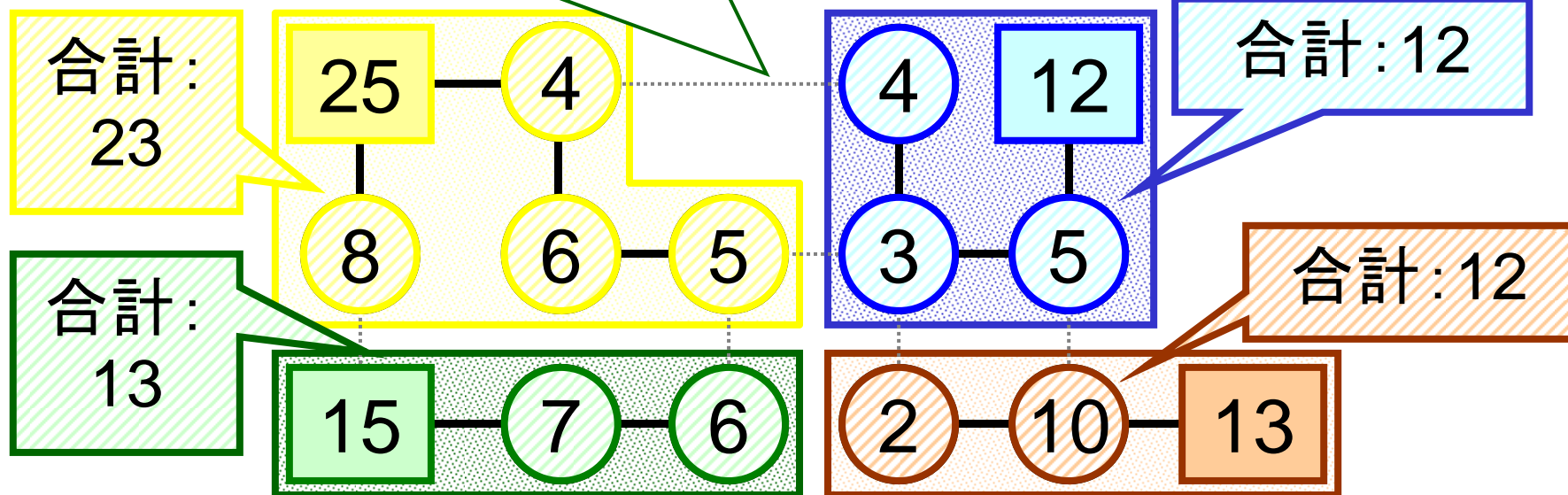
次の条件 (a), (b) を満たすようにグラフを分割する.



分割

次の条件 (a), (b) を満たすようにグラフを分割する。

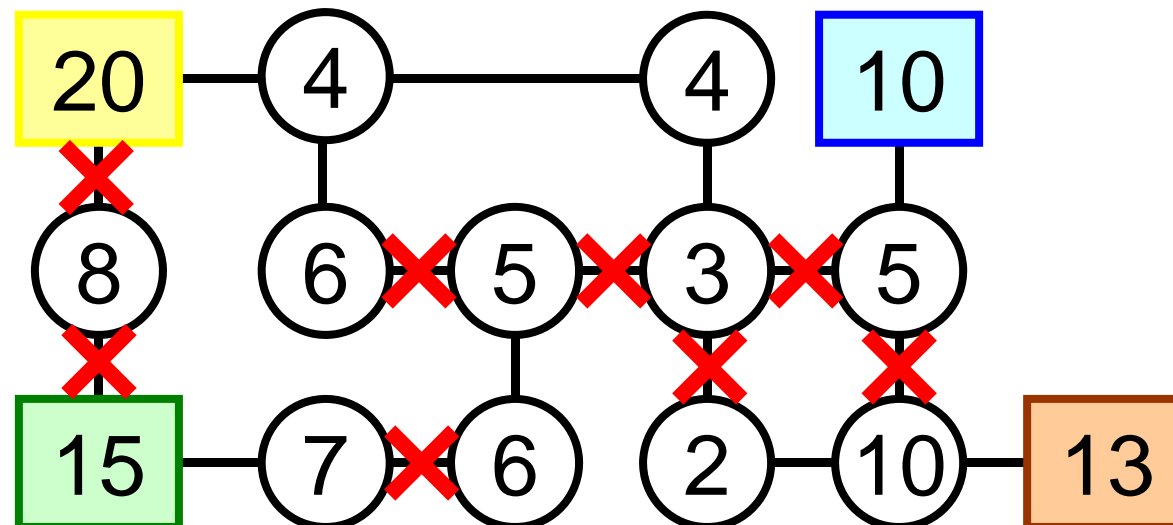
スイッチが**開**いている**送電線**は灰色で描かれている。



最大分割

その代わりに、~~需要量の合計: 60~~
~~供給量の合計: 58~~ 最大分割を求めます.

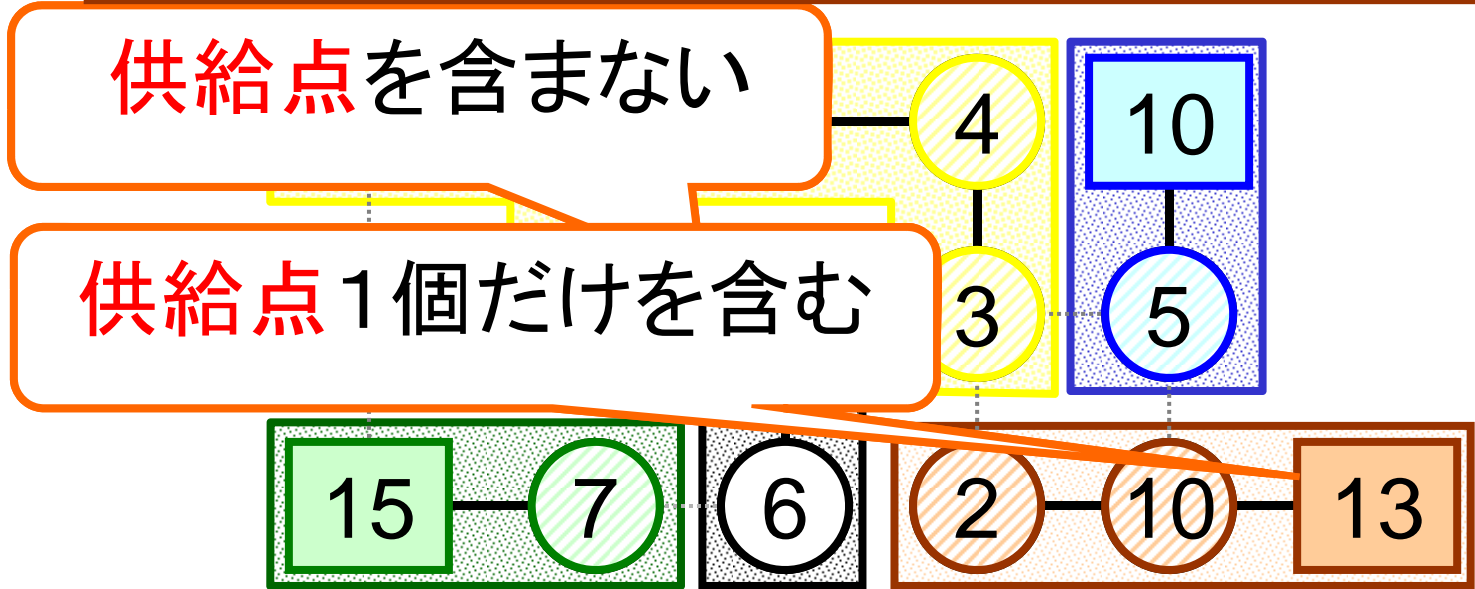
分割が存在しない



最大分割

次の条件 (a), (b) を満たすようにグラフを分割する.

- (a) : 各連結成分は **高々** 1つの供給点を含む.
- (b) : **供給点を含む** 連結成分において, その **供給量** が **需要量の合計** 以上となる.

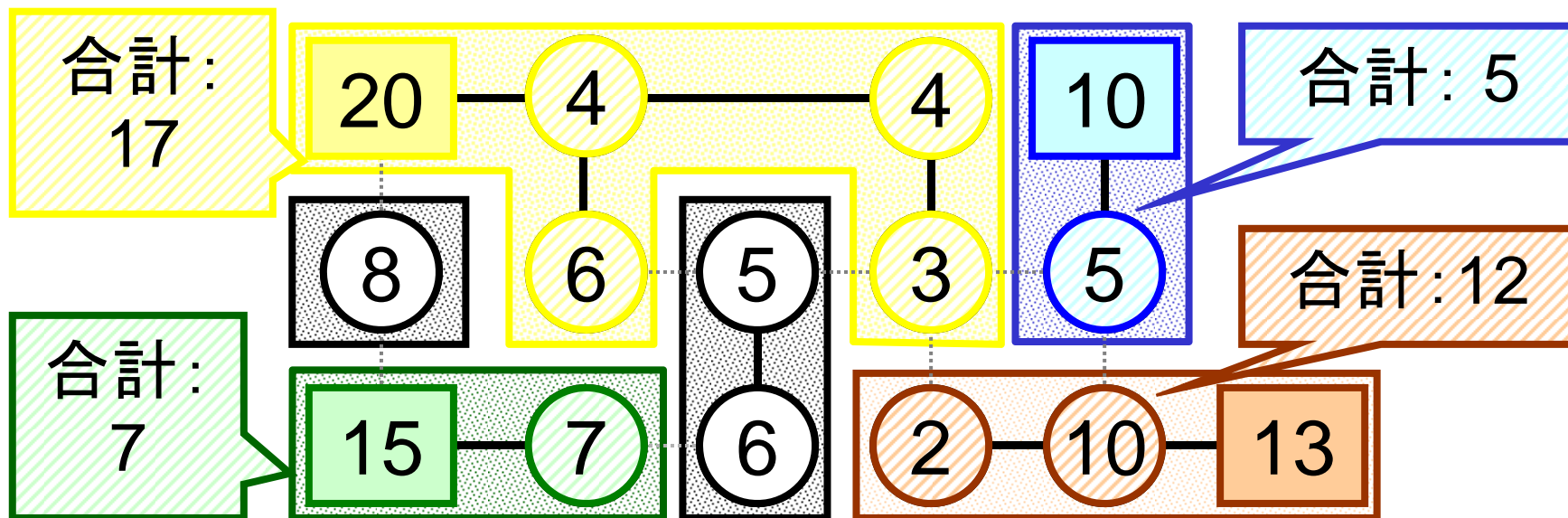


最大分割

充足量が最大となる分割を求めたい

次の条件 (a) (b) を満たすようにグラフを分割する。

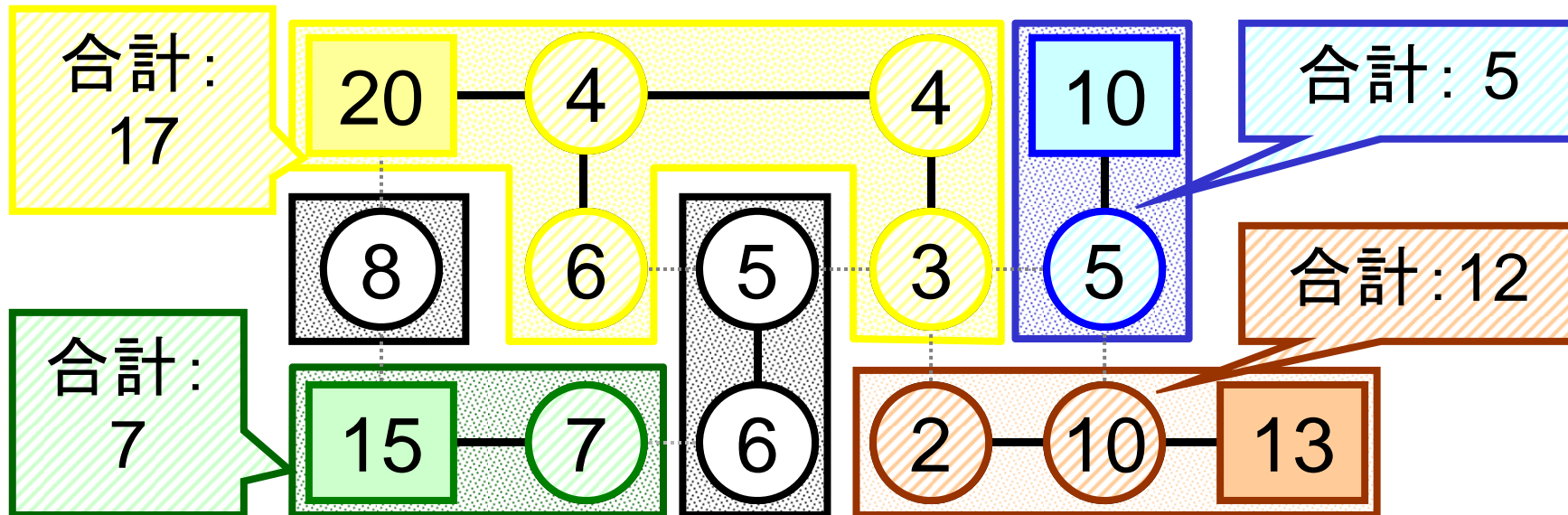
- (a) 供給された電力量の合計 含む。
- (b) 供給点を含む連結成分において、その供給量が需要量の合計以上となる。



最大分割

充足量が最大となる分割を求めたい

この分割の充足量
 $17 + 5 + 12 + 7 = 41$



最大分割

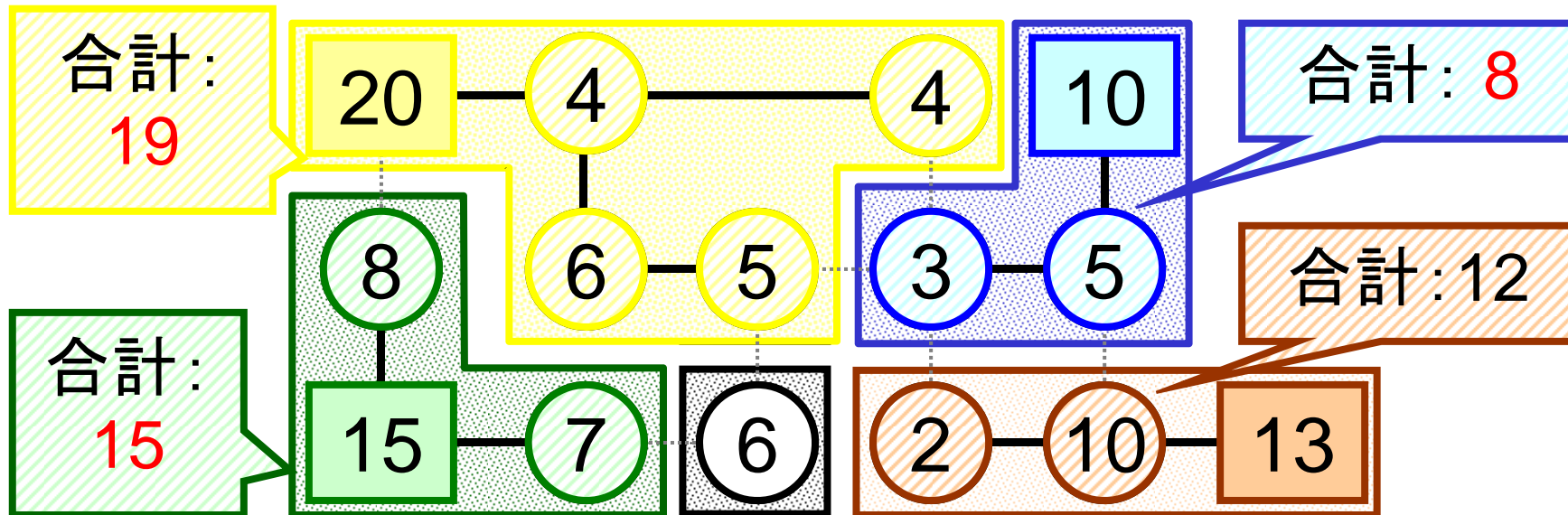
充足量が最大となる分割を求めたい

この分割の充足量

$$19 + 8 + 12 + 15 = 54$$

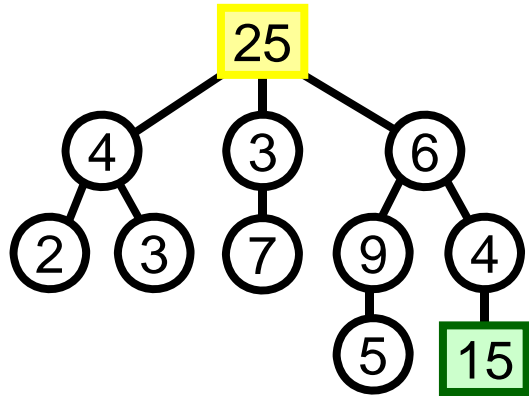
停電量を最小にしたい

最大充足量



分割問題の計算量

木

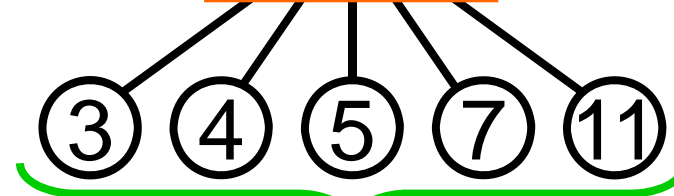


NP-困難

最大部分集合和問題
(Knapsack問題の簡単化)



$b = 13$



集合 A

最大部分集合和問題 (NP-困難)

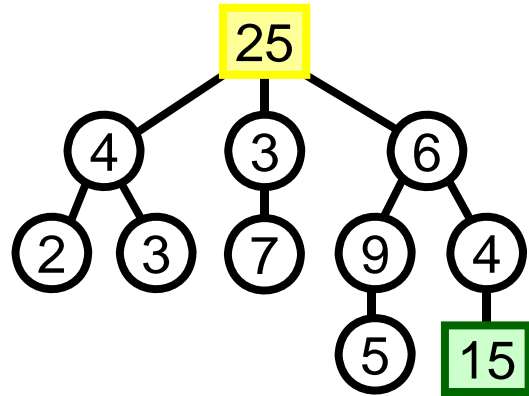
木
証明

既にNP-困難であることが分かっている
問題

この要素の合計は b 以下かつ最大である。

計算量

木



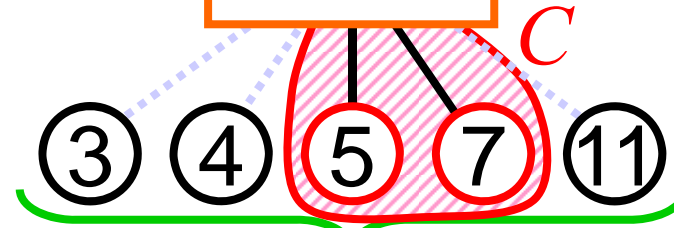
NP-困難

最大部分集合和問題

(Knapsack問題の簡単化)



$b = 13$



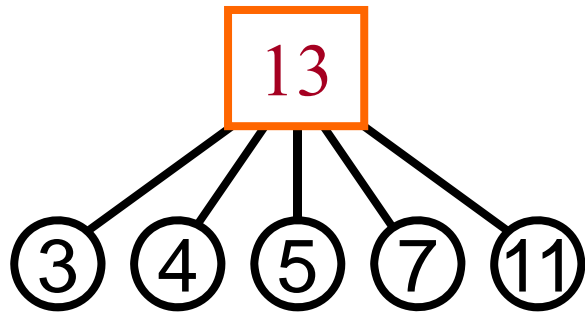
集合 A

星明にカー 早十立公佳公和問題に早十公判問題
 グラフがスターであり, しかも供給点が1つしかなく,
 よい近似アルゴリズムは存在するのかわ?

Cの要素の合計はb以下かつ最大である。

関連結果

最大部分集合和問題



完全近似スキーム

Fully **P**olynomial-**T**ime
Approximation **S**cheme
 (FPTAS)

[Ibarra and Kim '75]

完全近似スキーム (FPTAS)

任意

極めてよい近似アルゴリズム

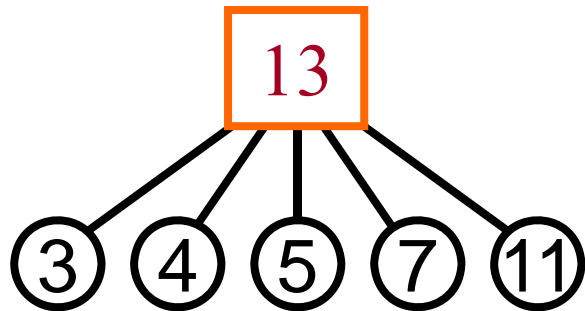
式時間で

$$APPRO > (1 - \epsilon) OPT$$

を満たす近似解 APPRO を見つけるアルゴリズム

関連結果

最大部分集合和問題



最大分割問題
の特殊な場合

一般グラフのクラス
に対し、いい近似
アルゴリズム

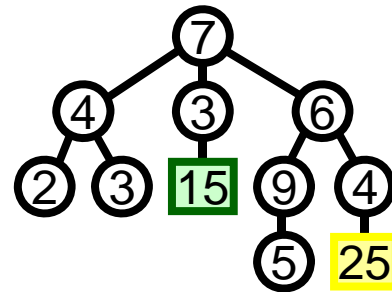
?

完全近似スキーム

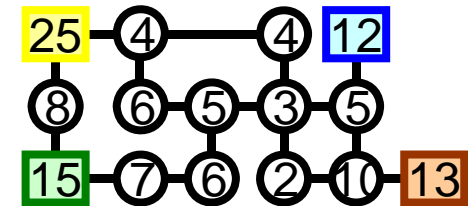
Fully Polynomial-Time
Approximation Scheme
(FPTAS)

[Ibarra and Kim '75]

研究成果



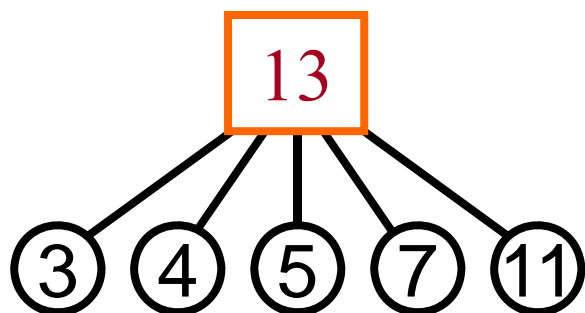
∃ FPTAS



近似困難
MAXSNP-困難

関連結果

最大部分集合和問題



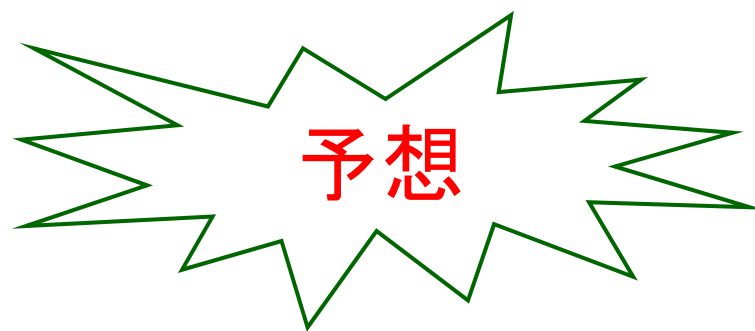
最大分割問題
の特殊な場合

一般グラフのクラス
に対し、いい近似
アルゴリズム ?

完全近似スキーム

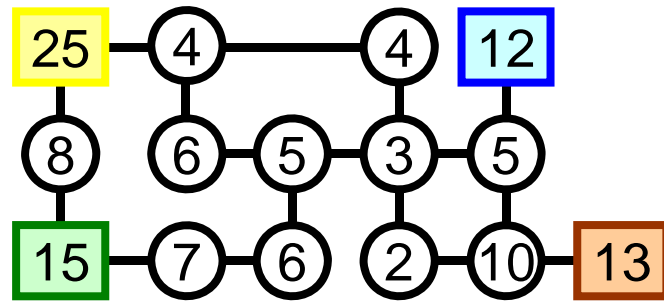
Fully Polynomial-Time
Approximation Scheme
(FPTAS)

[Ibarra and Kim '75]



研究成果 (最大分割問題)

一般のグラフ



(1) MAXSNP-困難 (近似困難)

P=NP ではない限り、
PTASが存在しない

P=NP ではない限り、
FPTASも存在しない

($1/\varepsilon$: 定数)

最大分割を見つけるい
い近似アルゴリズムが
存在しそうもないことを
証明しました。

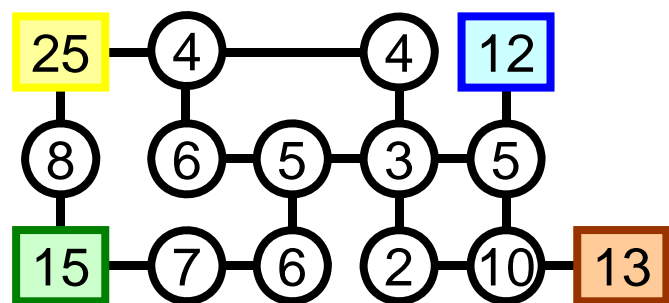
し、 n の多項式時間で

$$\text{APPRO} > (1-\varepsilon) \text{OPT}$$

を満たす近似解 APPRO を見つけるアルゴリズム

研究成果 (最大分割問題)

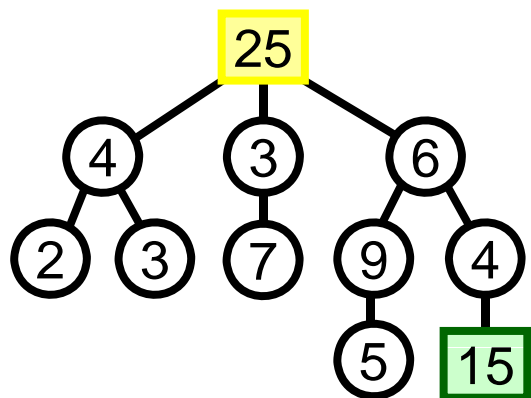
一般のグラフ



(1) MAXSNP-困難
(近似困難)

P=NP ではない限り、
PTASが存在しない

木

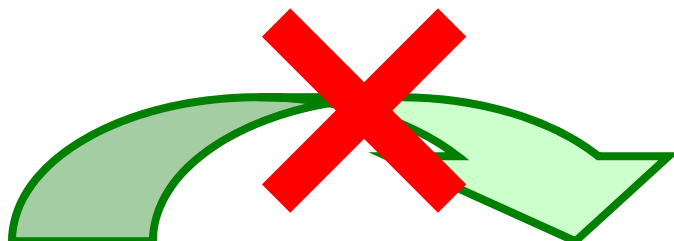


NP-困難

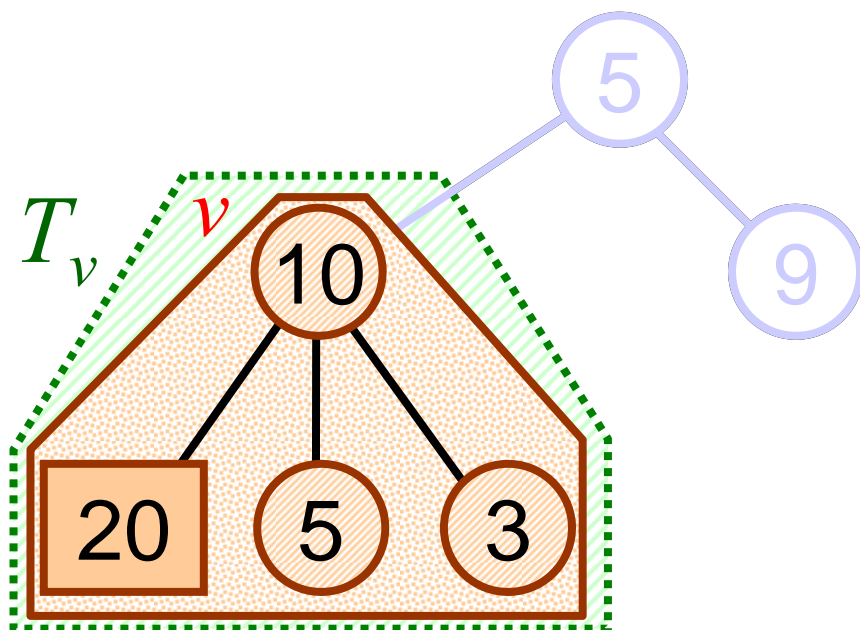
(2) 完全近似スキーム
FPTAS

(2) 完全近似スキーム (FPTAS)

木 T

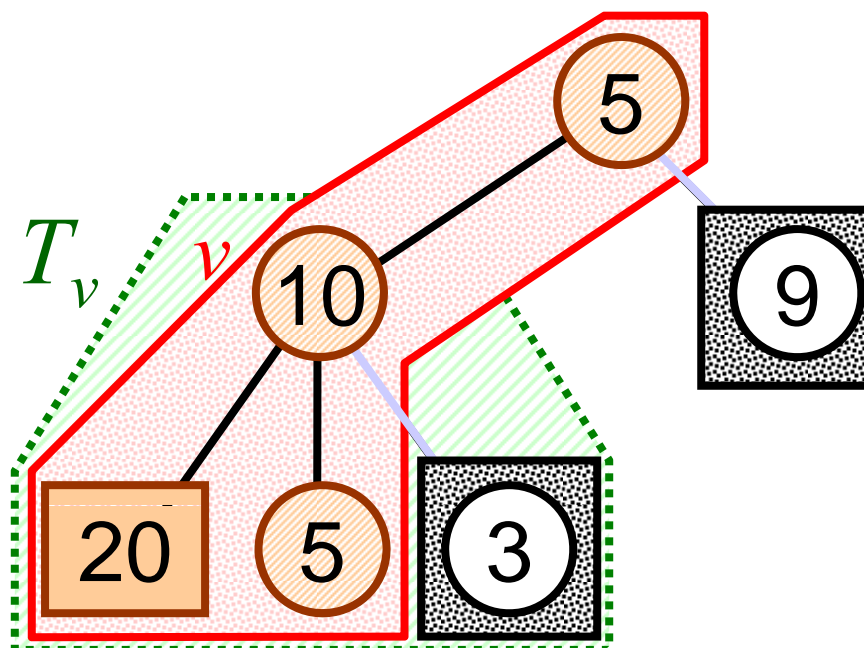


部分木 T_v の最適な分割



充足量 = 18

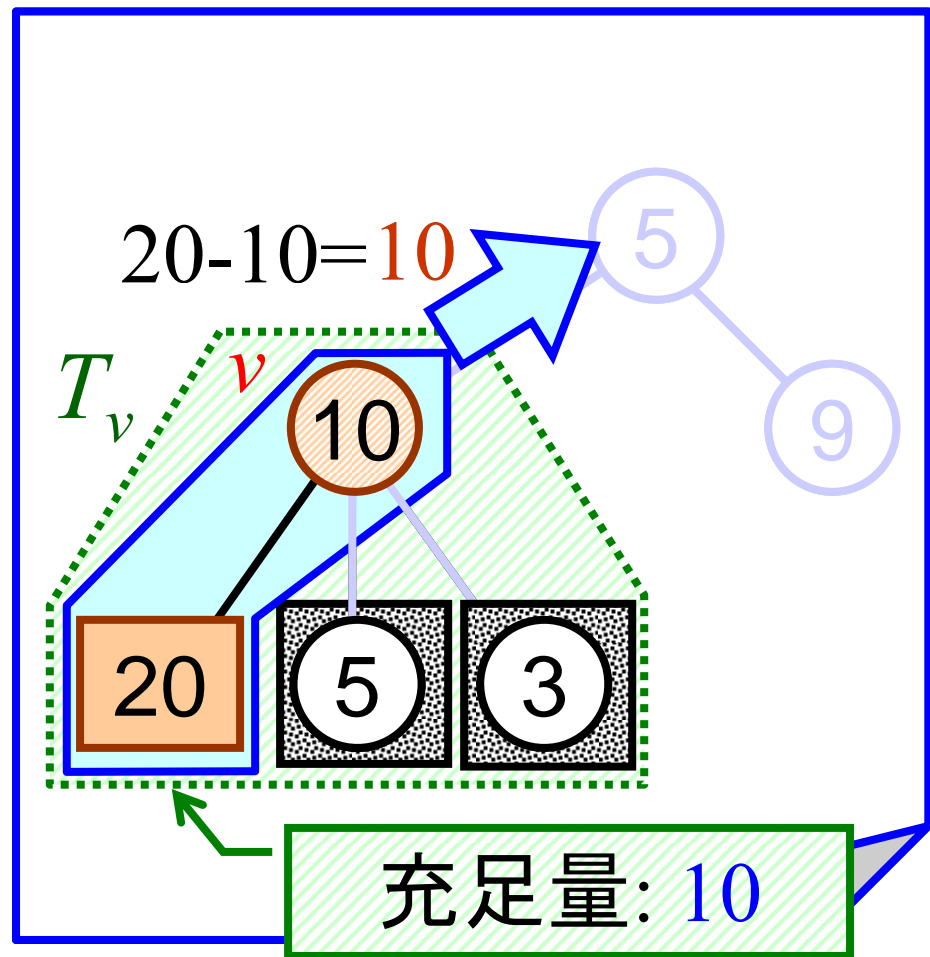
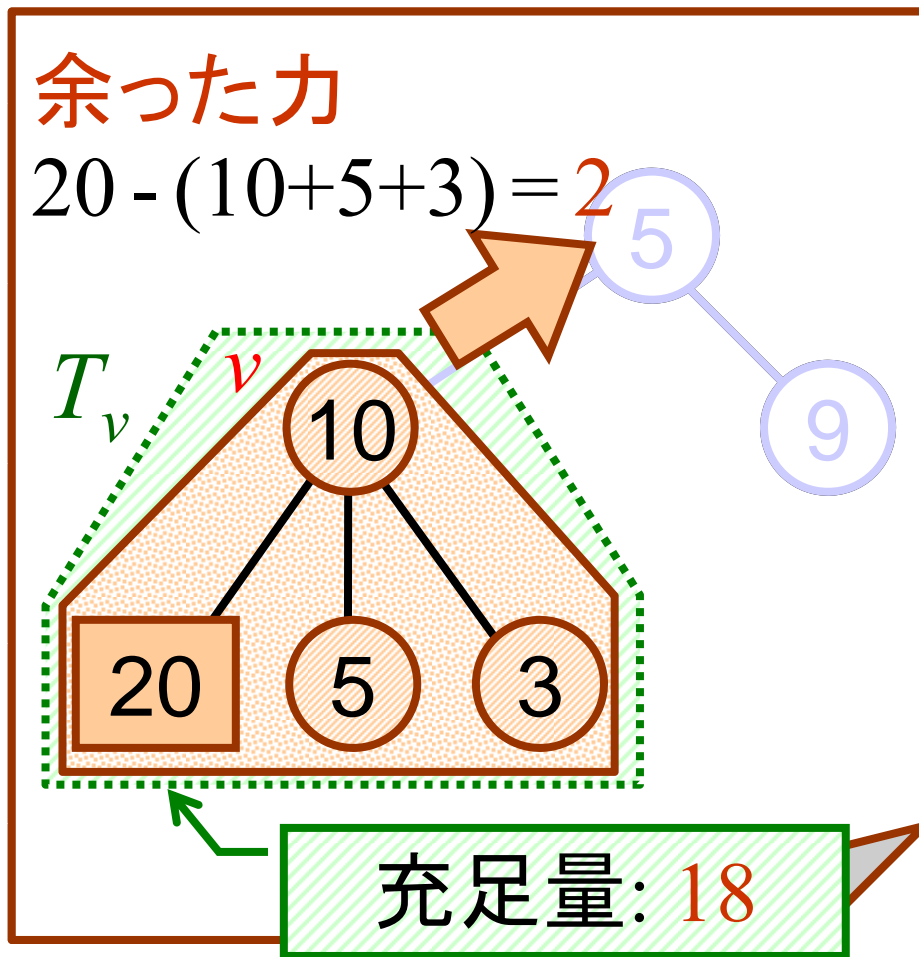
木 T の最適な分割



充足量 = 20

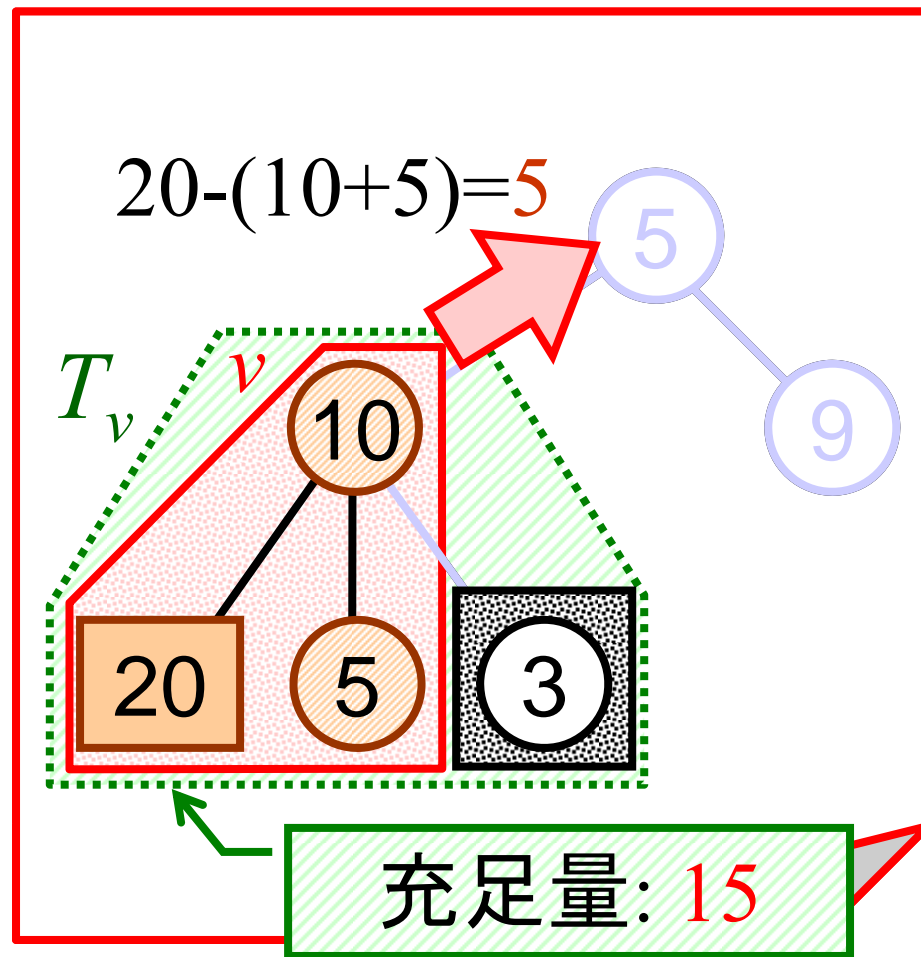
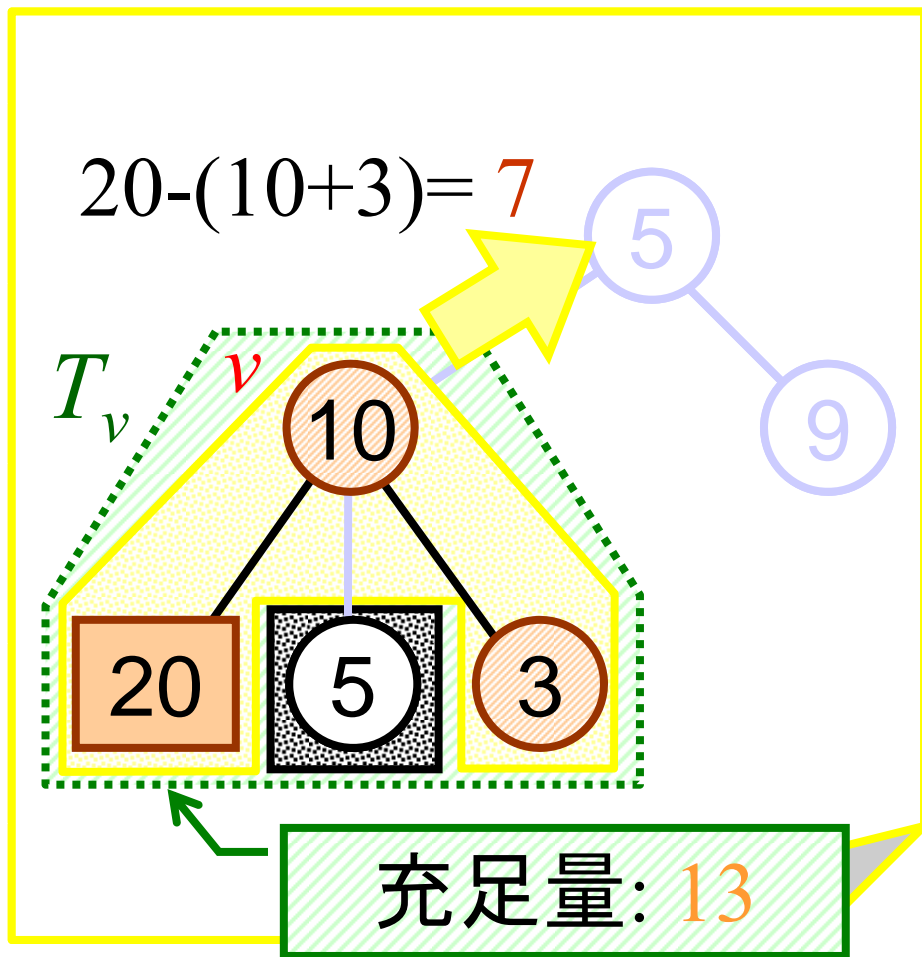
(2)完全近似スキーム (FPTAS)

動的計画法

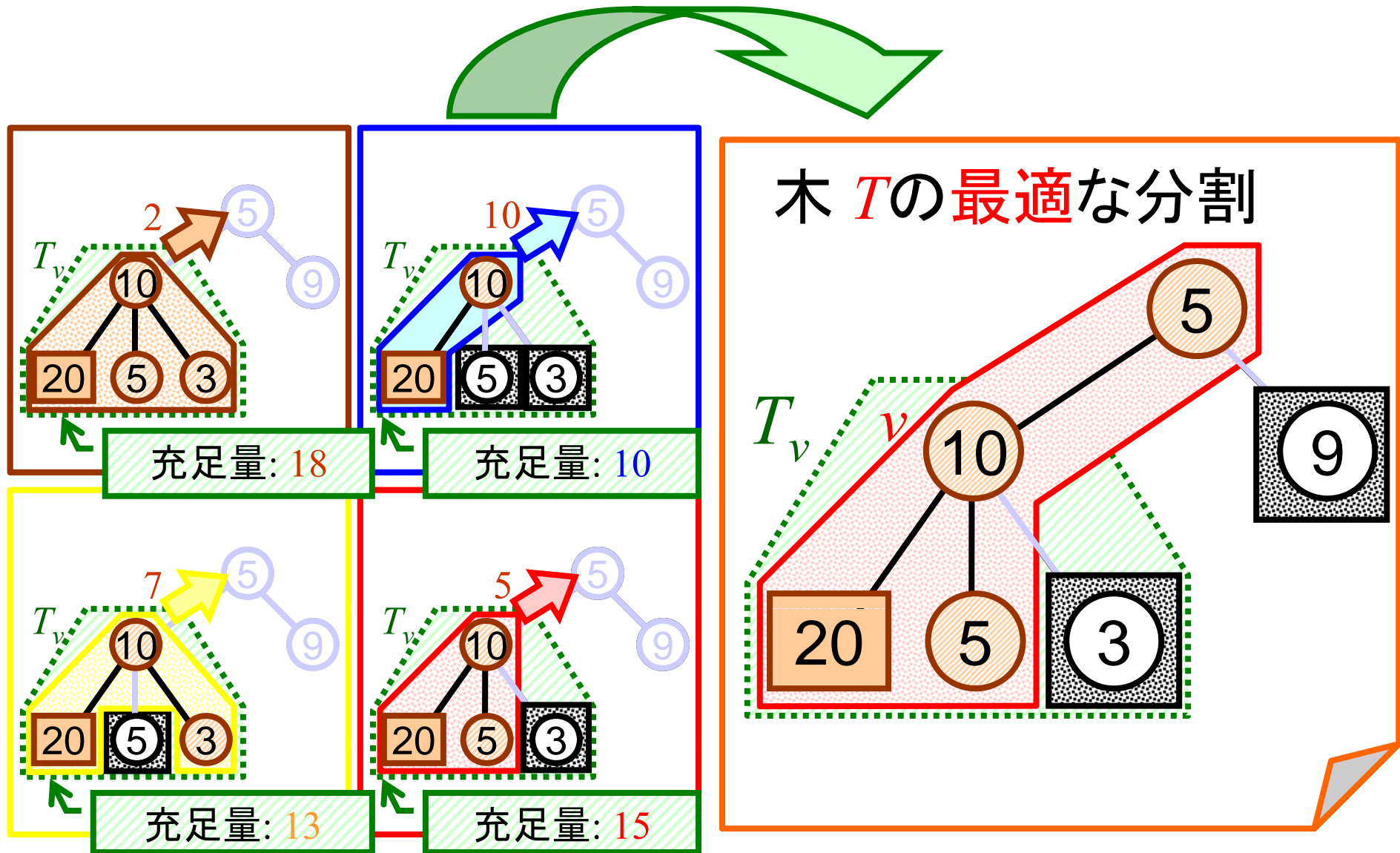


(2)完全近似スキーム (FPTAS)

動的計画法



(2)完全近似スキーム (FPTAS)

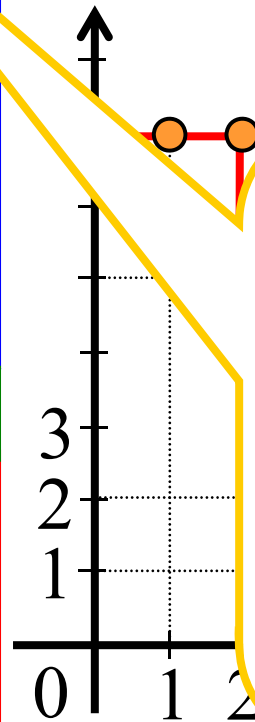
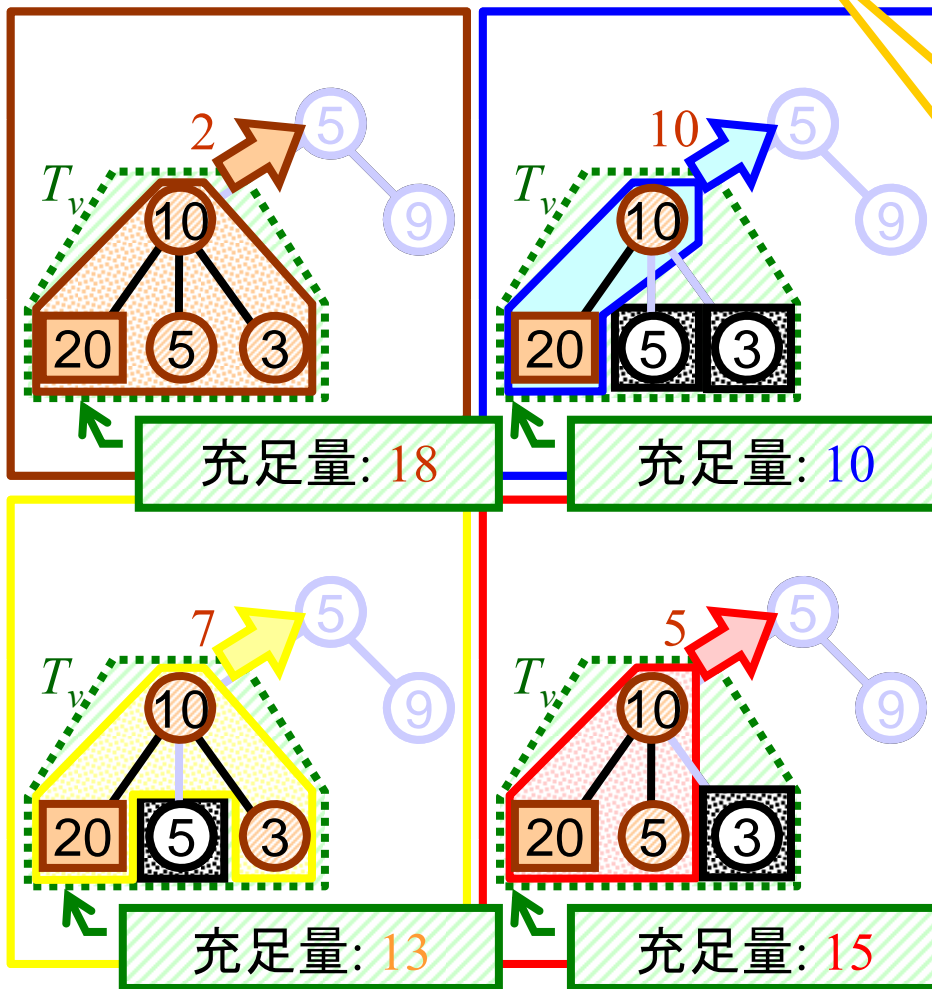


(2)完全近似スキーム (FPTAS)

動的計画法

FPTASのアイデア

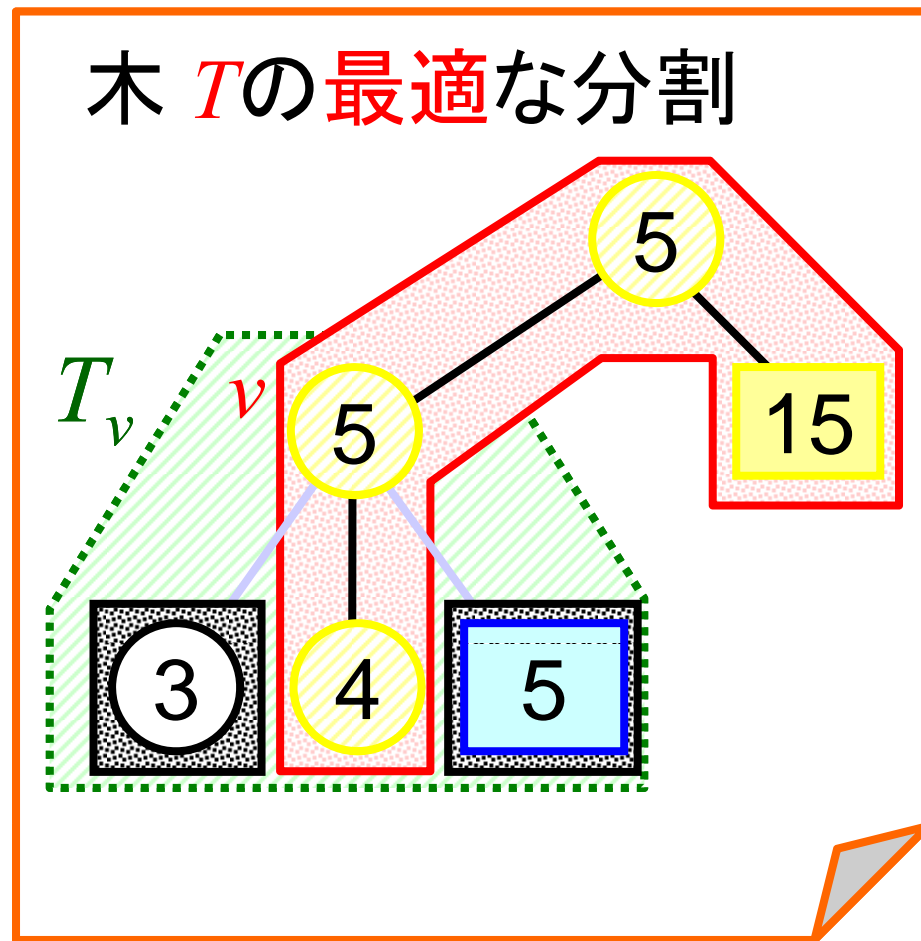
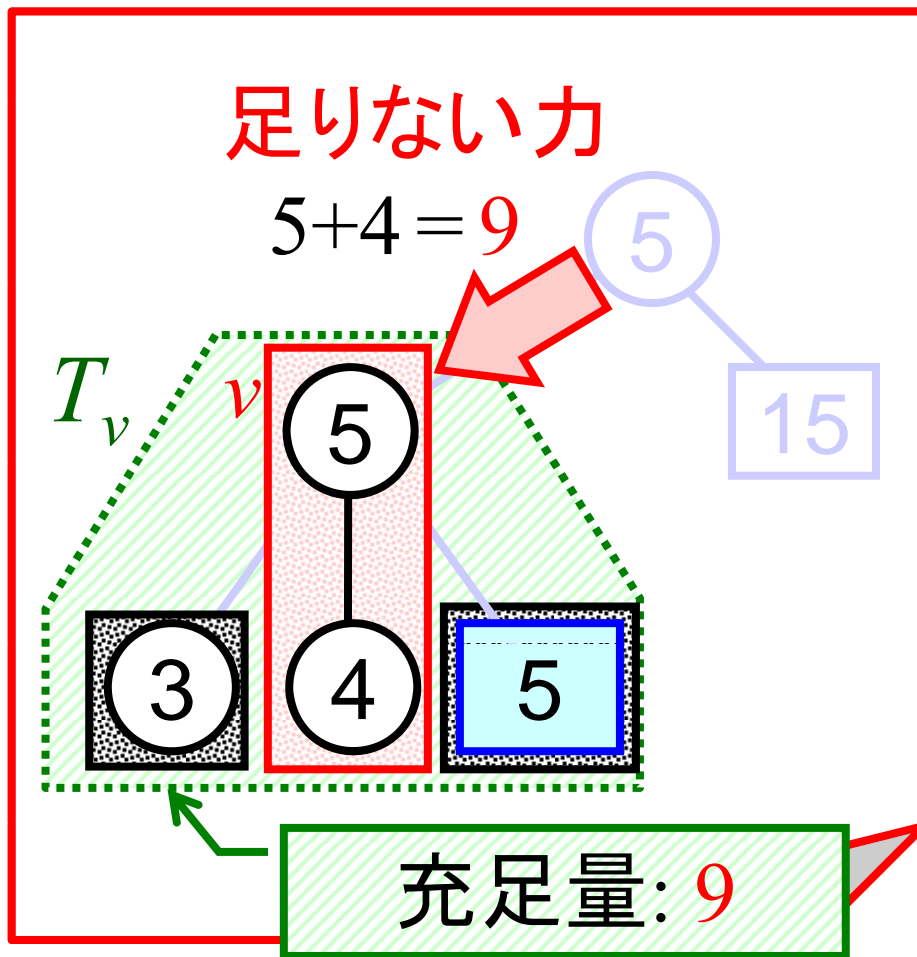
余った電力量



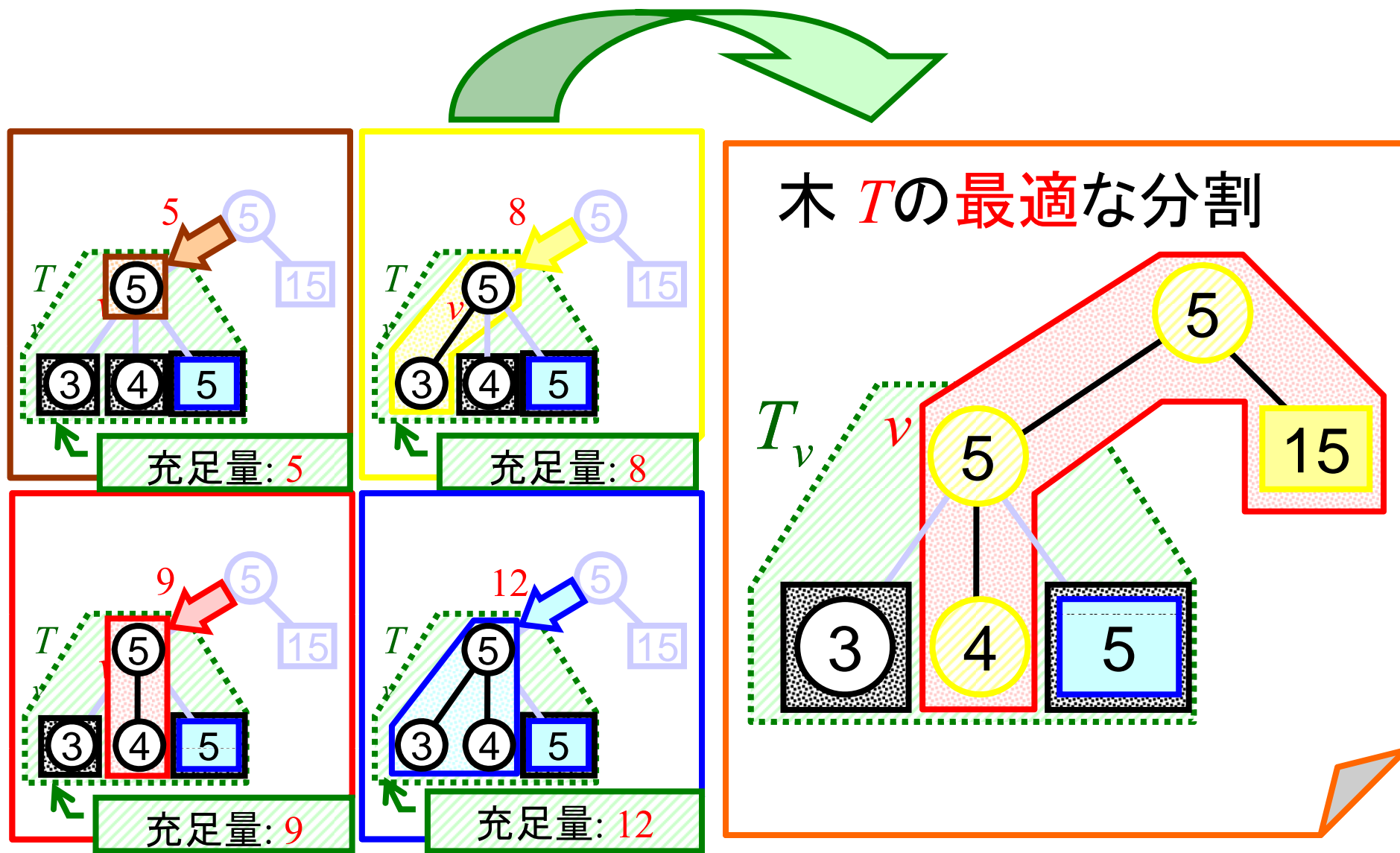
各充足量の値ごとに根から外側に供給できる最大電力量を計算する

F points

(2)完全近似スキーム (FPTAS)



(2)完全近似スキーム (FPTAS)

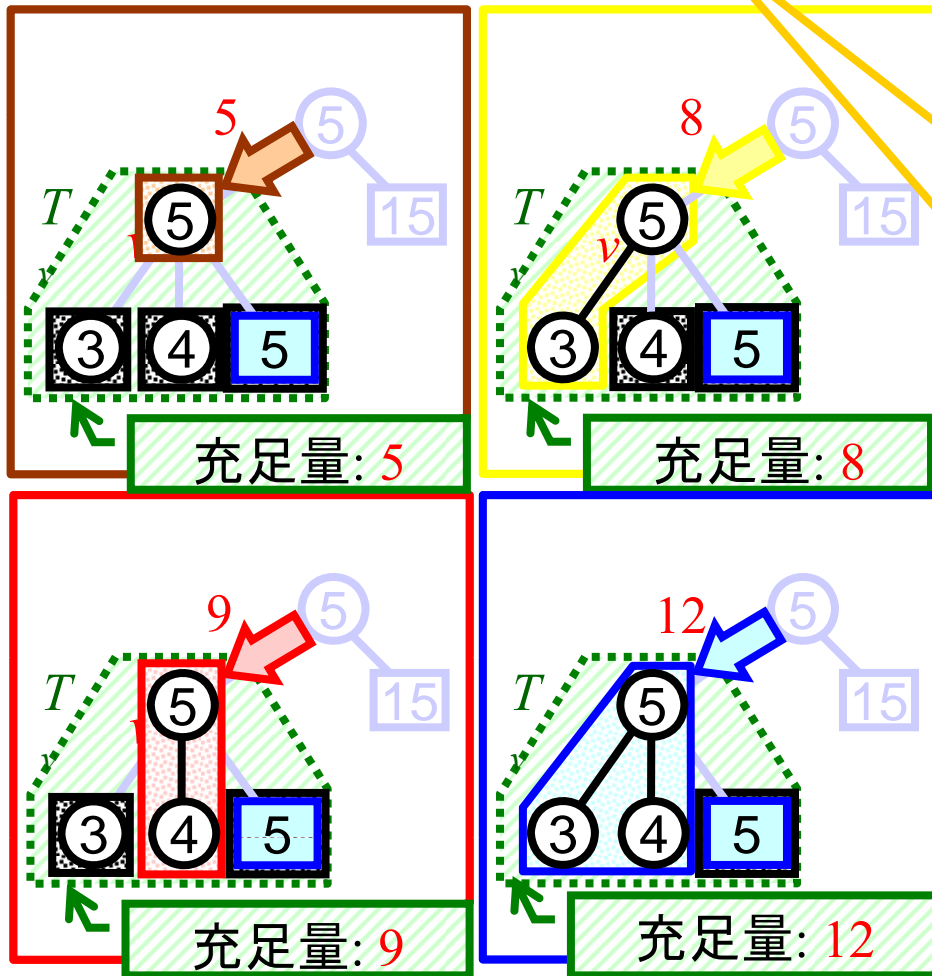


(2)完全近似スキーム (FPTAS)

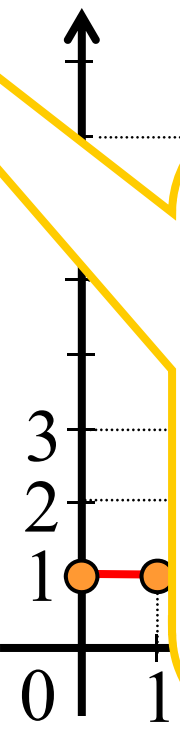
動的計画法

FPTASのアイデア

足りない電力量



各充足量の値ごとにその充足量を達成するために外側からもらわないといけない最小電力量を計算する

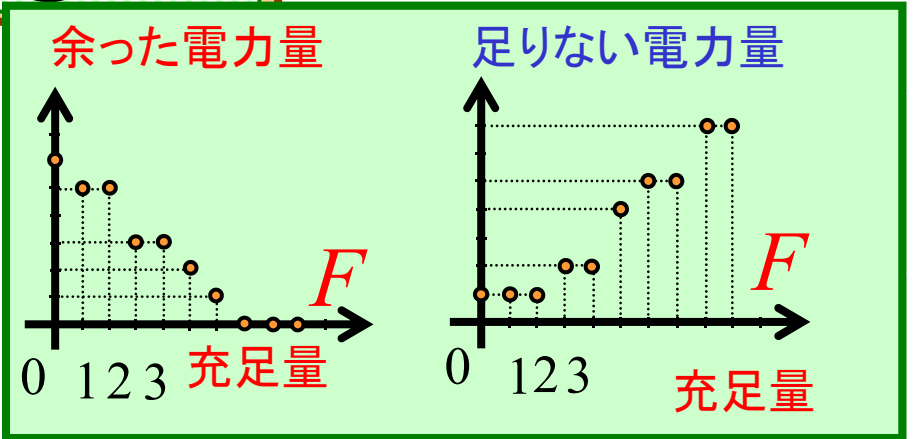
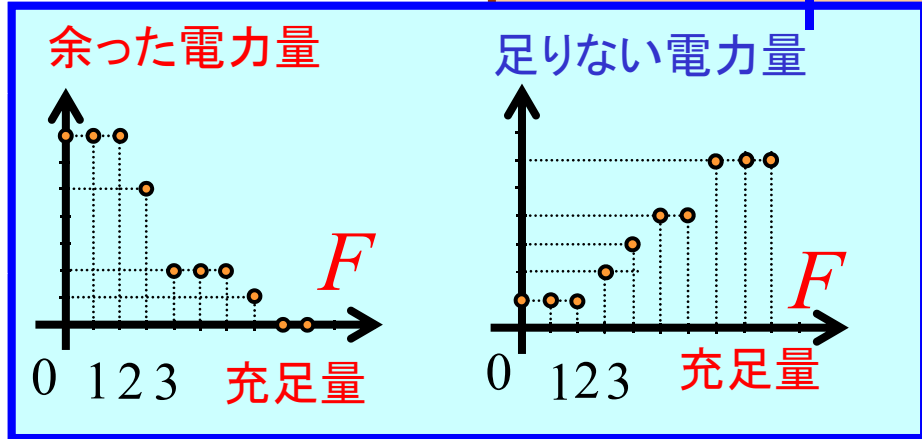
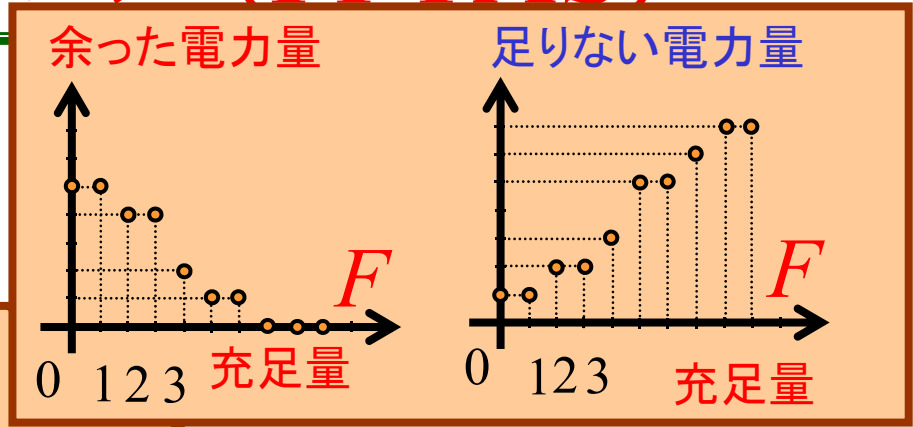
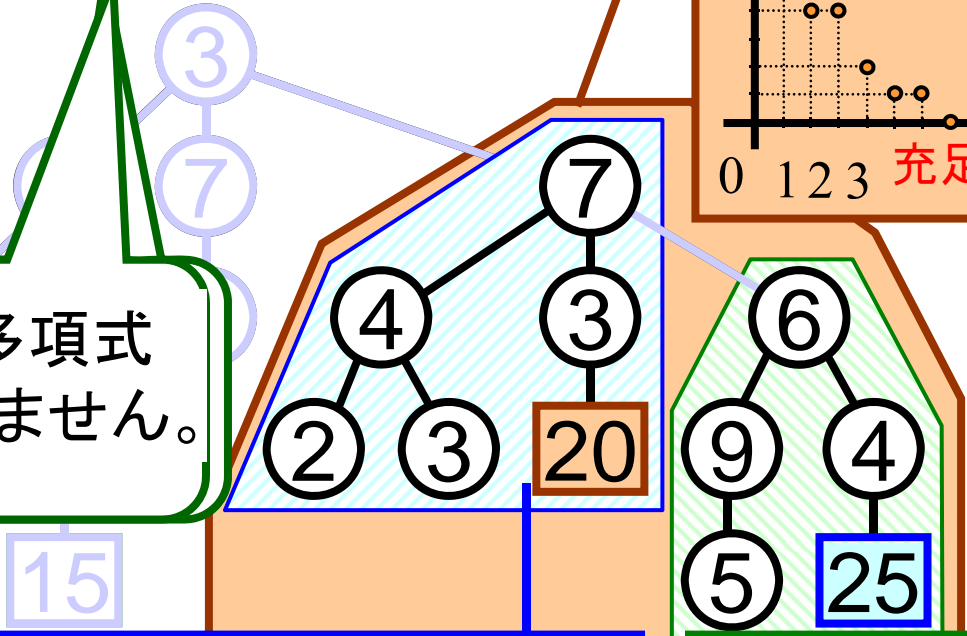


F points

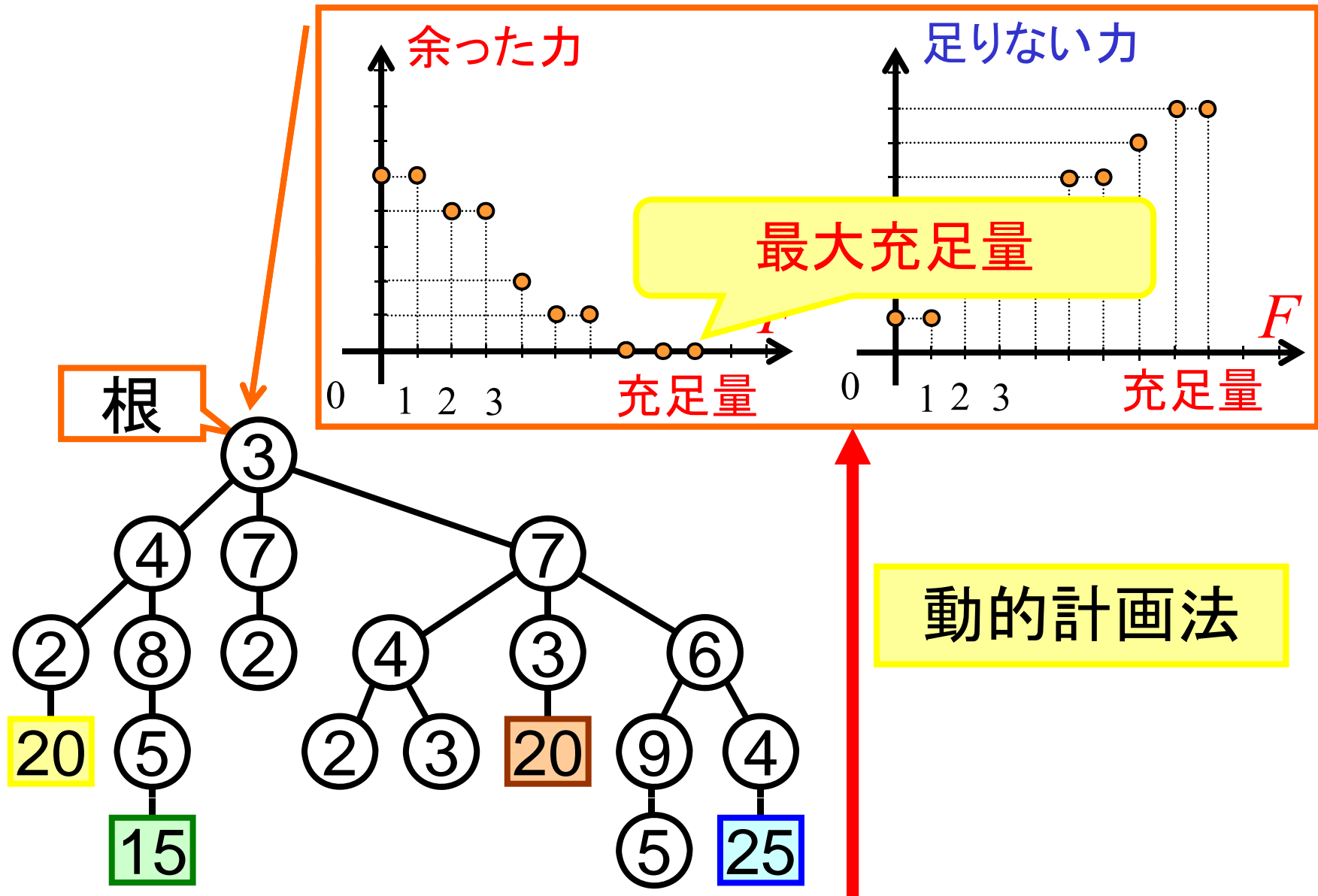
(2)完全近似スキーム (FPTAS)

全体で $O(F^2n)$ 時間

F が n の多項式とは限りません。

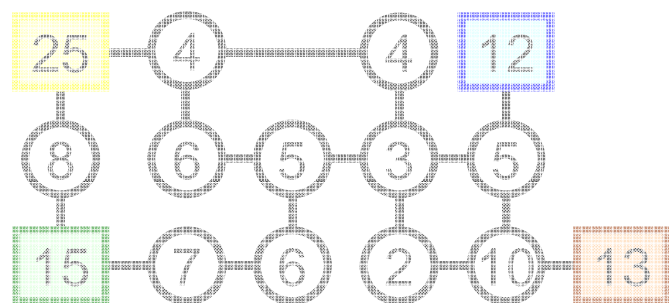


(2)完全近似スキーム (FPTAS)



研究成果 (最大分割問題)

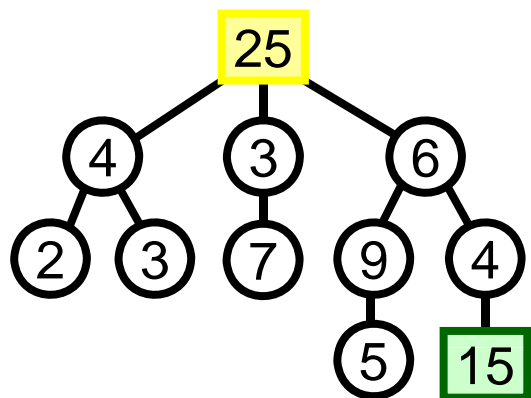
一般のグラフ



(1) MAXSNP-困難
(近似困難)

P=NP ではない限り、
PTASが存在しない

木



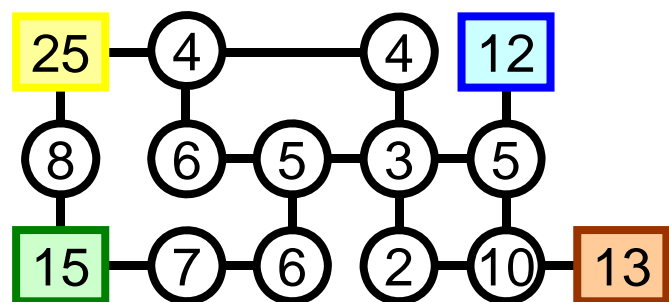
NP-困難

(2) 完全近似スキーム
FPTAS

研究成果 (最大分割問題)

直並列グラフ

(3) 擬多項式時間



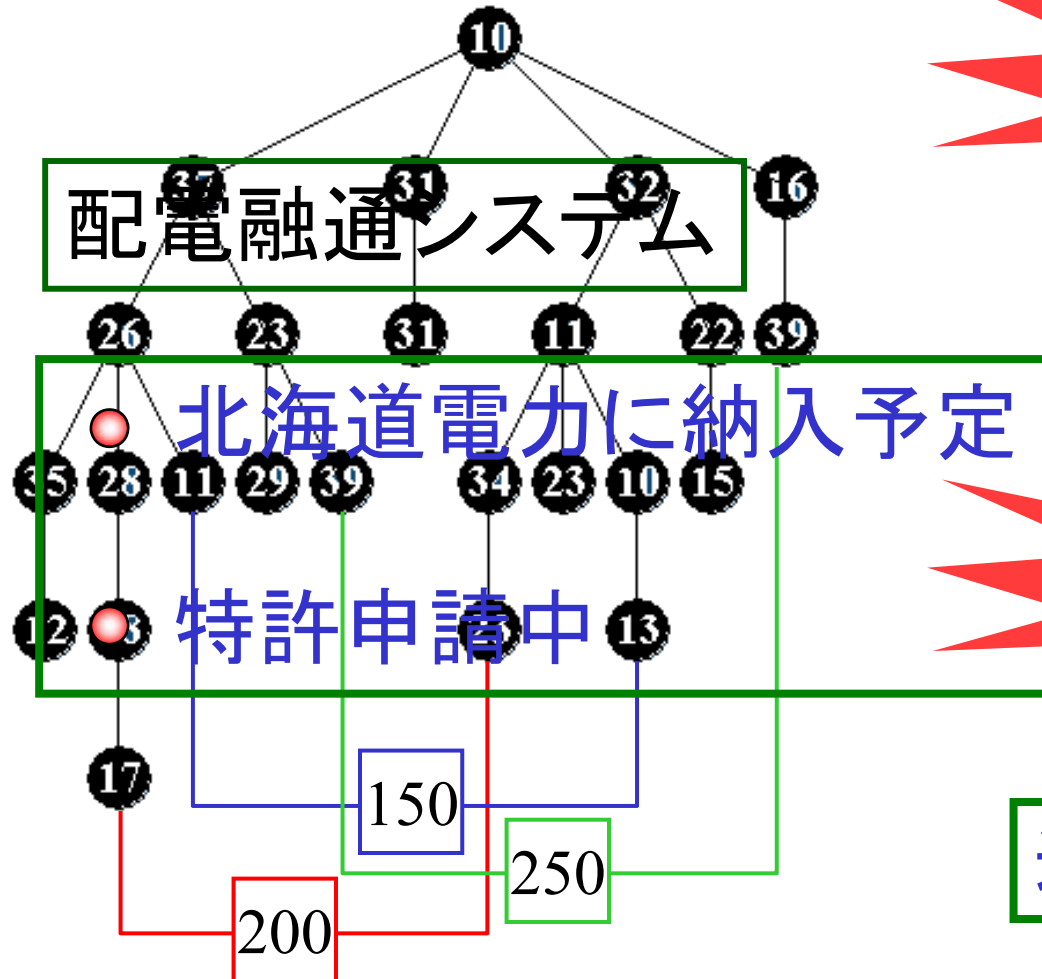
研究成果(最大分割問題)



明電舎との共同研究

環境
AMD Opteron Processor
252 (2.6GHz) × 2

地方都市規模の電力網



約1時間

開発した
近似方法

1秒以内

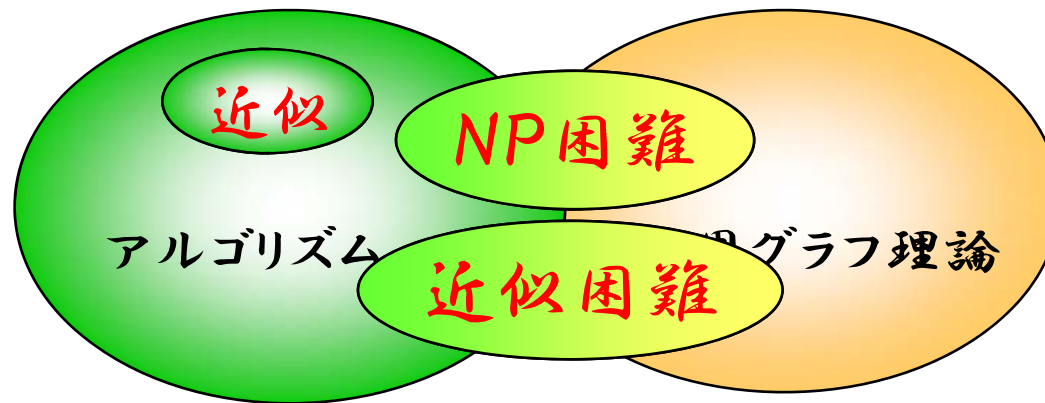
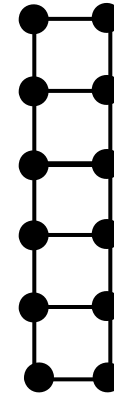
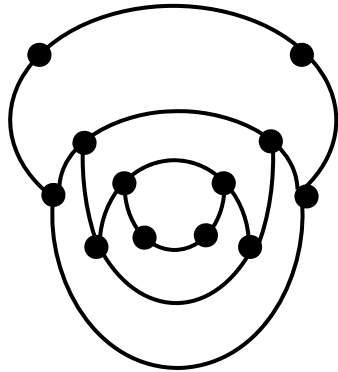
近似率: 98%以上

主な研究テーマの紹介

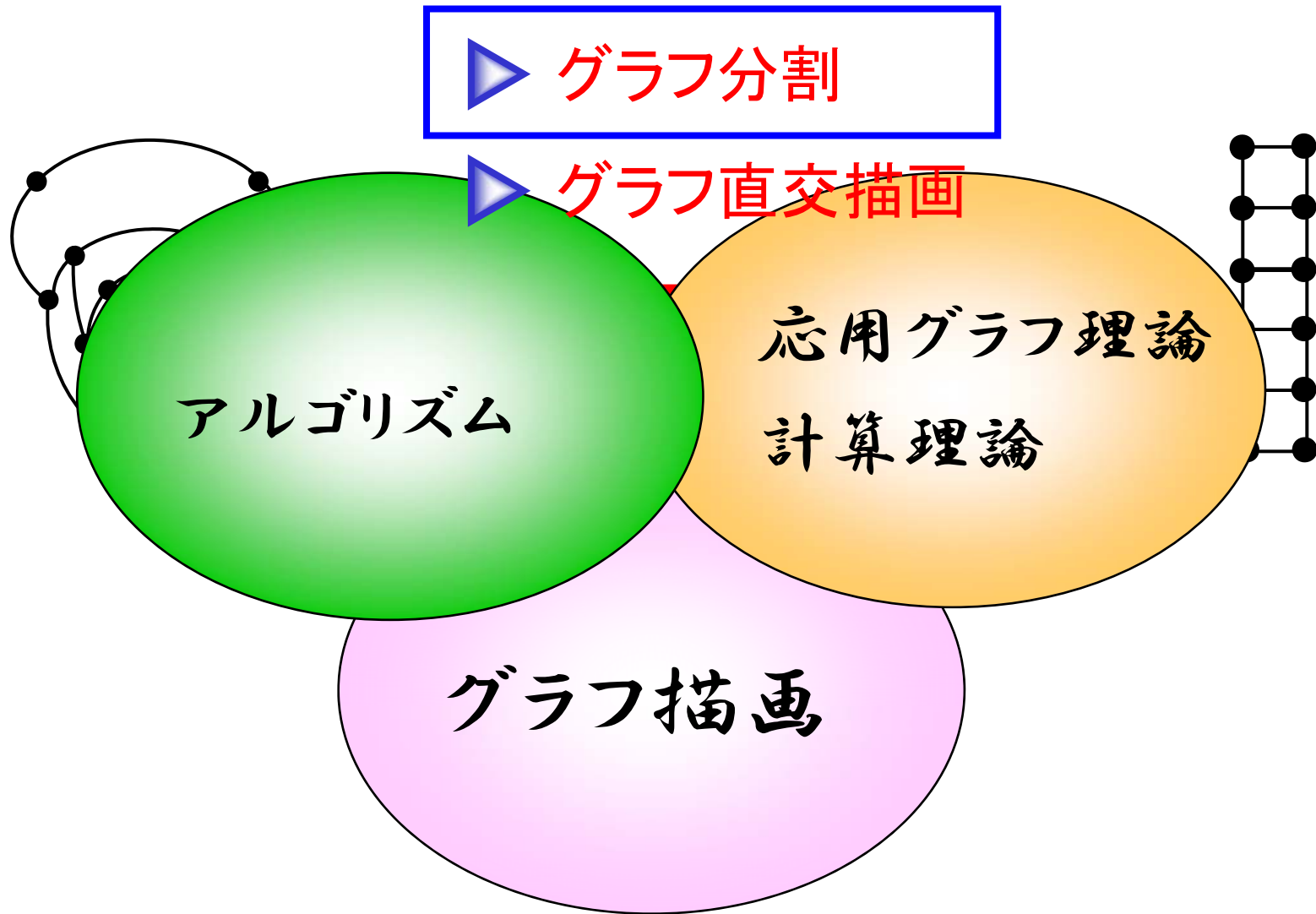
▶ グラフ分割

▶ グラフ直交描画

▶ 直交描画 彩色



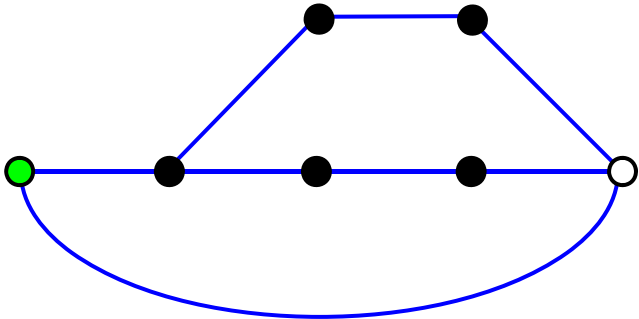
以下の3つの主な研究テーマ



直交描画

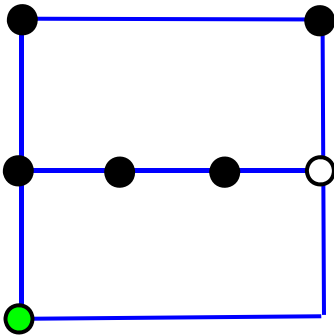
辺の交差がないように、辺を水平線分や垂直線分の折れ線で描く

入力



平面グラフ

出力

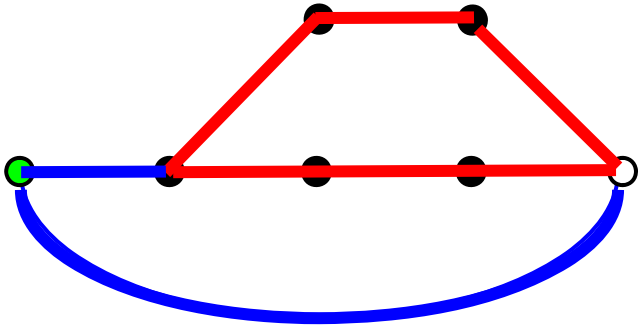


直交描画

直交描画

辺の交差がないように、辺を水平線分や垂直線分の折れ線で描く

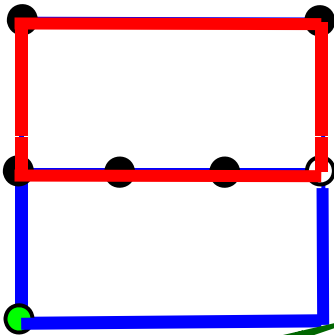
入力



平面グラフ

出力

折れ曲り: 1



直交描画

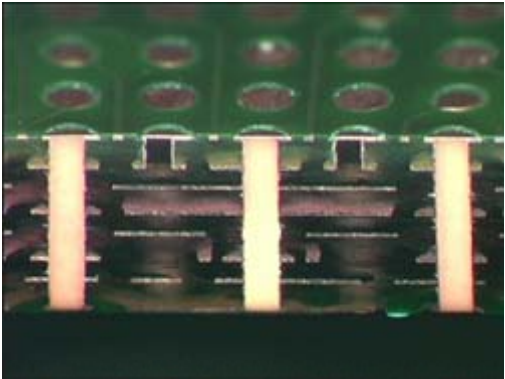
折れ曲り

直交描画

辺の**交差**がないように、辺を**水平**線分や**垂直**線分の列で描く

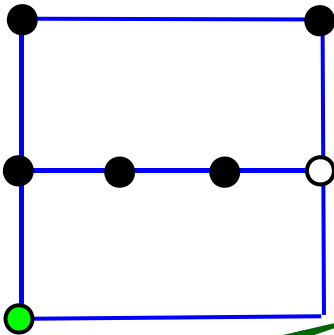
VLSI 設計

折れ曲り ↔ ビアホール
スルーホール



出力

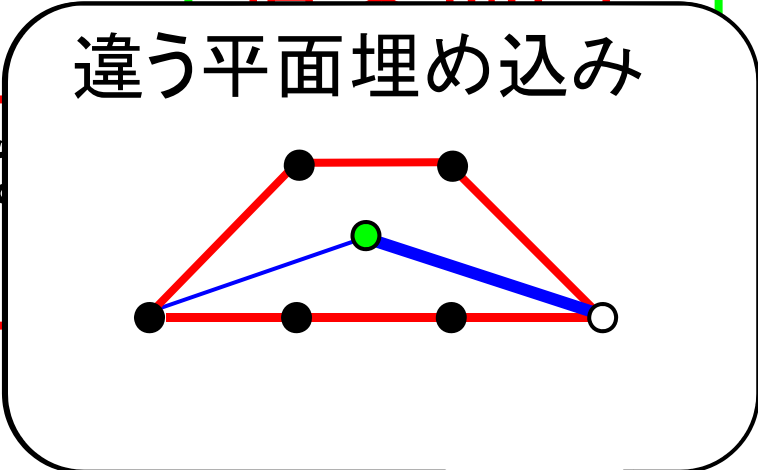
折れ曲り: 1



直交描画

折れ曲り

直交描画

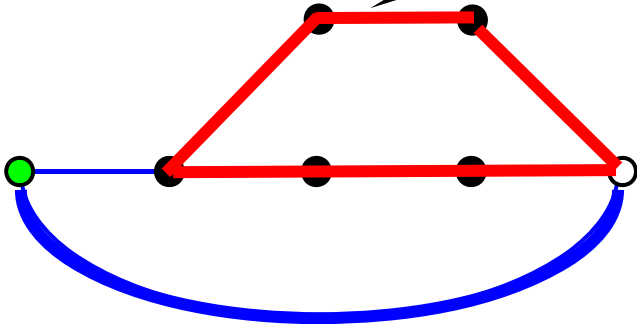


辺の交差がない
の列で描く

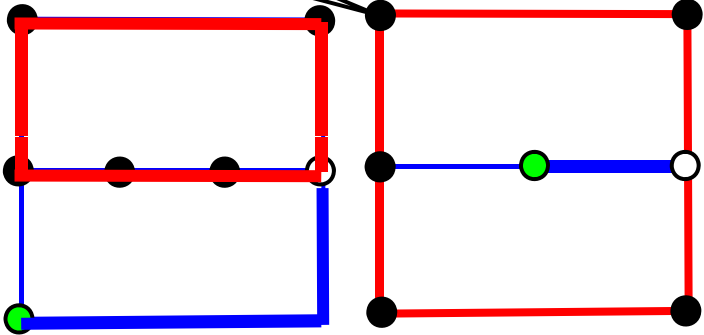
水平線や垂直線分

入力

折れ曲り: 0



平面グラフ



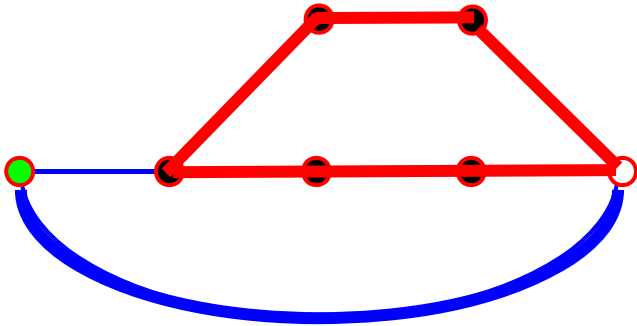
直交描画

直交描画

問題

辺の交差がないように、辺を水平線分や垂直線分の列で描く

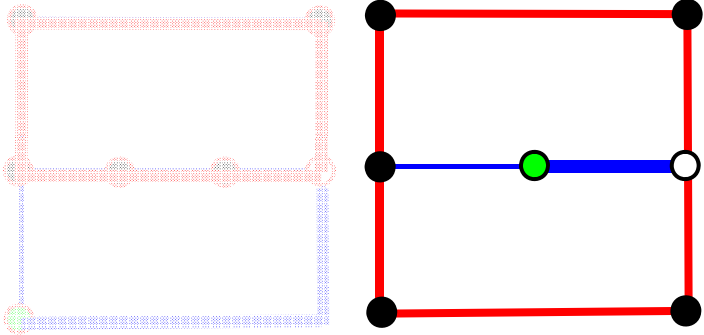
入力



平面グラフ

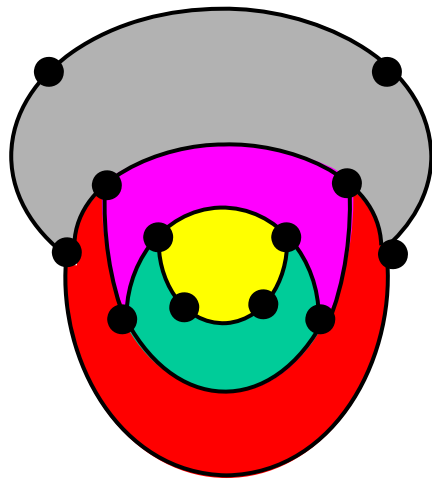
出力

折れ曲り: 最小



直交描画

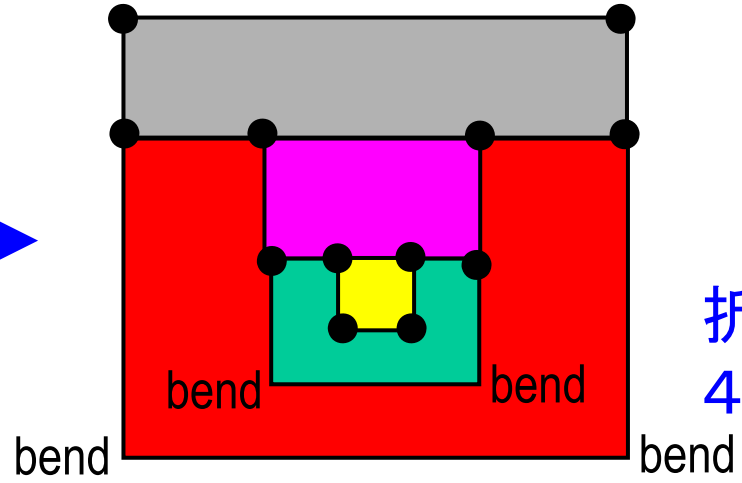
例



描画



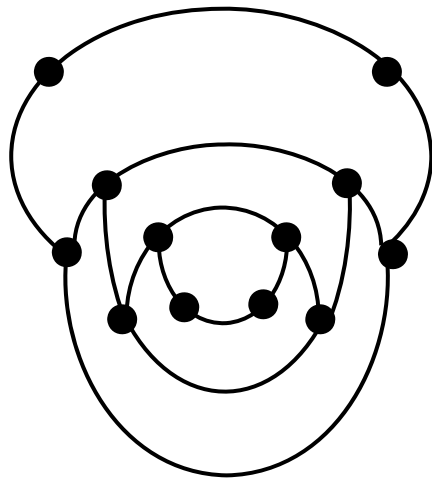
直交描画



折れ曲り数:

4

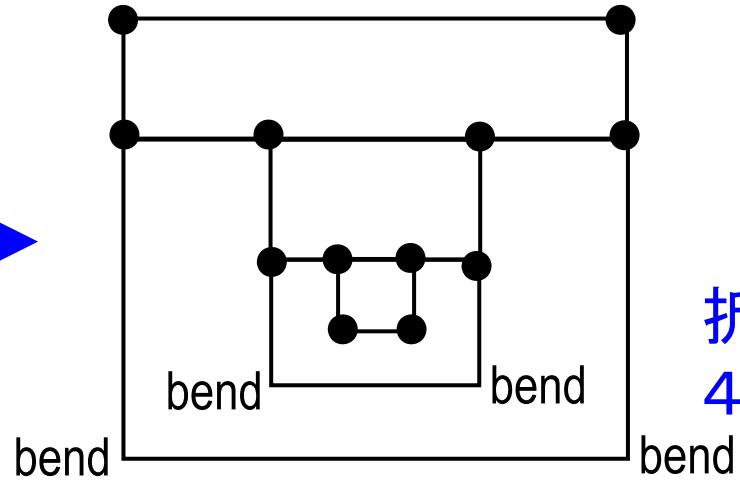
例



描画



直交描画

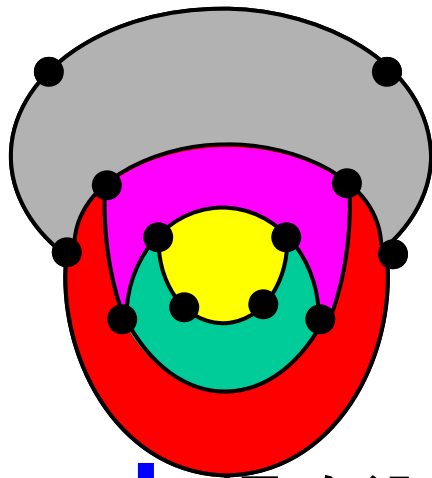


折れ曲り数:
4

折れ曲り数: 最小?

No

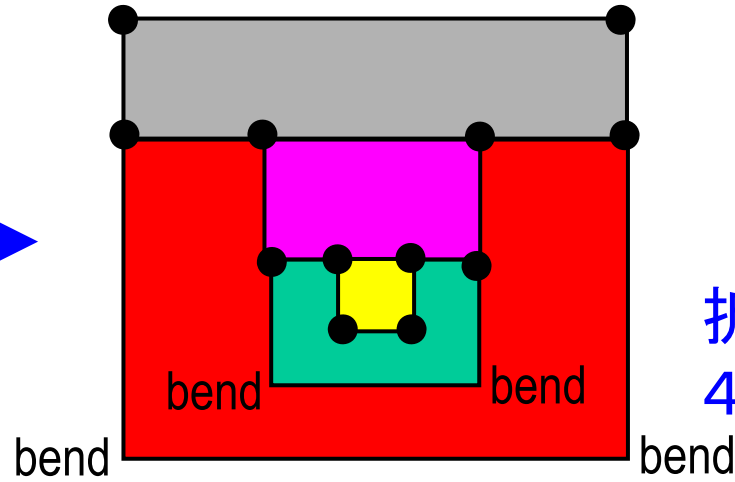
例



描画



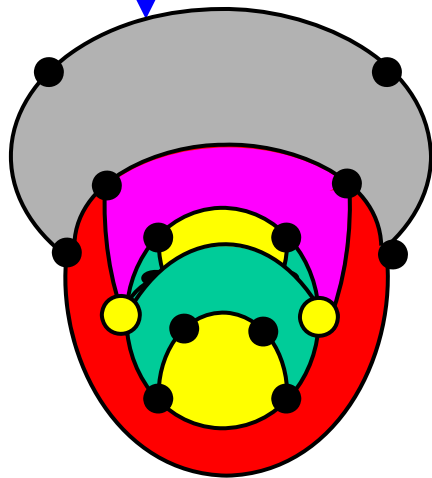
直交描画



折れ曲り数:
4



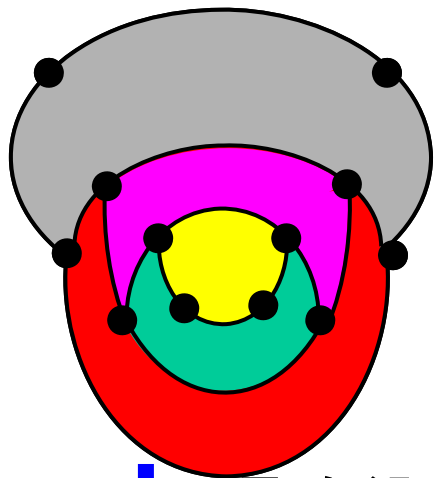
埋め込み



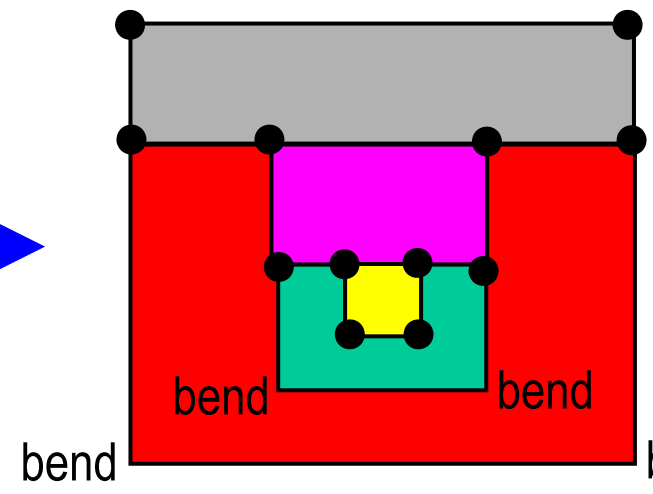
反転

例

直交描画

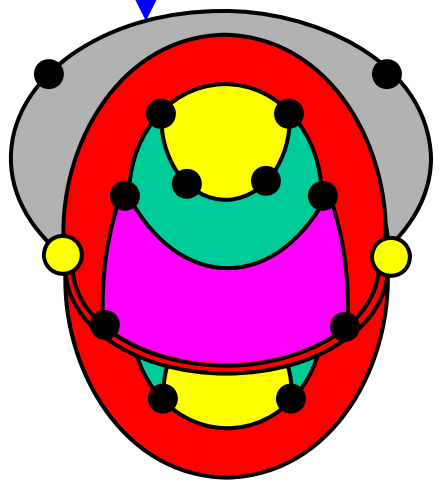


描画



折れ曲り数:
4

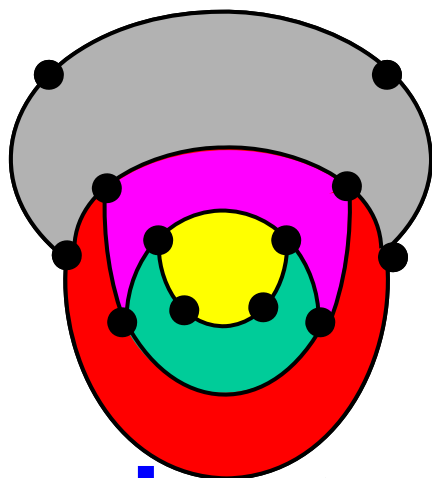
埋め込み



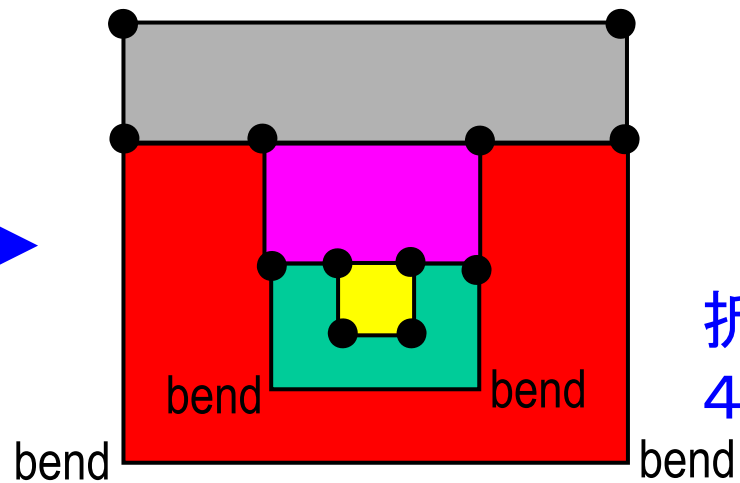
反転

例

直交描画



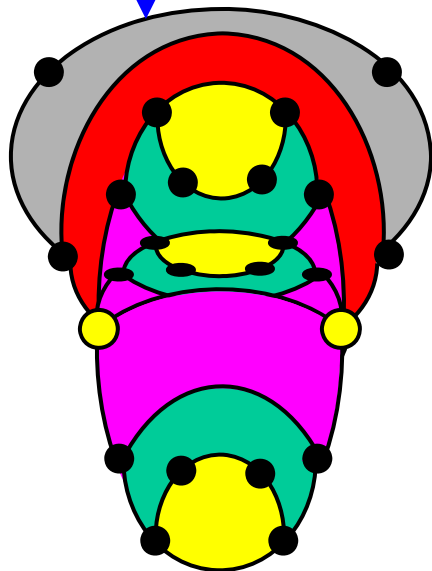
描画



折れ曲り数:
4



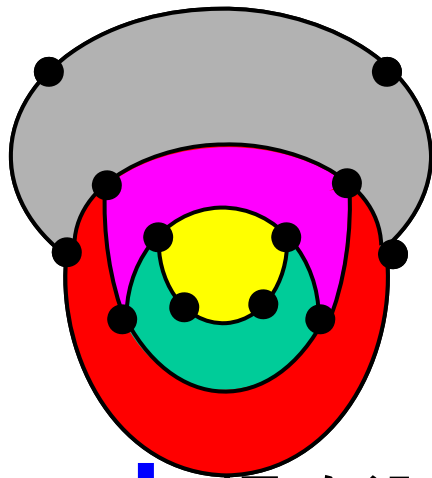
埋め込み



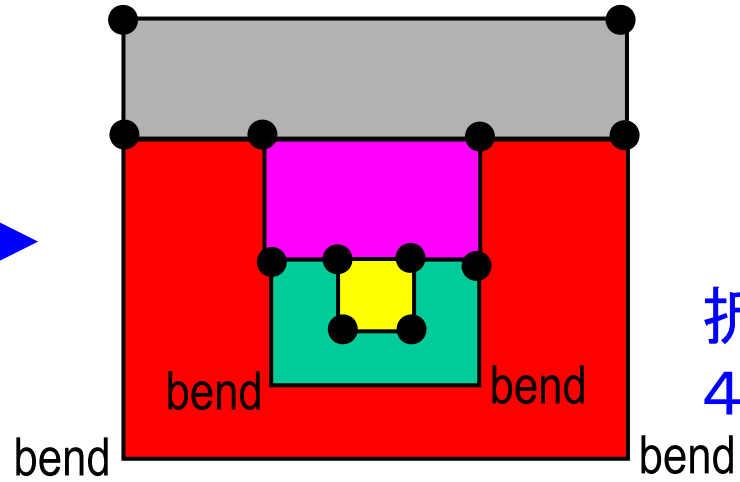
反転

例

直交描画

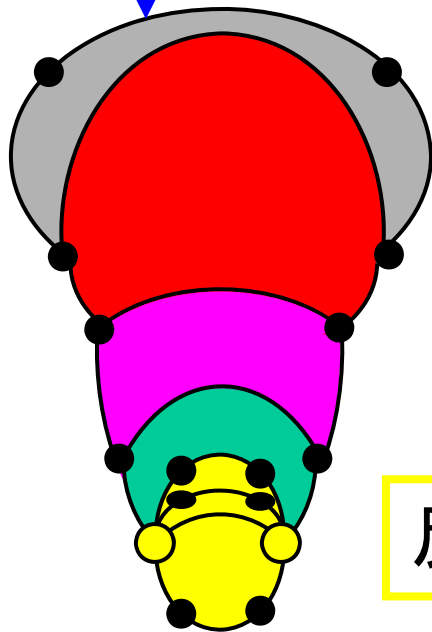


描画



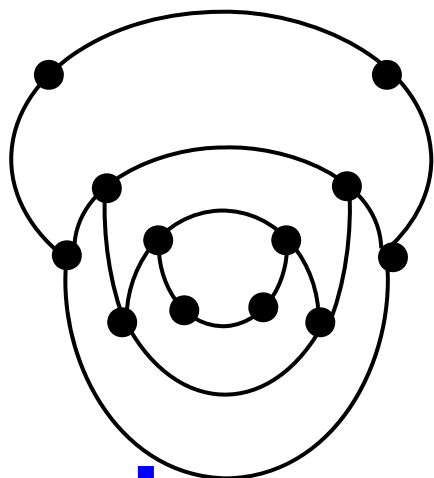
折れ曲り数:
4

埋め込み

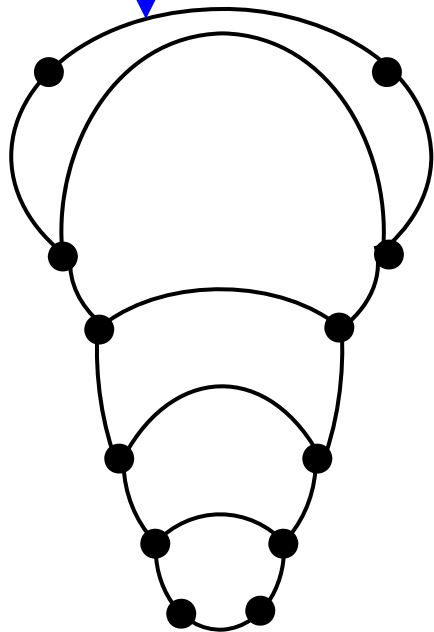


反転

例



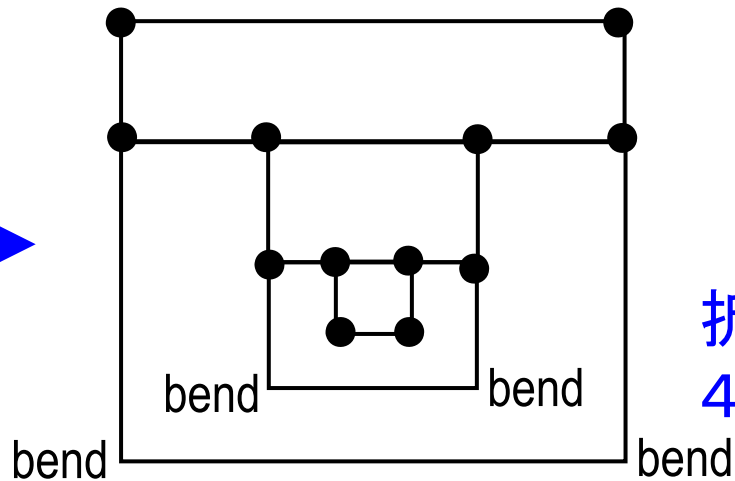
埋め込み



描画

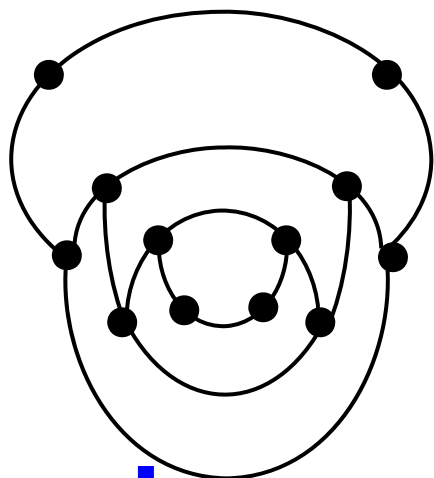


直交描画



折れ曲り数:
4

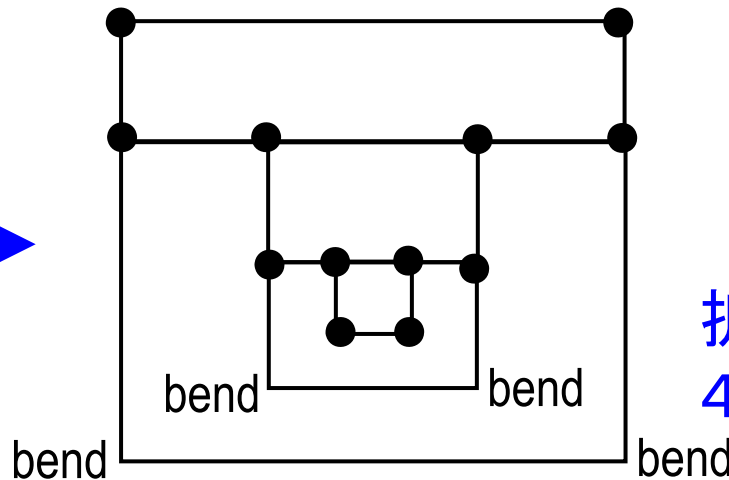
例



描画

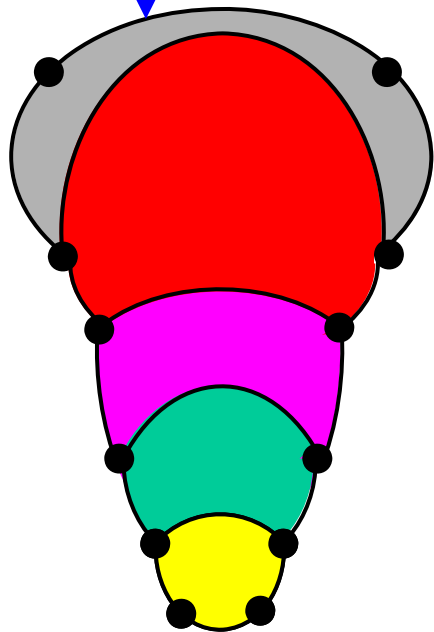


直交描画

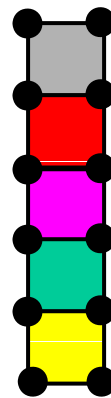


折れ曲り数:
4

埋め込み



描画



折れ曲り数: 0

最適

既知の結果 (直交描画問題)

直並列グラフに対して

$\Delta \leq 4$ のとき, $O(n^4)$ time D. Battista, *et al.* 1998

$\Delta \leq 3$ のとき, $O(n^3)$ time D. Battista, *et al.* 1998

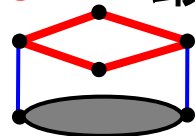
直並列グラフに対し

$\Delta \leq 3$ のとき, $O(n)$ 時間 ?

アルゴリズム(G)

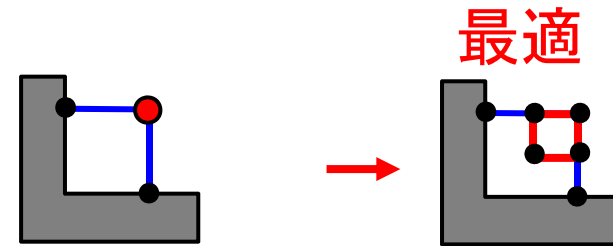
入力グラフ G : 最大次数 $\Delta \leq 3$ の直並列グラフ.

If \exists 菱形

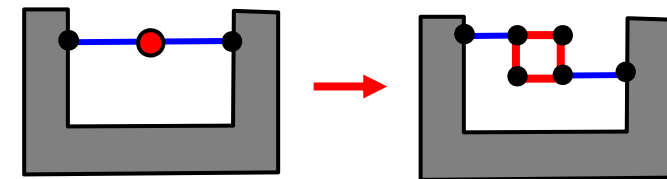


Then アルゴリズム(),

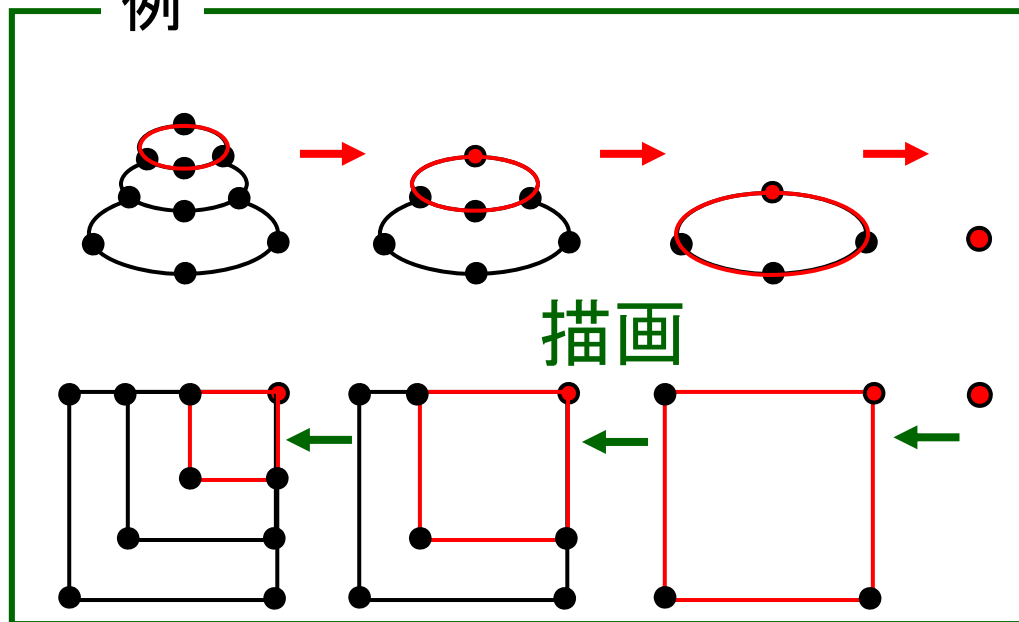
見つける



最適



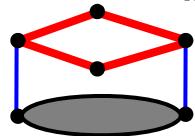
例



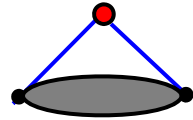
→ アルゴリズム(G)

入力グラフ G : 最大次数 $\Delta \leq 3$ の直並列グラフ.

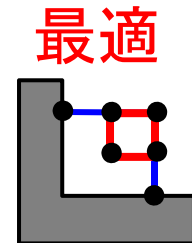
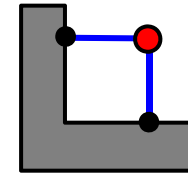
If \exists 菱形



Then アルゴリズム(\triangle),



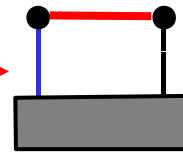
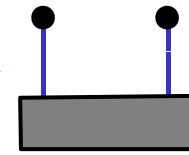
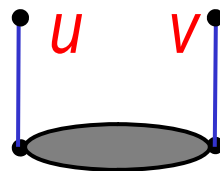
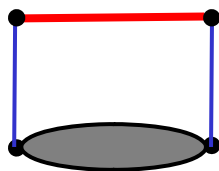
見つける



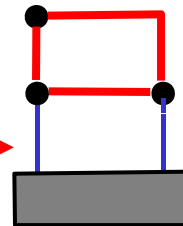
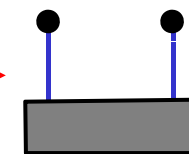
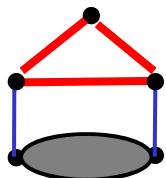
Else If \exists 互いに隣接している次数2の2点 u, v

Then u

v



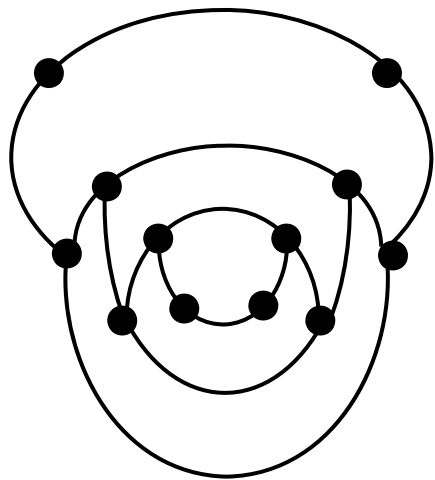
Else \exists 三角形 K_3 .



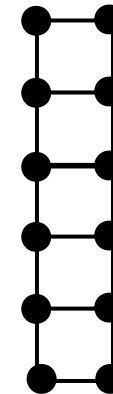
研究成果 (直交描画問題)

直並列グラフに対し

$\Delta \leq 3$ のとき, $O(n)$ 時間

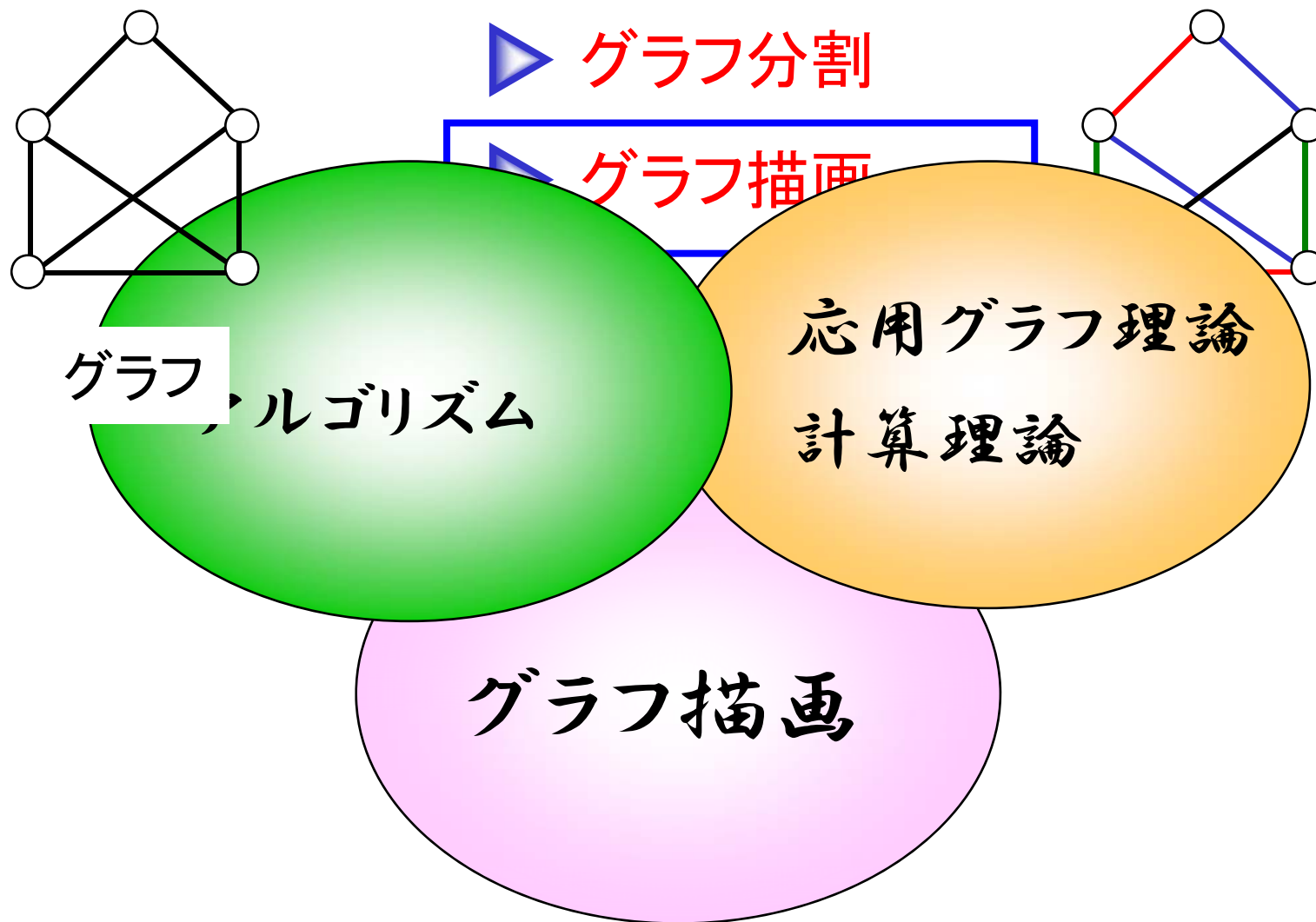


直並列グラフ



直交描画

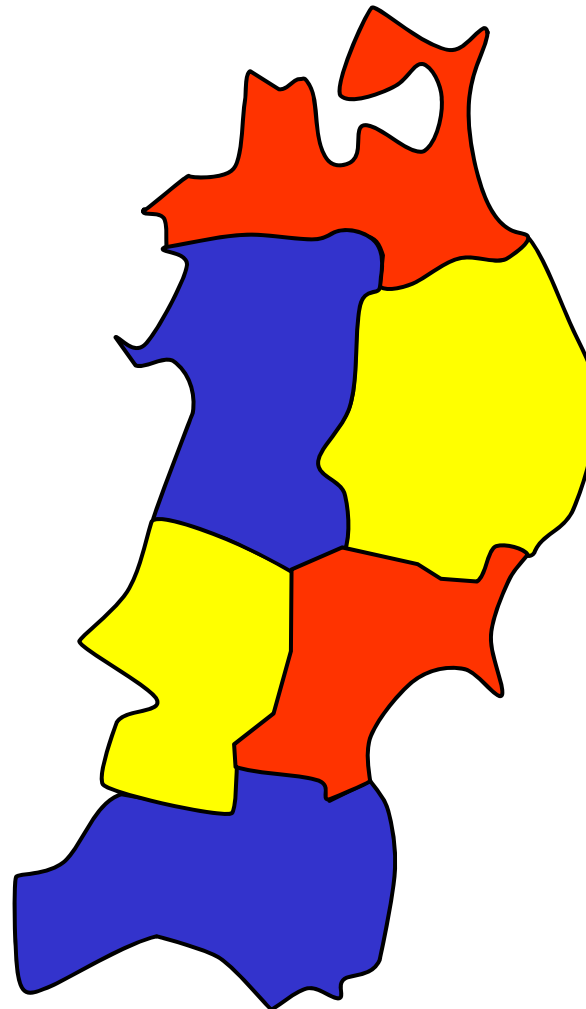
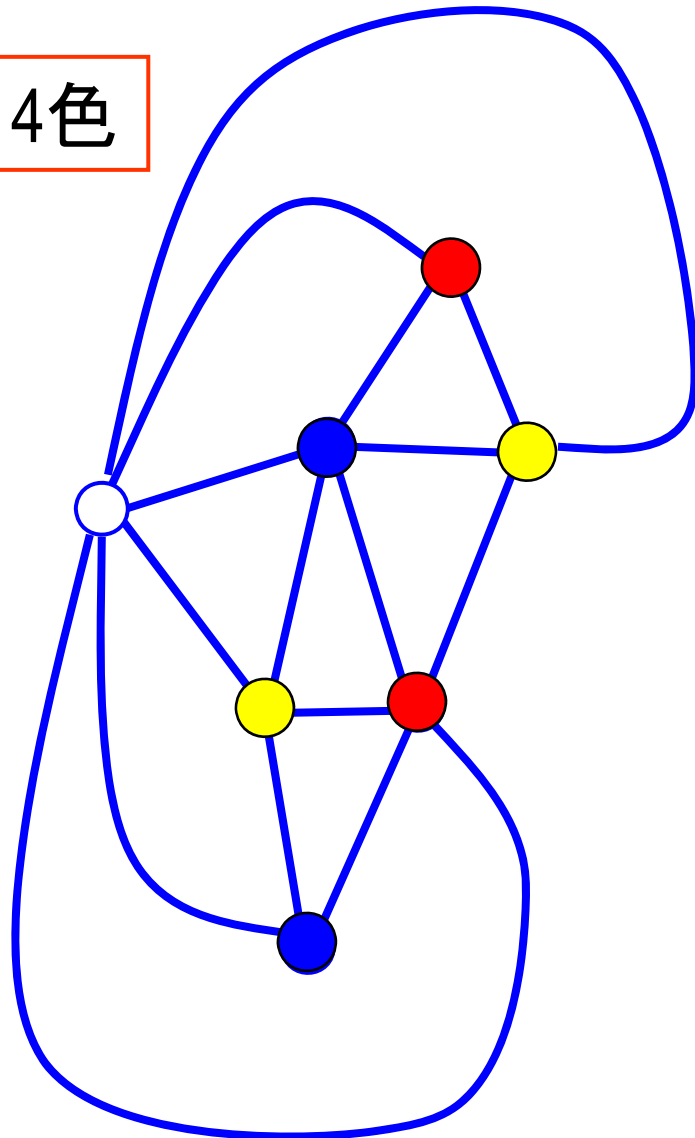
主な研究テーマの紹介



地図の彩色

点彩色

4色



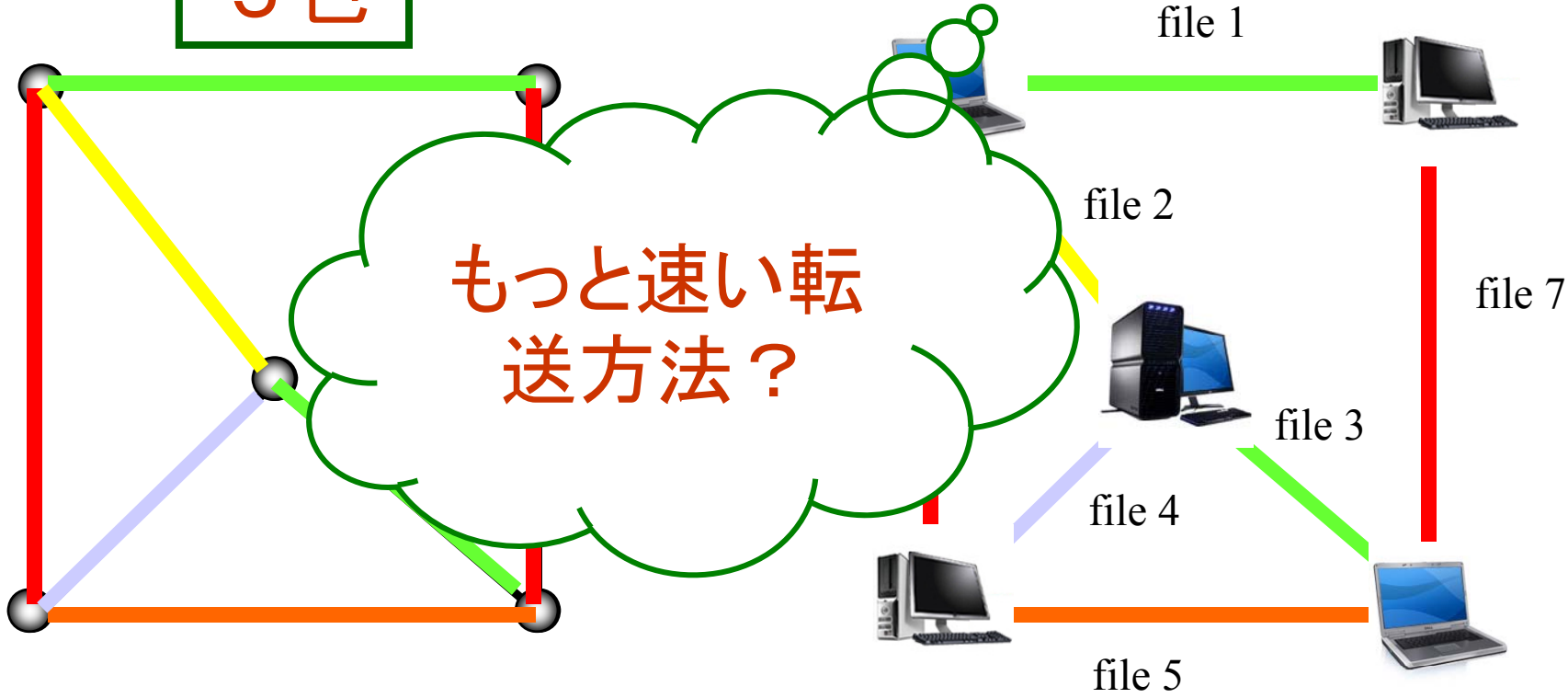
4色

辺彩色

時間帯 : 1時間目 2時間目 3時間目 4時間目 5時間目

転送時間 : 5

5色



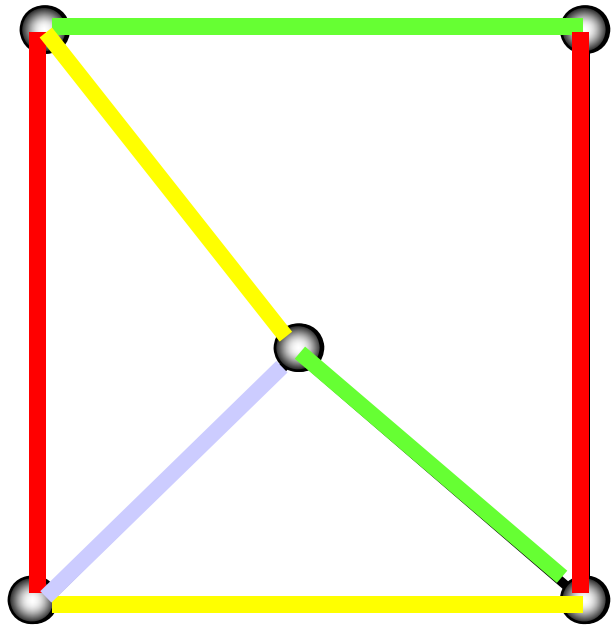
辺彩色

ファイル転送問題

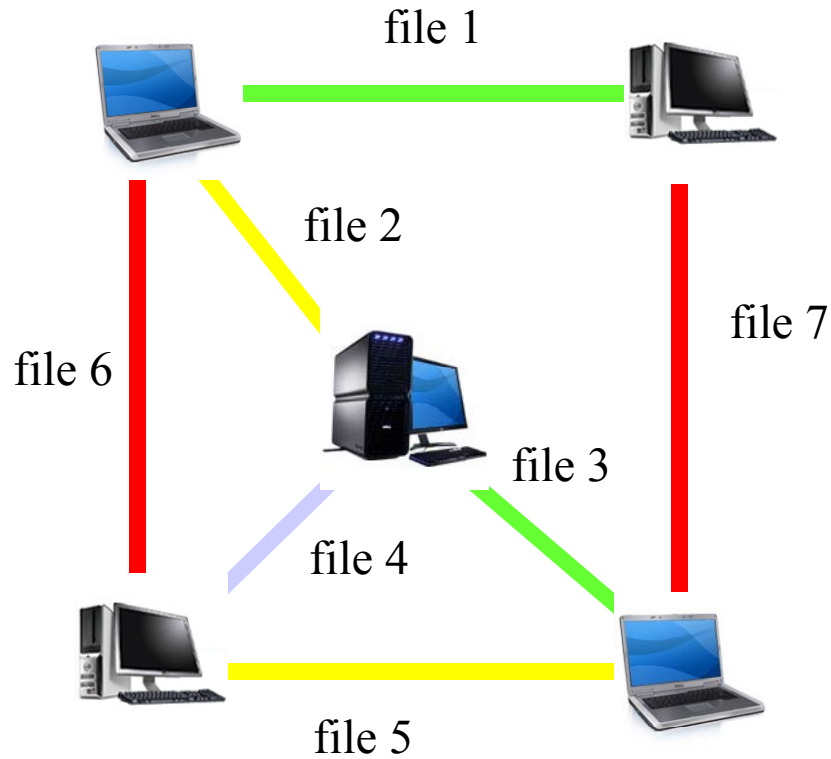
辺彩色

時間帯 : 1時間目 2時間目 3時間目 4時間目 5時間目

4色



転送時間 : 4



辺彩色

色数

=

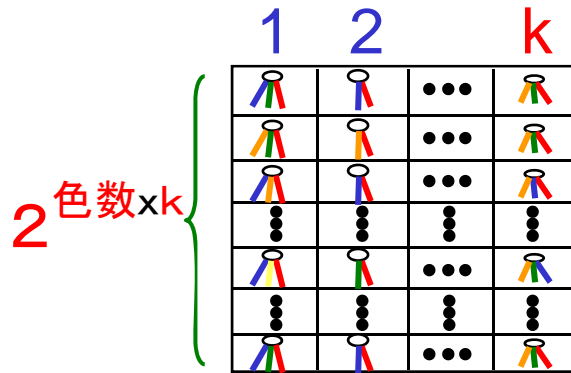
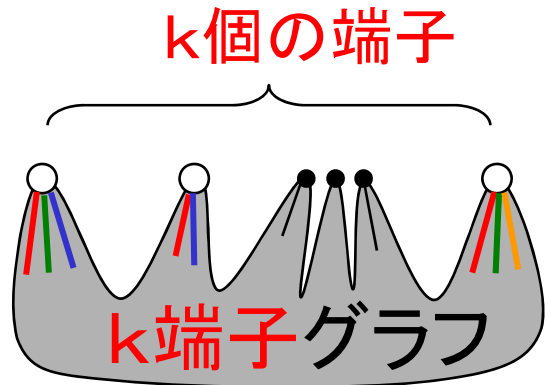
ファイル転送問題

ファイル転送時間

辺型の問題について

動的計画法

最大次数が定数のとき

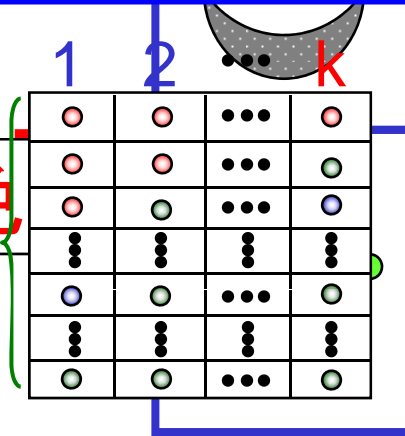
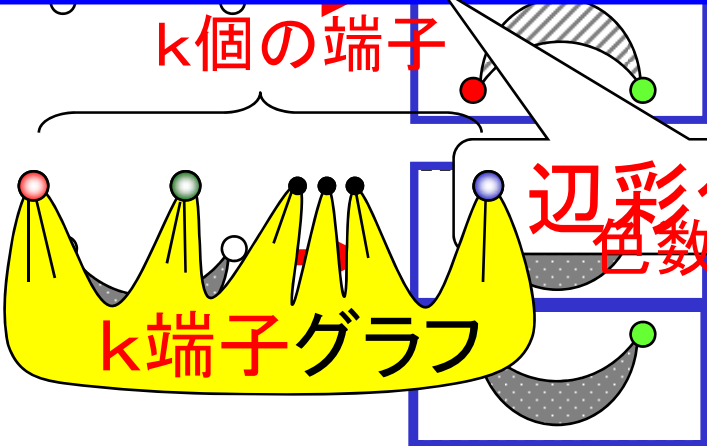


容易

DP表のサイズ:
入力サイズの多項式

点型の問題: \exists 多項式時間アルゴリズム

辺型の問題: \exists 多項式時間アルゴリズム ?

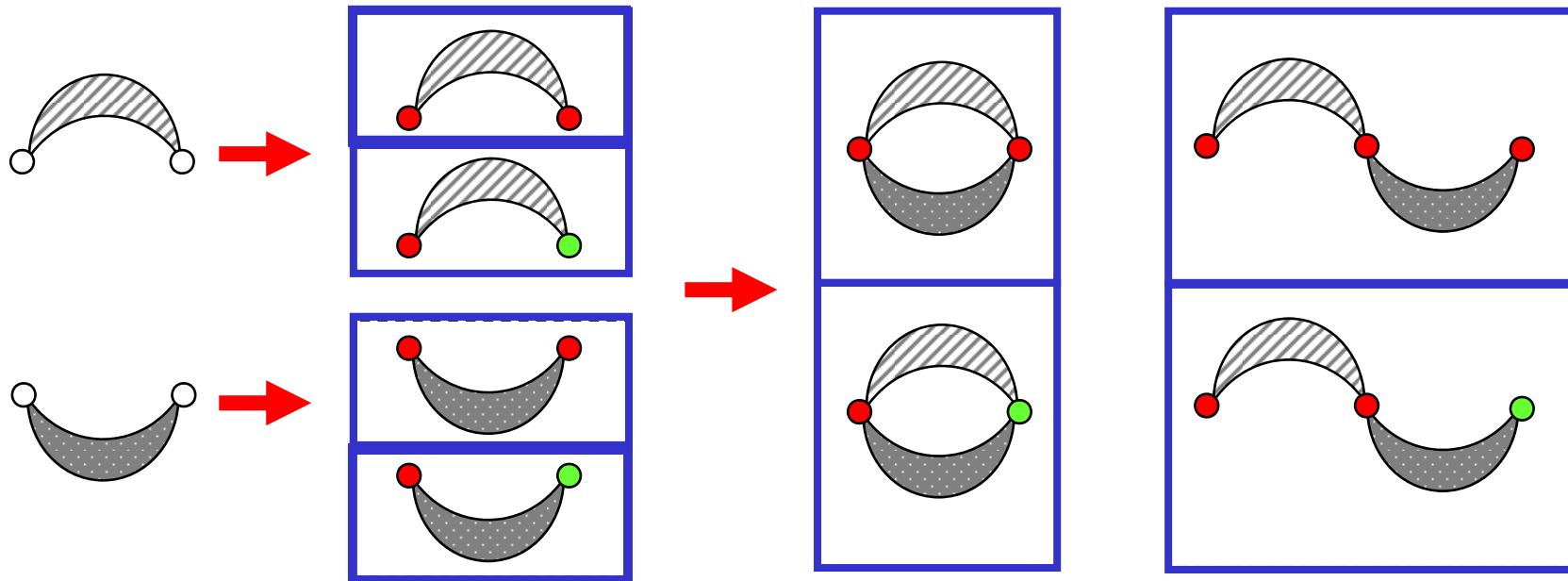


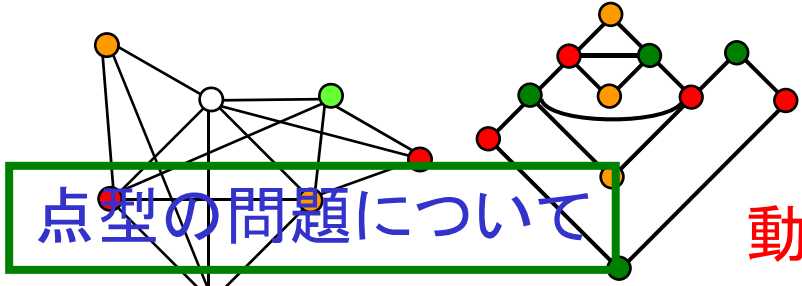
容易

DP表のサイズ:
入力サイズの多項式

DP表のサイズ：
入力サイズの多項式

DP表(動的計画法)

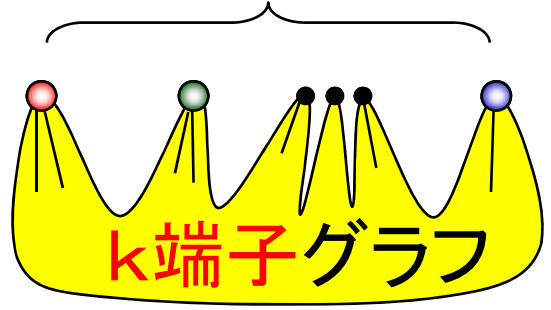




点型の問題について

動的計画法

k個の端子



k端子グラフ

色数 k

	1	2	...	k
○	○	...	○	
○	○	...	○	
○	○	...	○	
⋮	⋮	⋮	⋮	
○	○	...	○	
⋮	⋮	⋮	⋮	
○	○	...	○	

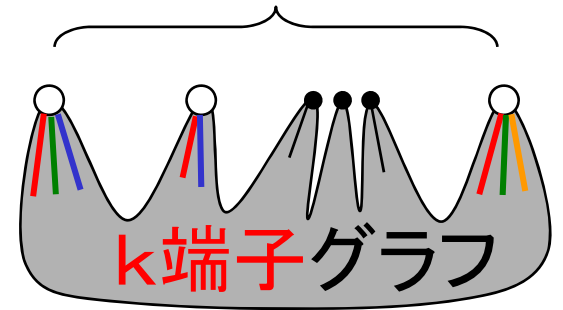
容易

DP表のサイズ:
入力サイズの多項式

辺型の問題について

動的計画法

k個の端子



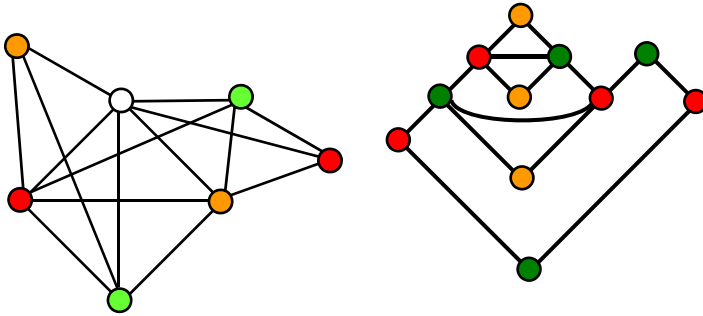
k端子グラフ

$2^{\text{色数} \times k}$

	1	2	...	k
⌈	⌈	...	⌈	
⌈	⌈	...	⌈	
⌈	⌈	...	⌈	
⋮	⋮	⋮	⋮	
⌈	⌈	...	⌈	
⋮	⋮	⋮	⋮	
⌈	⌈	...	⌈	

困難

DP表のサイズ:
入力サイズの多項式



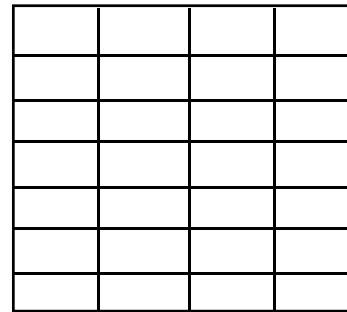
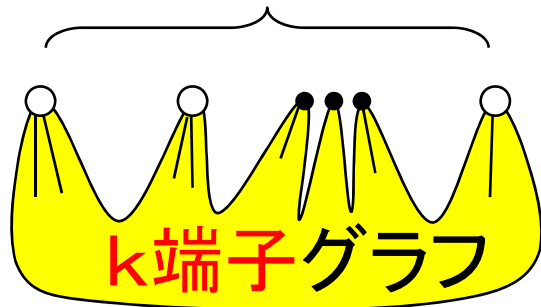
容易

DP表のサイズ:
入力サイズの多項式

辺型の問題について

k個の端子

動的計画法

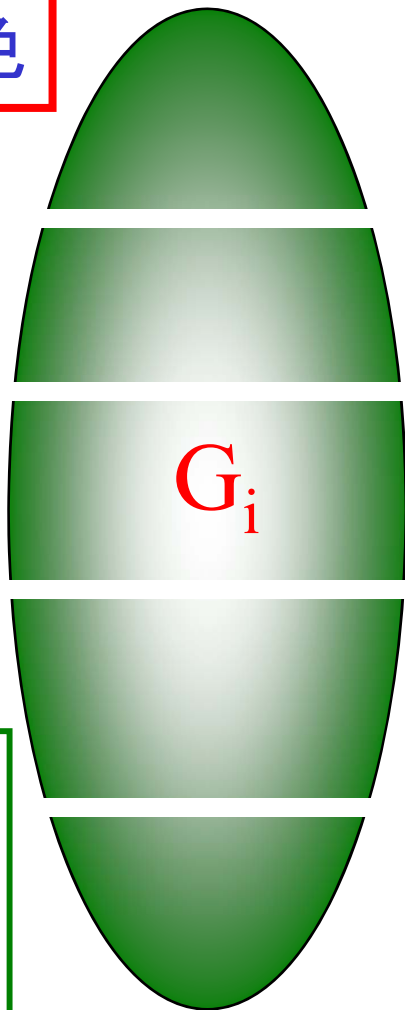


困難

DP表のサイズ:
入力サイズの多項式

分解

辺彩色



最大
次数
が大きい
とき

部分k木G

$$2k \leq \boxed{\text{各部分グラフ } G_i \text{ の最大次数}} \leq 3k$$

$$\sum \boxed{G_i \text{ の最大次数}} = G \text{ の最大次数}$$



$$\boxed{G_i \text{ の彩色指数}} = G_i \text{ の最大次数}$$

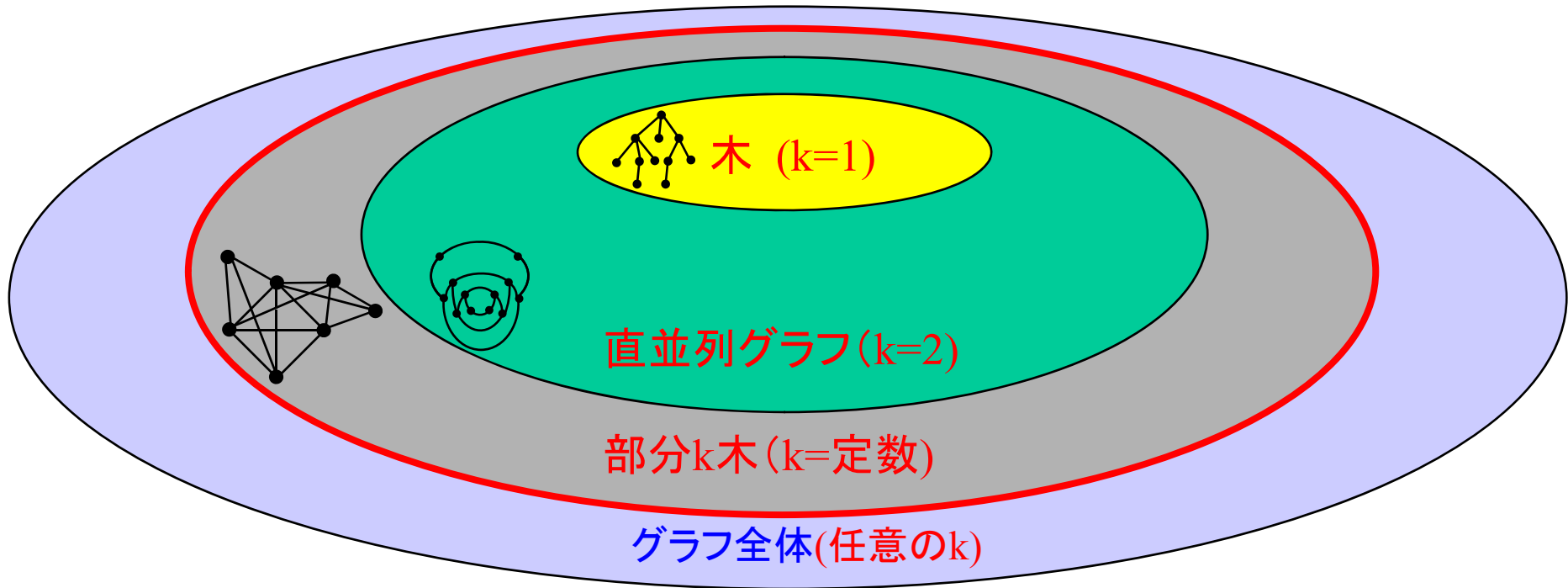
$$\boxed{\text{部分k木 } G \text{ の彩色指数}} = \sum \boxed{G_i \text{ の彩色指数}} = G \text{ の最大次数}$$

辺彩色問題 \in NP困難

入力: グラフG
出力: 最小色数でGの辺彩色

研究成果

部分k木に対して、線形時間アルゴリズム



発表の流れ

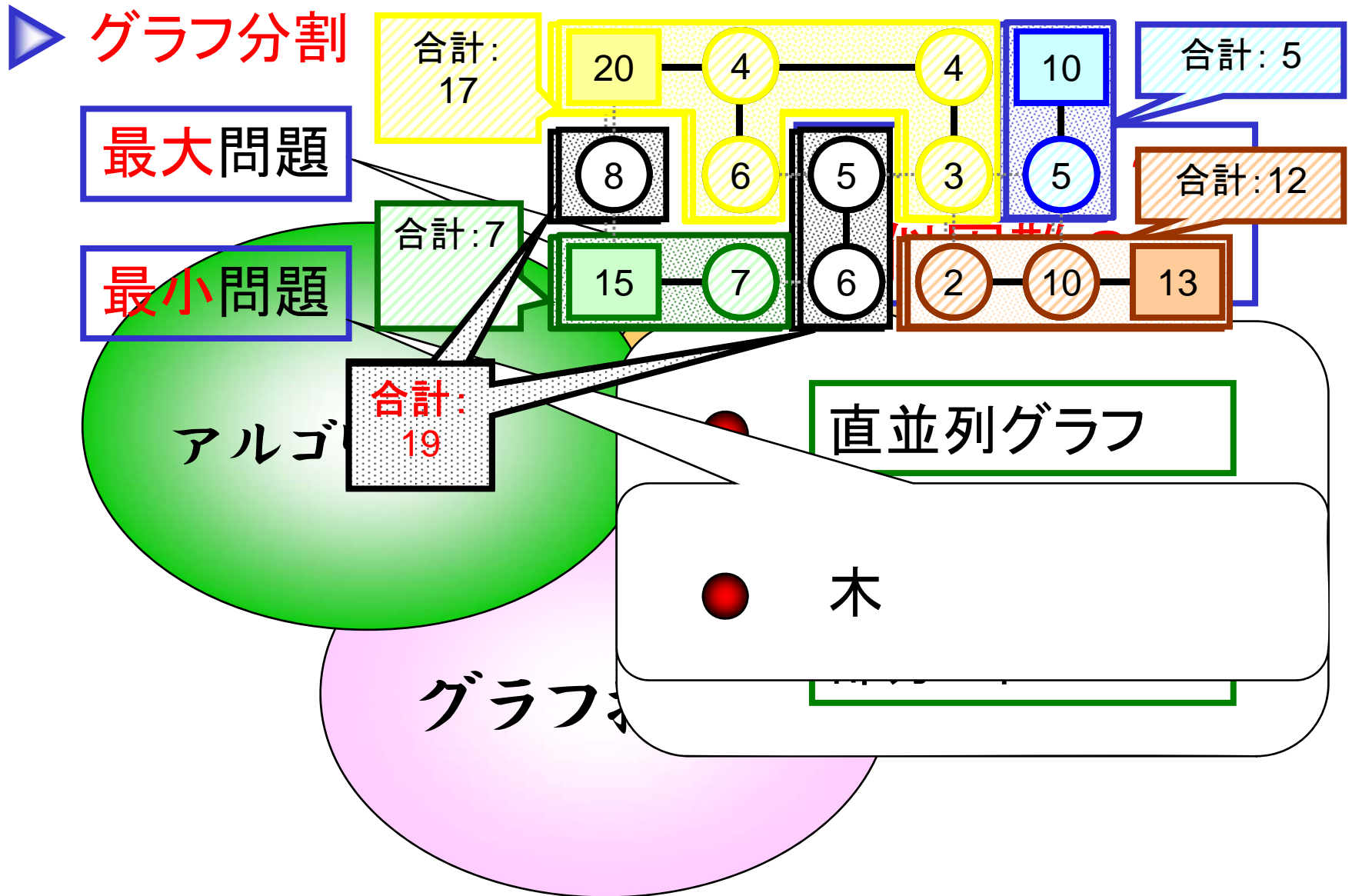
▶ 研究内容の概要

▶ 主な研究テーマの紹介

▶ 今後の研究課題

今後の研究課題

今後の研究課題



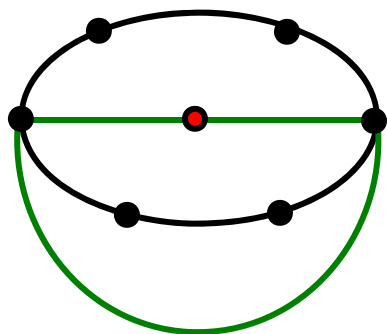
今後の研究課題

今後の研究課題

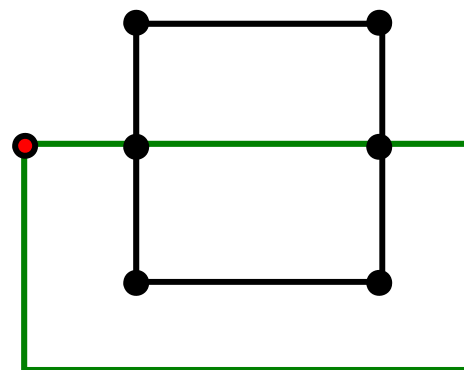
- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画

≡ 線形時間アルゴリズム？

最大次数が4以下の直並列グラフ



最大次数: 4
直並列グラフ



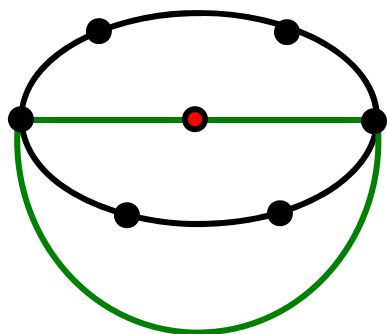
二次元直交描画

今後の研究課題

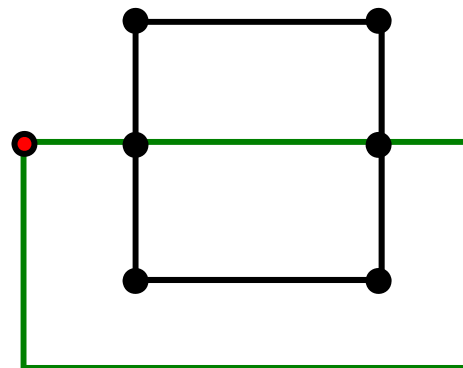
今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画

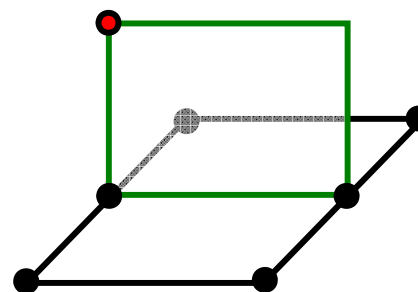
三次元描画 ?



最大次数: 4
直並列グラフ



二次元直交描画
折れ曲り: 3



三次元直交描画
折れ曲り: 1

今後の研究課題

今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

今後の研究課題

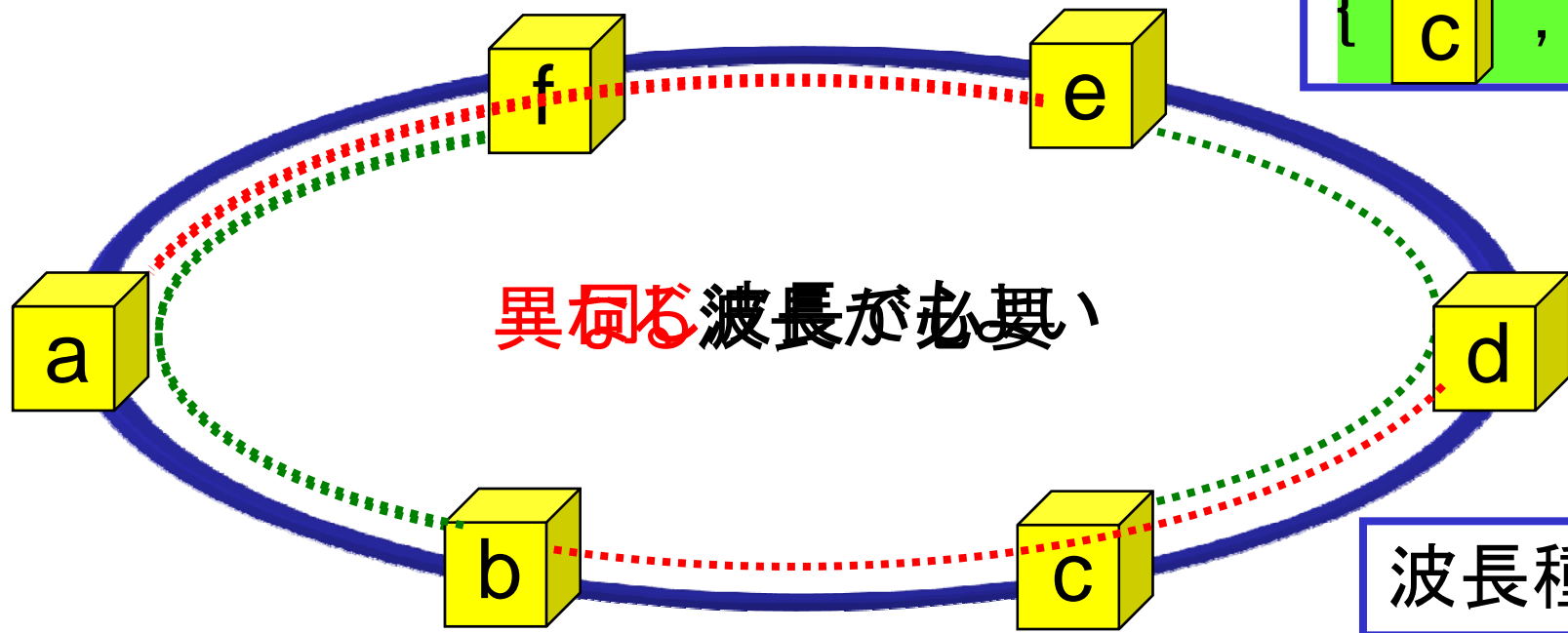
今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

WDM ~~直彩色~~ ネットワークの波長割り当て

通信要求:

{ a , e }
{ b , d }
{ b , f }
{ c , e }



波長種類: 2

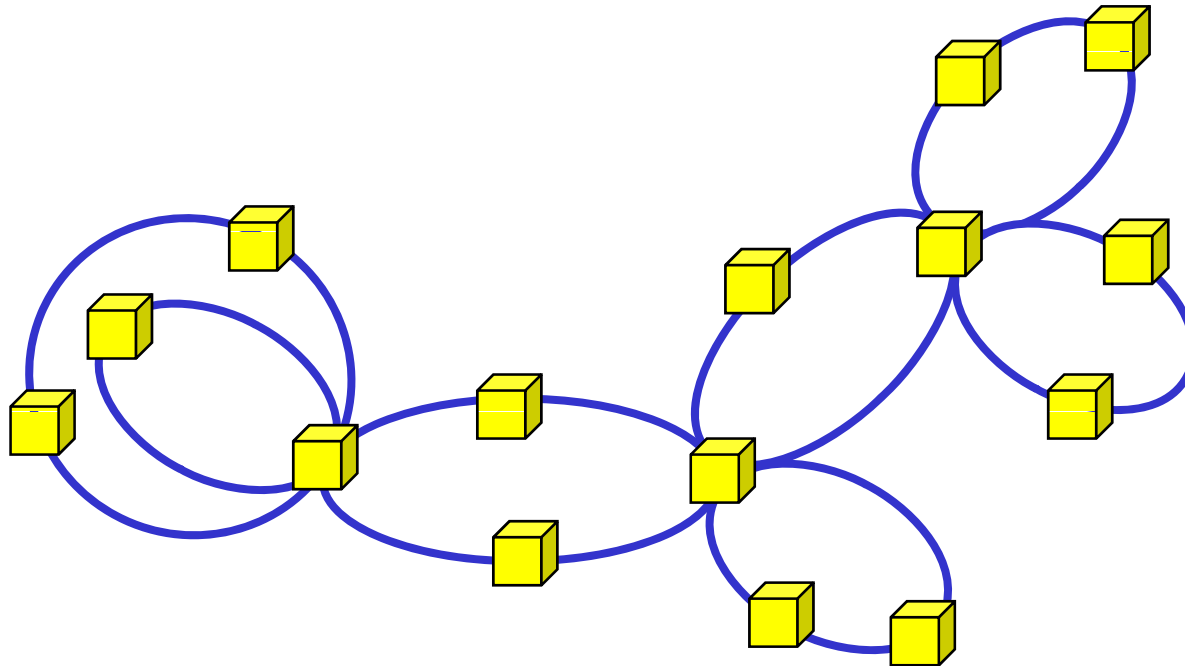
今後の研究課題

今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

道彩色という

☺ よい近似アルゴリズム？



今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

漸彩色アルゴリズム
に関する本の執筆
多重彩色

リスト彩色



Graph Coloring Algorithms

- ▶ Part 1: Introduction
- ▶ Part 2: Vertex-Coloring
- ▶ Part 3: Edge-Coloring
- ▶ Part 4: Total Coloring
- ▶ Part 5: List Coloring
- ▶ Part 6: Cost Coloring

今後の研究課題

今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

漸彩色アルゴリズム
に関する本の執筆
多重彩色

4色定理の証明を簡単化する
多重彩色

● K.Appel, W. Haken, 1976

● N. Robertson, D.P. Sanders,
P. Seymour, R. Thomas, 1997

Graph Coloring Algorithms

- ▶ Part 1: Introduction
- ▶ Part 2: Vertex-Coloring
- ▶ Part 3: Edge-Coloring
- ▶ Part 4: Total Coloring
- ▶ Part 5: List Coloring
- ▶ Part 6: Cost Coloring

今後の研究課題

今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

漸彩色アルゴリズム
に関する本の執筆
多重彩色

リスト彩色



Graph Coloring Algorithms

- ▶ Part 1: Introduction
- ▶ Part 2: Vertex-Coloring
- ▶ Part 3: Edge-Coloring
- ▶ Part 4: Total Coloring
- ▶ Part 5: List Coloring
- ▶ Part 6: Cost Coloring

今後の研究課題

今後の研究課題

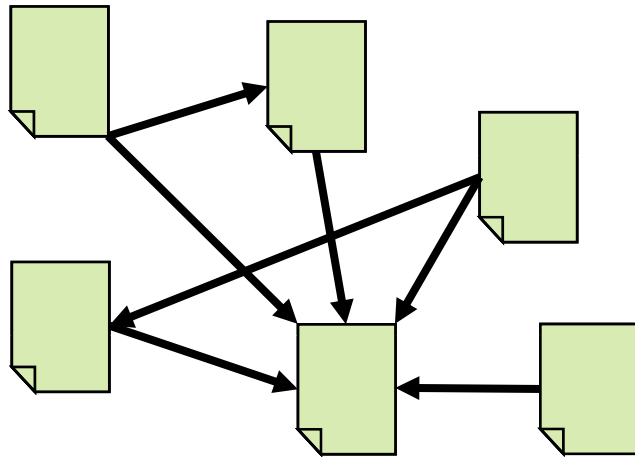
The screenshot shows the goo search engine homepage. At the top left is the 'goo' logo with a yellow taxi icon. To its right is the text '光TAXI。今週の乗客「石井 苗子」'. Further right is 'gooをホームに設定 | ヘルプ' and the 'NTTレゾナント' logo. Below this is a navigation bar with tabs: '何をお探しですか?' (circled in red), '画像・動画・音楽', 'カテゴリ', 'タウンページ', and 'ケータイ'. A search bar contains the text 'ウェブ' and a search button. Below the search bar are various utility icons like '辞書', '英和', '和英', '辞書', '情報', 'ブログ', '教えて!', 'ニュース', 'ツールバー', and 'gooラボ'. A horizontal menu lists '検索で知るコトバ' and various topics like '生活塾制度', 'ルーピング', '越冬キャベツ', etc. The main content area is divided into several sections: 'メール' (with 'goo ID', '新規登録', 'ログイン'), a list of services like 'ニュース', '天気', 'スポーツ', etc., 'おすすめサイト' (with a link to '年末のボーナスは上がった？'), '注目ワード' (with 'キーワードランキング'), '人間が本来持つ自己回復力を' (with an advertisement for 'ドモホルンリンクル'), 'ニューズピックス' (with a list of news items and a small image), and 'スポーツ' (with a link to 'トリノ五輪連載コラム').

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)

出力 : Webページ

- 1) Webから**数十億のWebページ**を集める.
- 2) 各Webページを解析して**リンクデータ**を作る.
- 3) **リンクデータ**を元に出力するWebページを判断する.



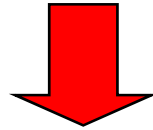
Web上の
Webページとリンクの例

検索エンジン

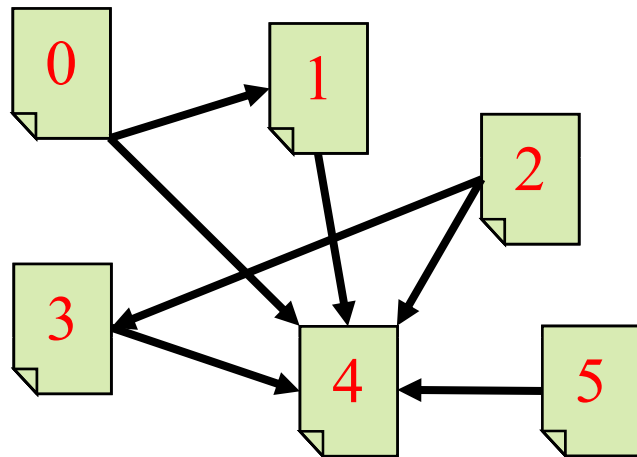
入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)

出力 : Webページ

- 1) Webから**数十億のWebページ**を集める.
- 2) 各Webページを解析して**リンクデータ**を作る.



- ①Webページにページ番号を振る.
- ②リンクデータを作成.



Web上の
Webページとリンクの例

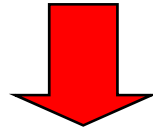
この際, Webを
{ Webページを点
{ リンクを有向辺
とした**Webグラフ**で表す.

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)

出力 : Webページ

- 1) Webから**数十億のWebページ**を集める.
- 2) 各Webページを解析して**リンクデータ**を作る.



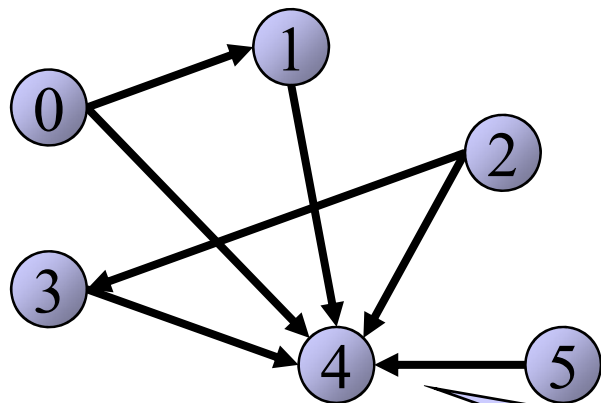
①Webページにページ番号を振る.

②リンクデータを作成.

この際, Webを

{ Webページを点
リンクを有向辺

とした**Webグラフ**で表す.



Webグラフの例

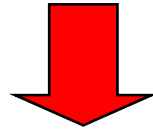
リンクは始点と終点の対で表される → (5, 4)

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)

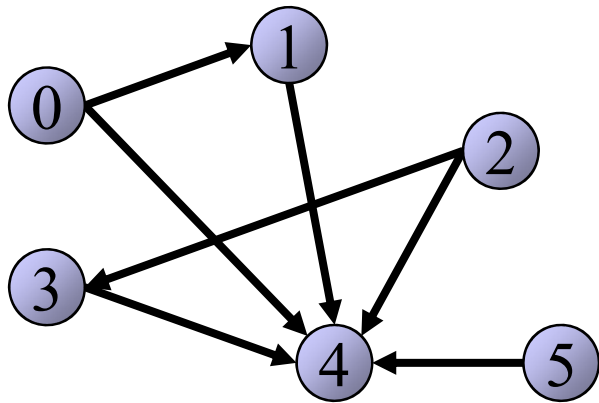
出力 : Webページ

- 1) Webから**数十億のWebページ**を集める.
- 2) 各Webページを解析して**リンクデータ**を作る.



①Webページにページ番号を振る.

②リンクデータを作成.



Webグラフの例

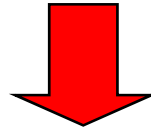
始点番号	終点番号の集合
0	1, 4

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)

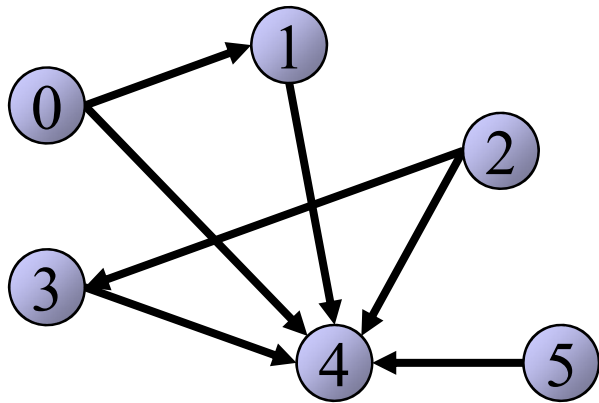
出力 : Webページ

- 1) Webから**数十億のWebページ**を集める.
- 2) 各Webページを解析して**リンクデータ**を作る.



①Webページにページ番号を振る.

②リンクデータを作成.



Webグラフの例

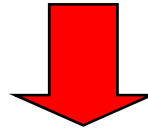
始点番号	終点番号の集合
0	1, 4
1	4
2	3, 4
.....

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)

出力 : Webページ

- 1) Webから**数十億のWebページ**を集める.
- 2) 各Webページを解析して**リンクデータ**を作る.



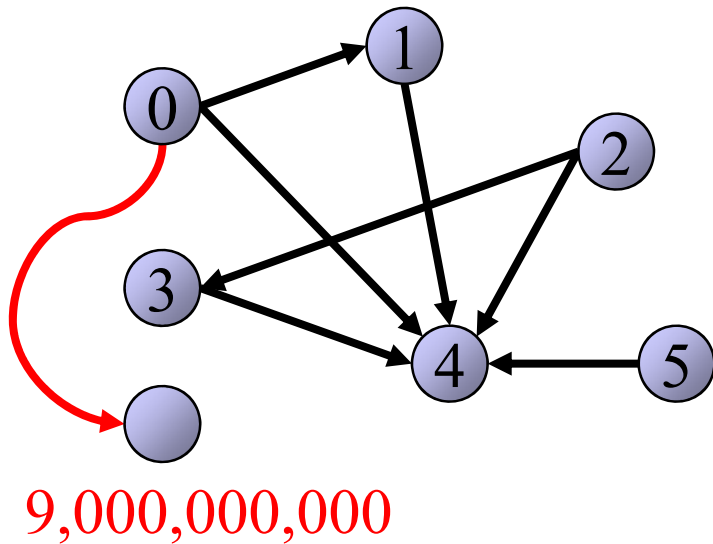
①Webページにページ番号を振る.

②リンクデータを作成.

検索エンジンでは
このような
リンクデータを使って
出力するページを
計算している

始点番号	終点番号の集合
0	1, 4
1	4
2	3, 4
.....

リンクデータの巨大さ



リンクデータ

始点番号	終点番号の集合
0	1, 4, 9000000000
1	4
2	3, 4
.....

リンク1本あたりにかかる
bit数を小さく(圧縮)したい

単純な方法で 整数1つごとに64bit必要.

よって、リンク1本あたり64bit(8 byte)程度が必要になり、
リンクデータ全体(約100億本の辺)には80GBが必要となる.

End

今後の研究課題

今後の研究課題

分散するコンピュータの余剰CPUパワーを活用して仮想的にスーパーコンピュータを実現するアルゴリズム

▶ Web情報検索アルゴリズム

▶ Web情報圧縮アルゴリズム

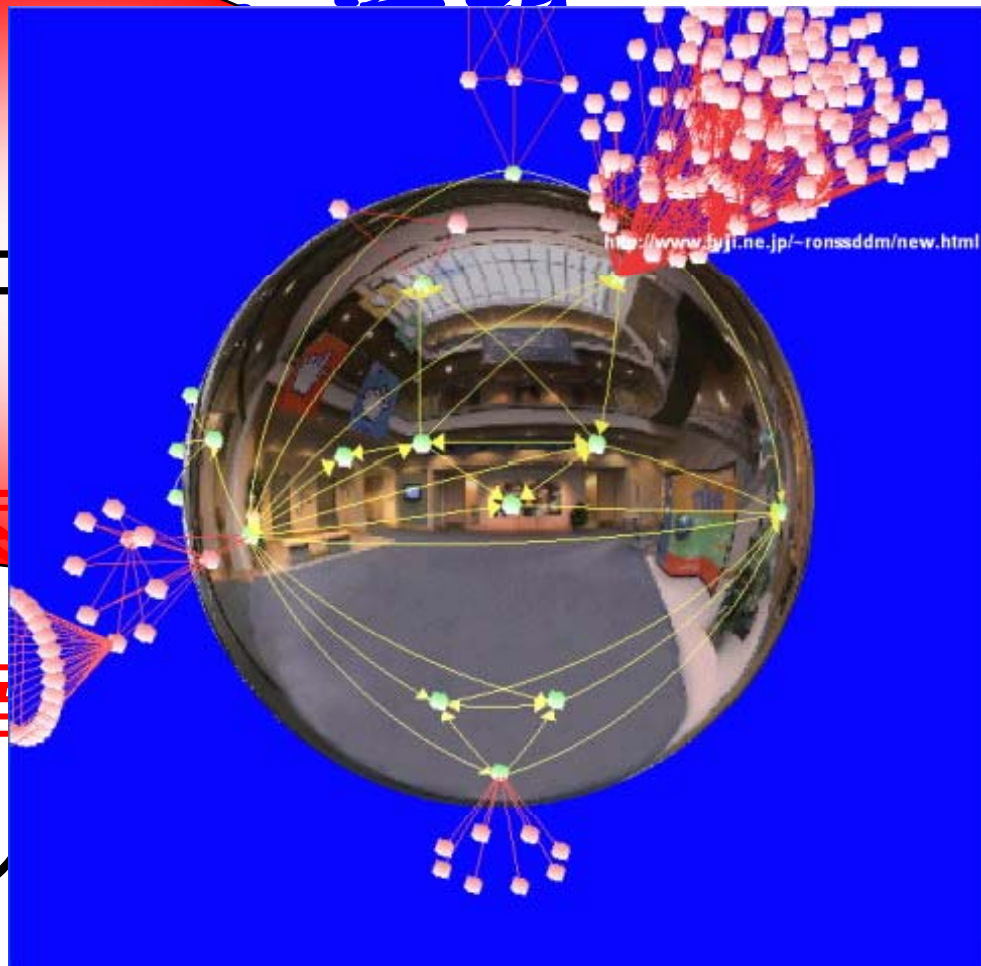
▶ Web計算アルゴリズム



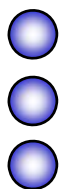
今後の研究課題

今後の研究課題

Web
アルゴ



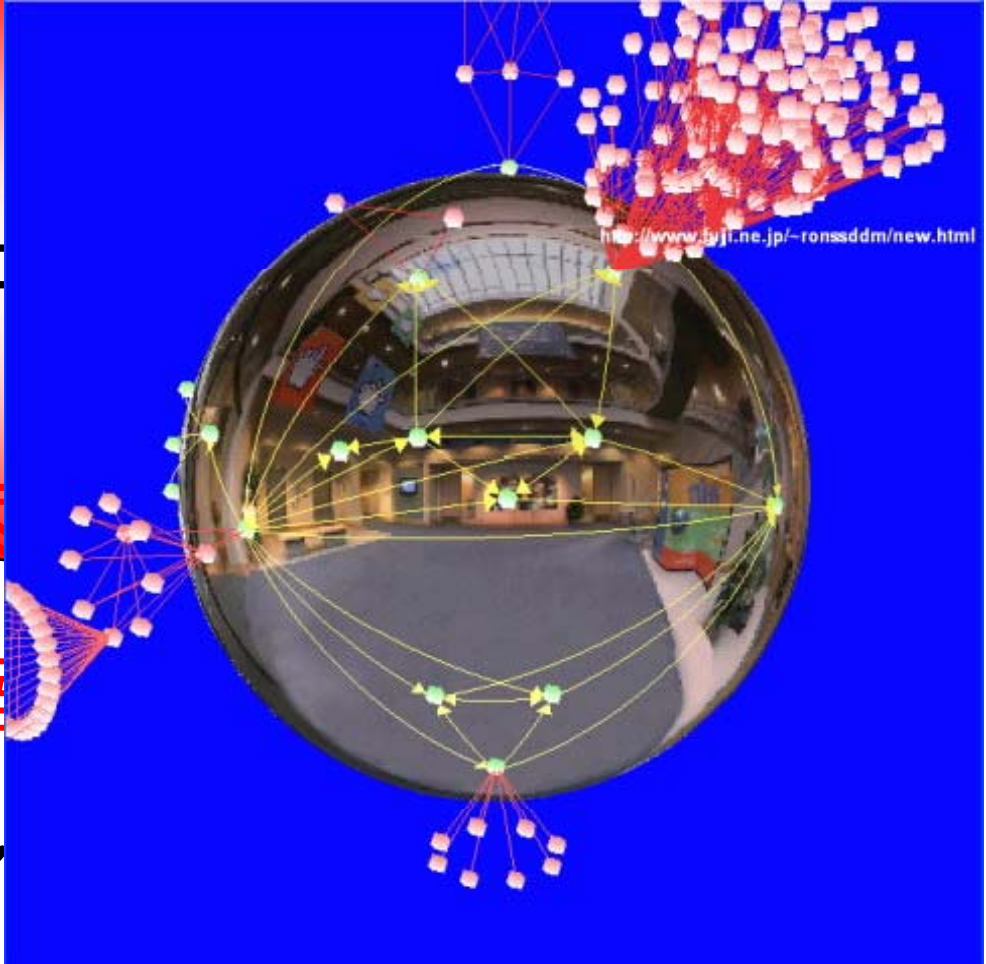
- ▶ Web情報検索
- ▶ Web情報圧縮
- ▶ Web計算アル
- ▶ Web可視化アルゴリズム



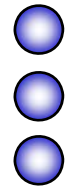
今後の研究課題

今後の研究課題

Web
アルゴ



- ▶ Web情報検索
- ▶ Web情報圧縮
- ▶ Web可視化アル

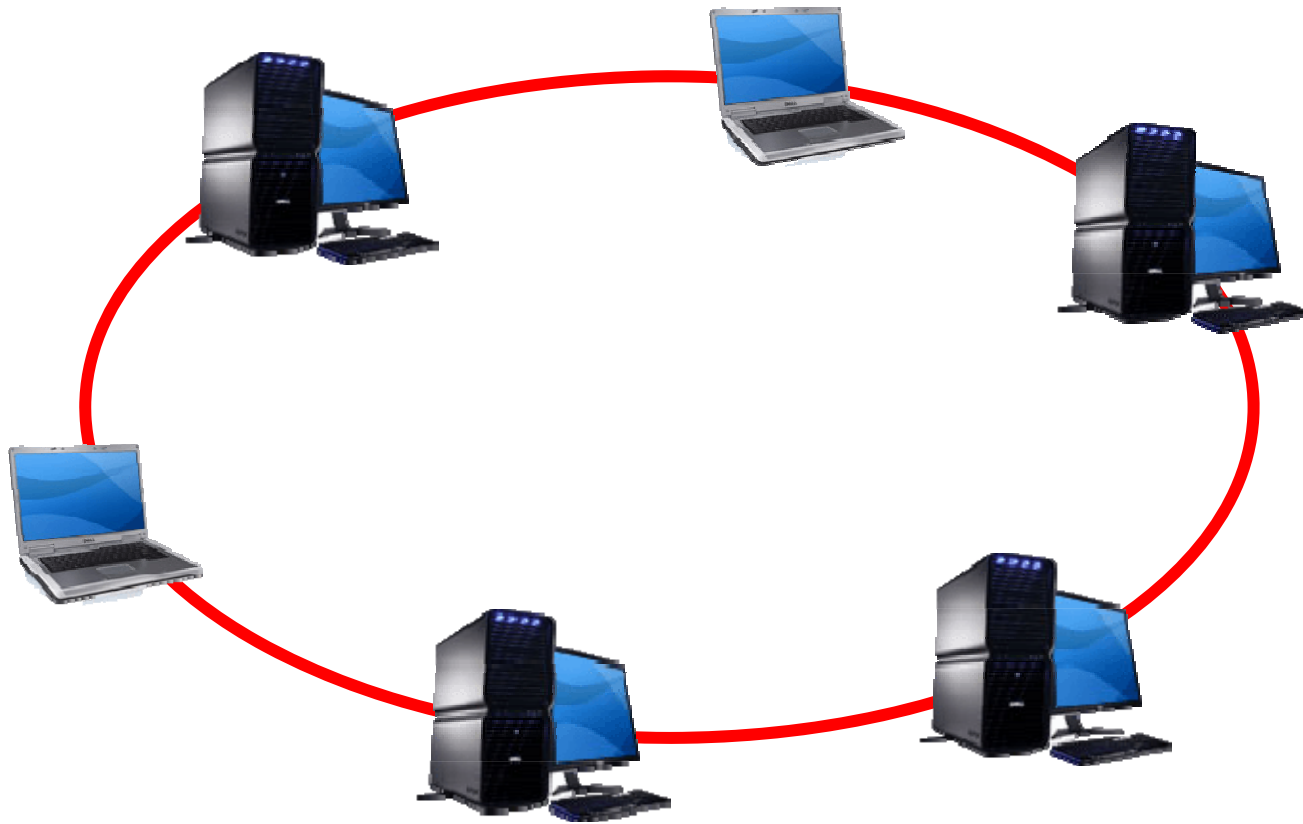


発表の流れ

- ▶ 研究内容の概要
- ▶ 主な研究テーマの紹介
- ▶ 今後の研究課題

End

End



今後の研究課題



- ▶ Web情報検索アルゴリズム
- ▶ Web情報圧縮アルゴリズム
- ▶ Web計算アルゴリズム
- ▶ Web可視化アルゴリズム



今後の研究課題

今後の研究課題

▶ 固定パラメータアルゴリズム

$f(k) \times n^{O(1)}$ 時間アルゴリズム

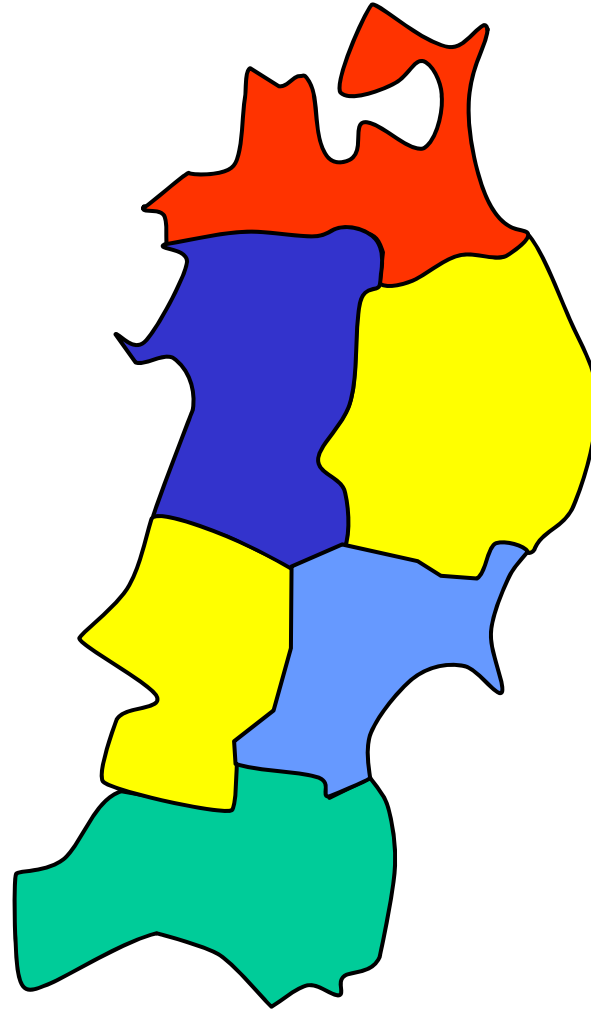
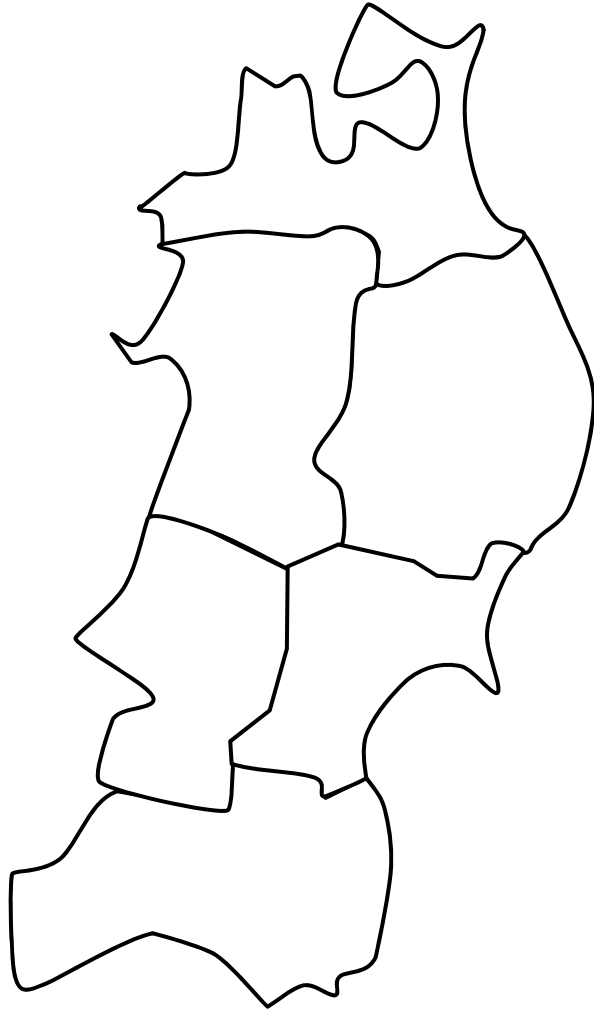
ここで、

k : パラメータ

$f(k)$: k に関する関数

n : 問題の入力サイズ

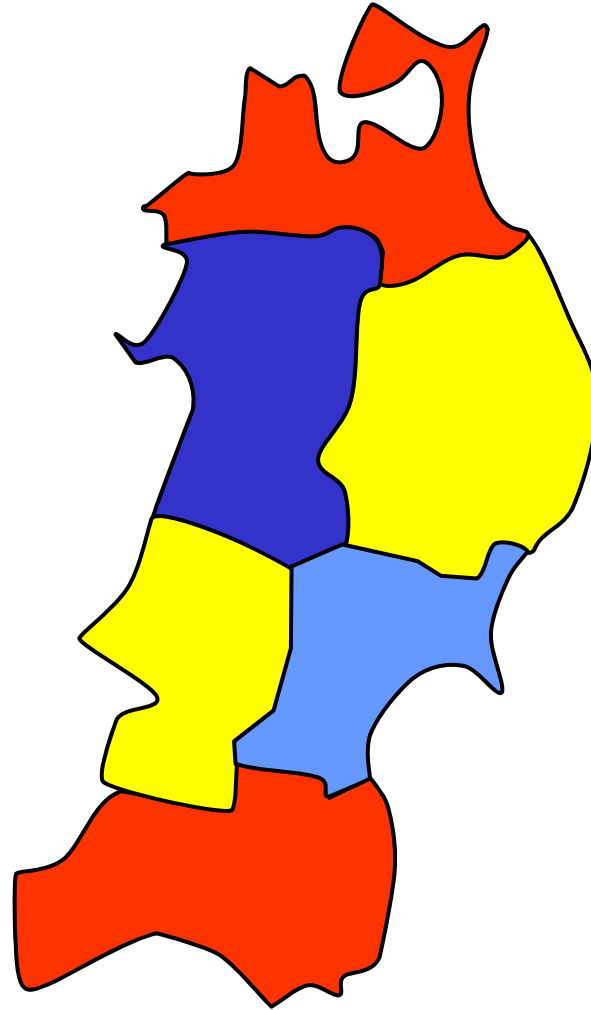
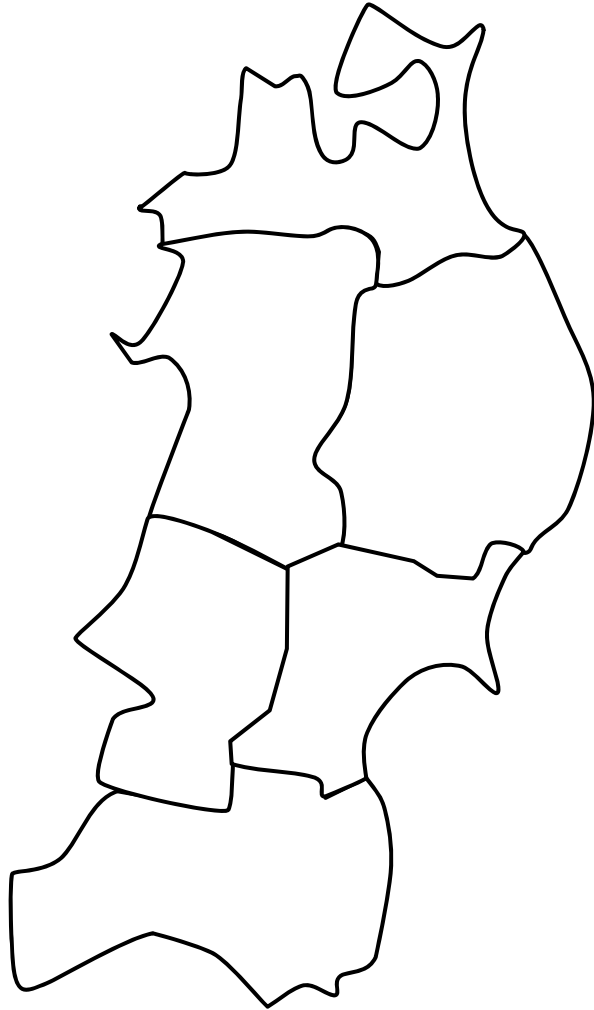
地図の彩色



6色

5色?

地図の彩色

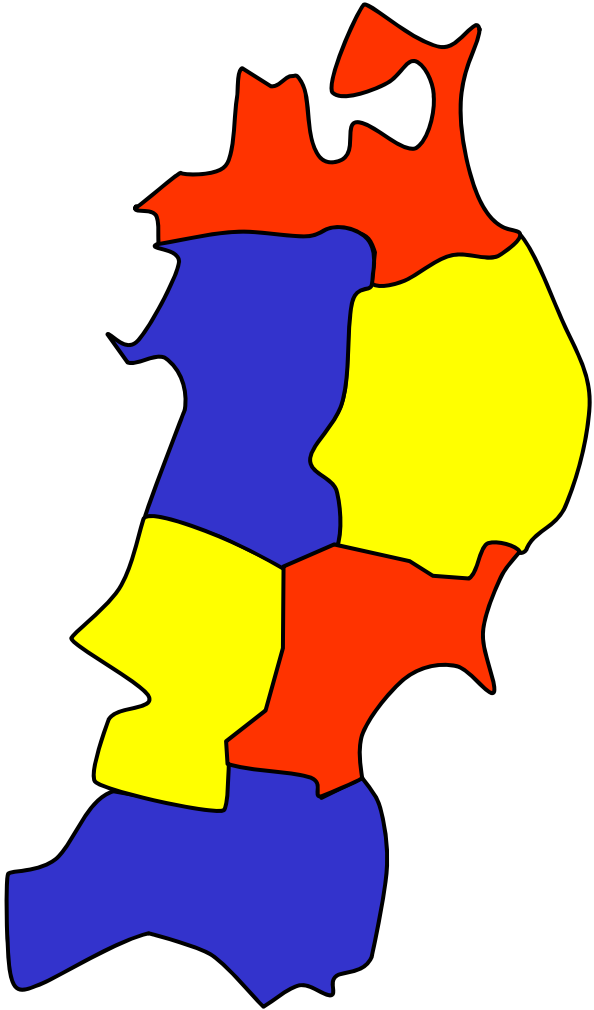
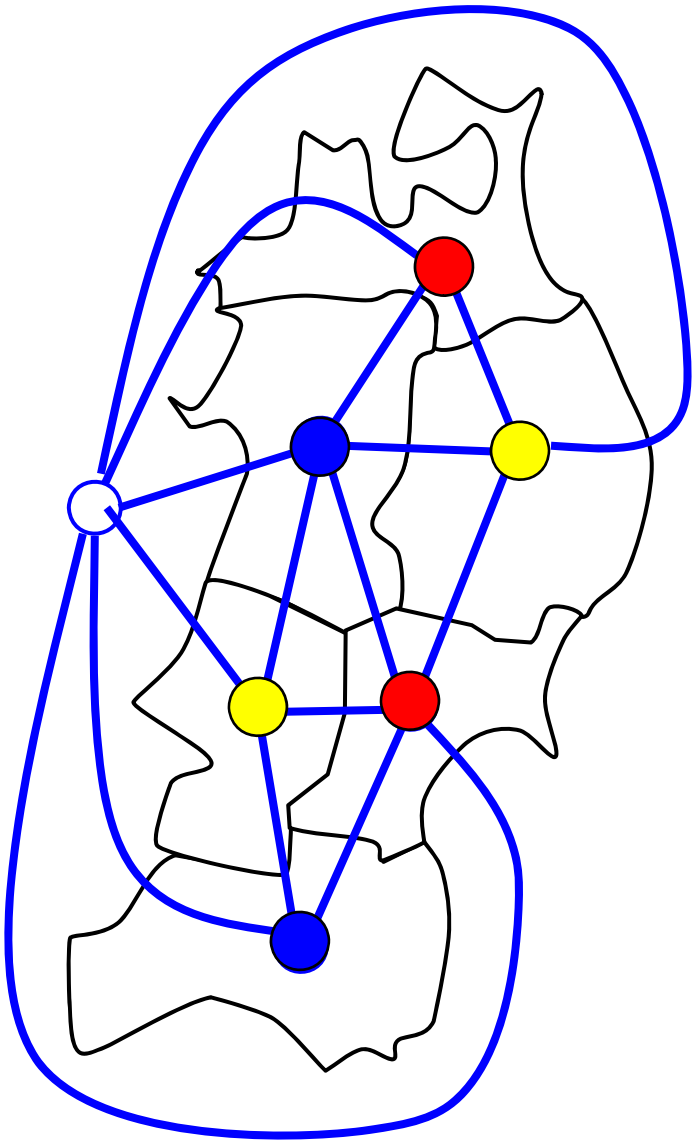


5色

4色?

地図の彩色

点彩色



4色

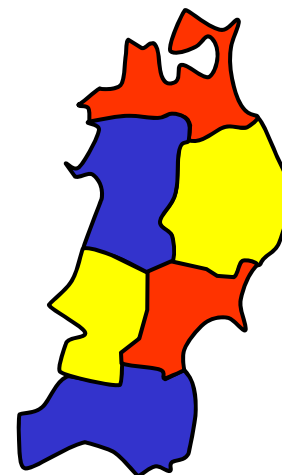
3色?

4彩色定理

地図を4色で彩色可能

提案: Francis Guthrie, 1852

証明: AppelとHaken, 1976



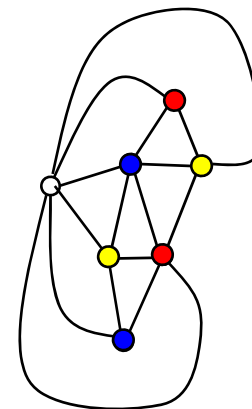
4色

ある条件を満たす平面グラフを4色で点彩色可能にする

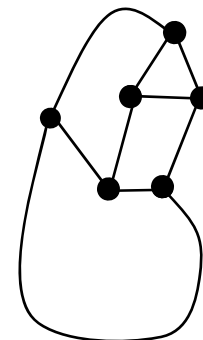
証明: Tait, 1880

課題

全ての次数が3の平面グラフを対して3色で点彩色可能にする



4色

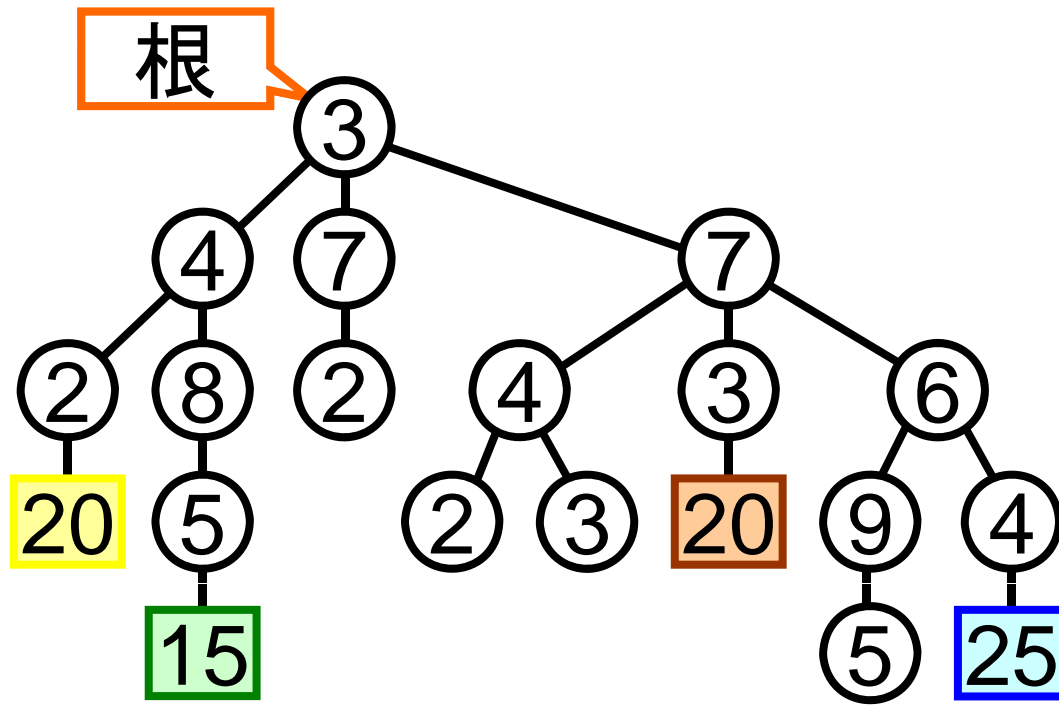


(2)完全近似スキーム (FPTAS)

計算時間

各点 $O(F^2)$

グラフの点数: n



動的計画法

Pseudo-Polynomial-Time Algorithm

Computation time

for each vertex $O(F^2)$

There are n vertices.

Computation time

$O(F^2n)$

The algorithm takes **polynomial time** if F is bounded by a polynomial in n .

(2) FPTAS

Let all demands and supply be **positive real numbers**.

For any ε , $0 < \varepsilon < 1$, the algorithm finds a **partition of a tree T** such that

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < \varepsilon \text{OPT}$$

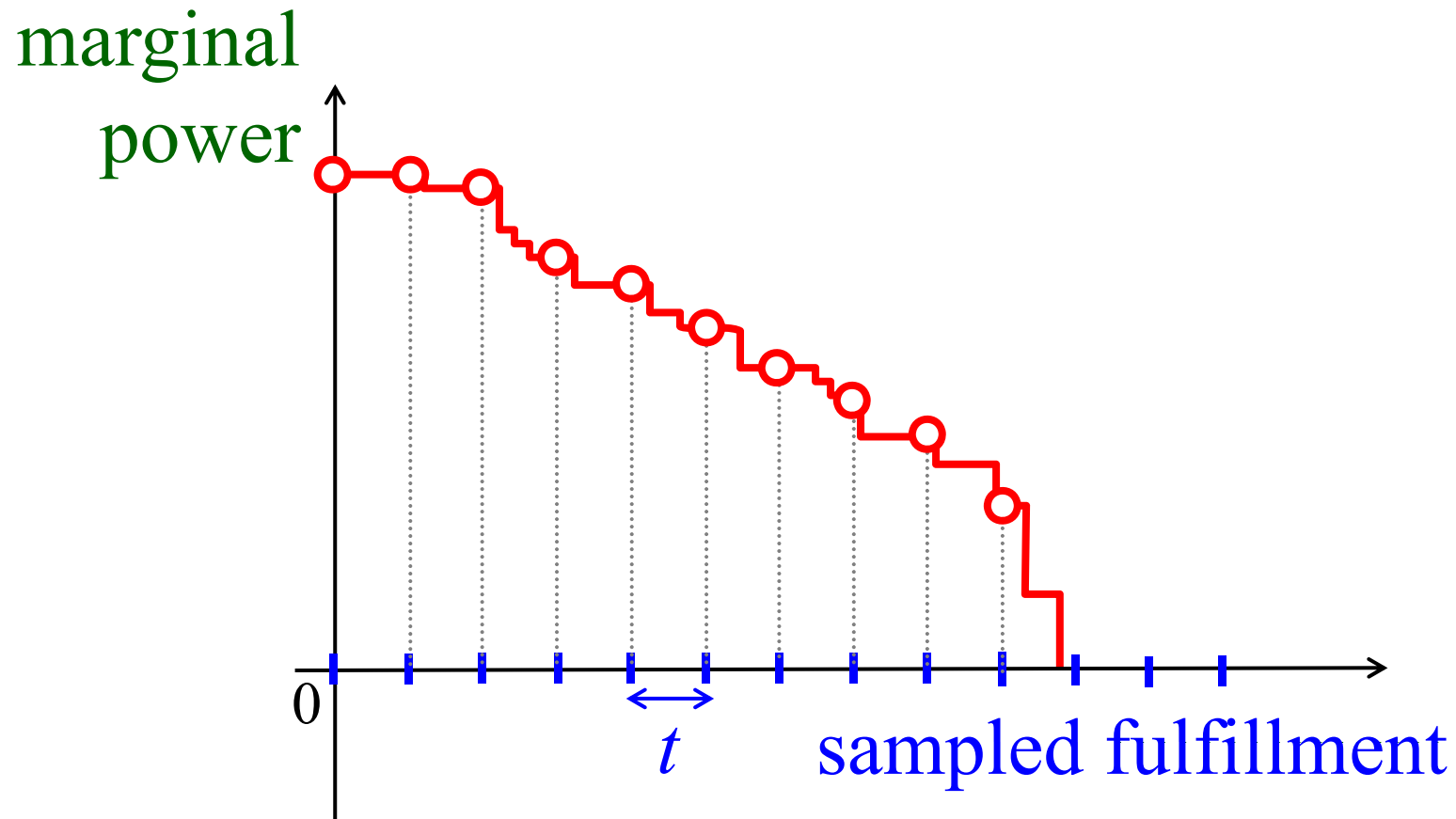
in time **polynomial in both n and $1/\varepsilon$** .

$$O\left(\frac{n^5}{\varepsilon^2}\right)$$

n : # of vertices

(2) FPTAS

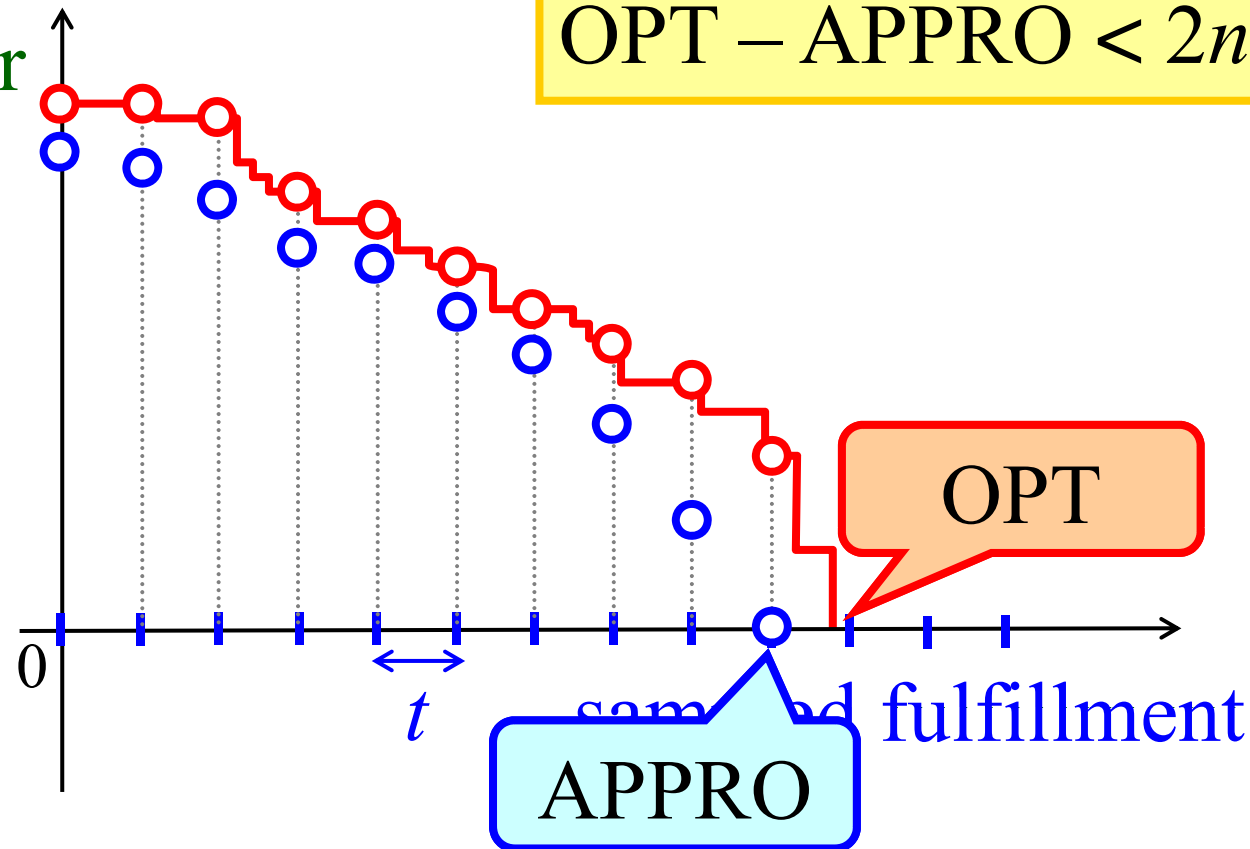
The algorithm is similar to the previous algorithm.



(2) FPTAS

The algorithm total error $<$ error/merge \times # of merge
 $<$ $2t$ \times n

marginal
power



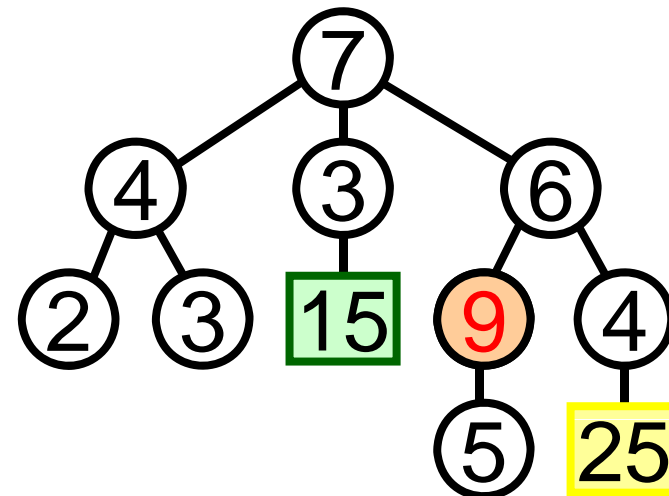
(2) FPTAS

Error

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < 2nt$$

m_d : max demand

$$t = \frac{\varepsilon m_d}{2n}$$



$$m_d = 9$$

(2) FPTAS

Error

m_d : max demand

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < 2nt$$

$$t = \frac{\varepsilon m_d}{2n}$$

$$= \varepsilon m_d$$

$$m_d \leq \text{OPT}$$

$$\leq \varepsilon \text{OPT}$$

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < \varepsilon \text{OPT}$$

error ratio $\frac{\text{OPT} - \text{APPRO}}{\text{OPT}} < \varepsilon$

(2) FPTAS

Error

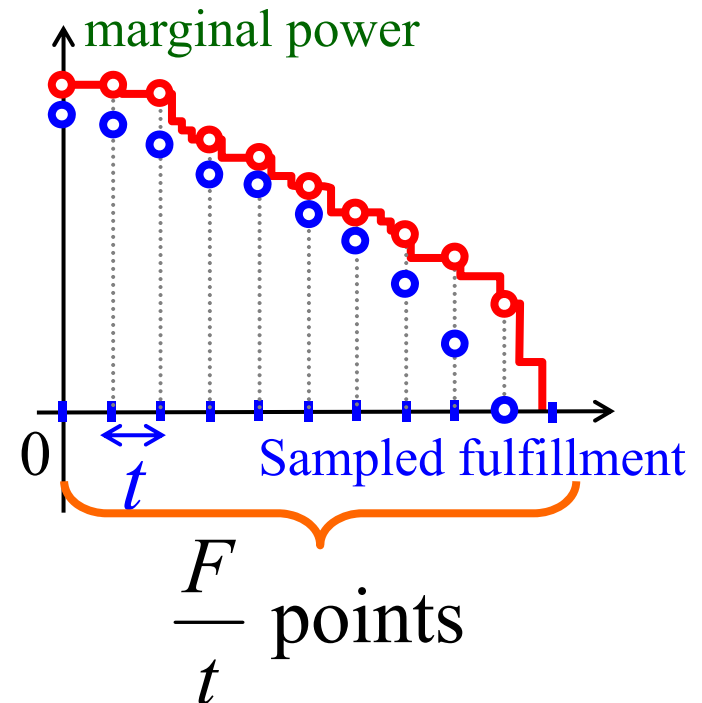
$$\text{OPT} - \text{APPRO} < \varepsilon \text{OPT}$$

Computation time

$$O\left(\left(\frac{F}{t}\right)^2 n\right) = O\left(\frac{n^5}{\varepsilon^2}\right)$$

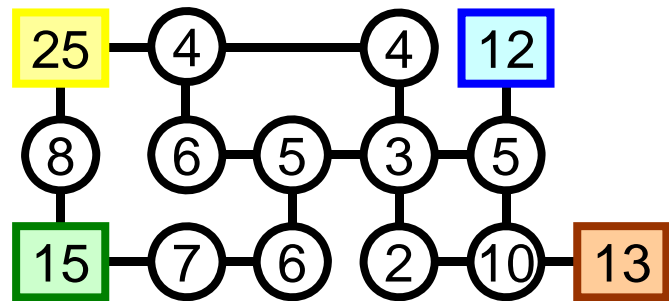
$$t = \frac{\varepsilon m_d}{2n}, \quad F \leq nm_d$$

m_d : max demand



Conclusions

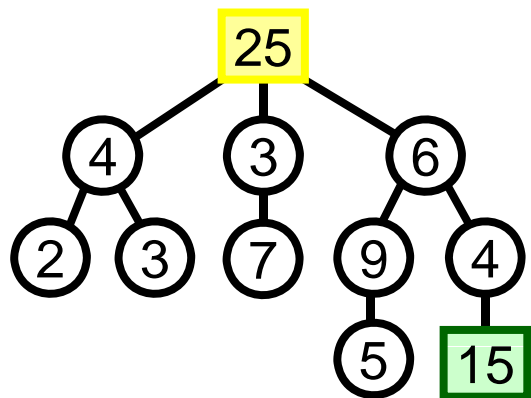
General graphs



(1) **MAXSNP-hard**
(APX-hard)

No PTAS unless $P=NP$

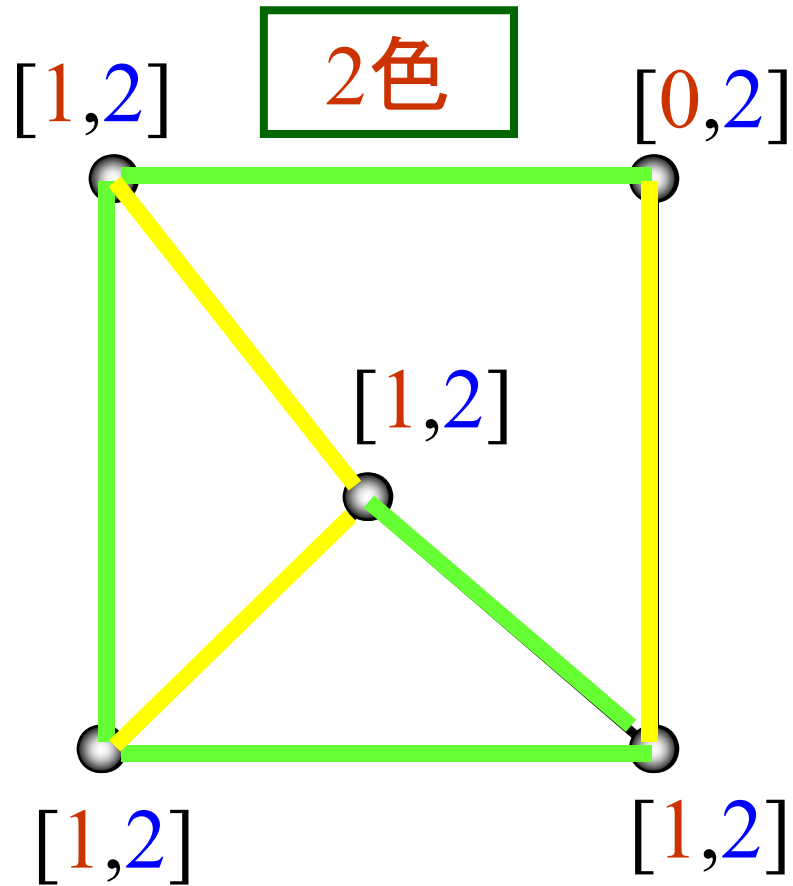
Trees



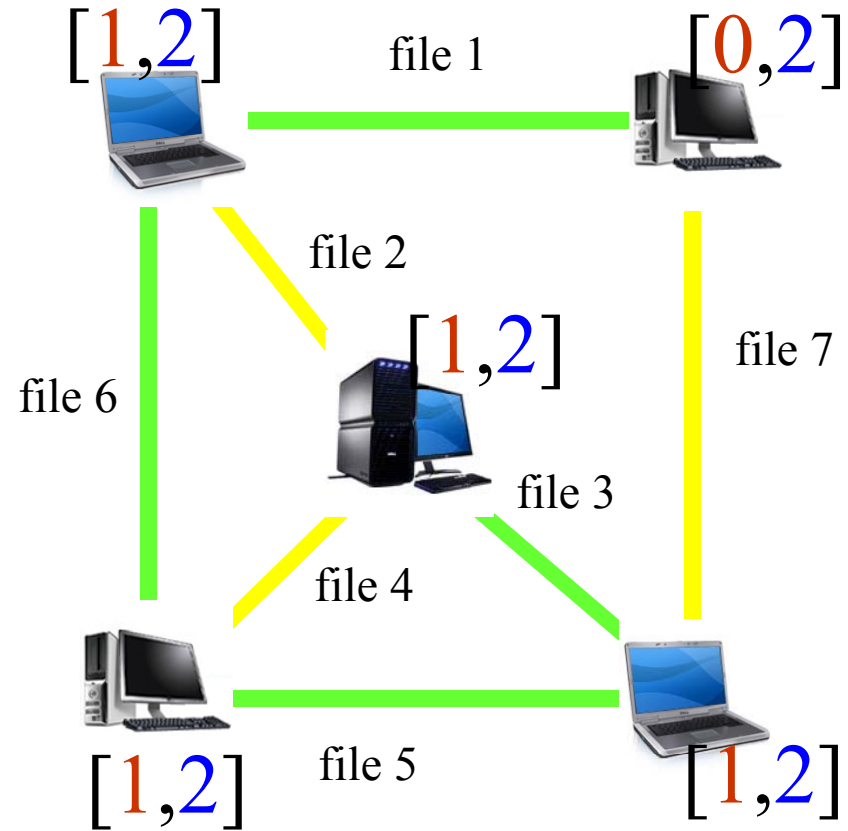
NP-hard

(2) **FPTAS**

時間帯： 1時間目 2時間目 3時間目 4時間目 5時間目



[g,f]彩色

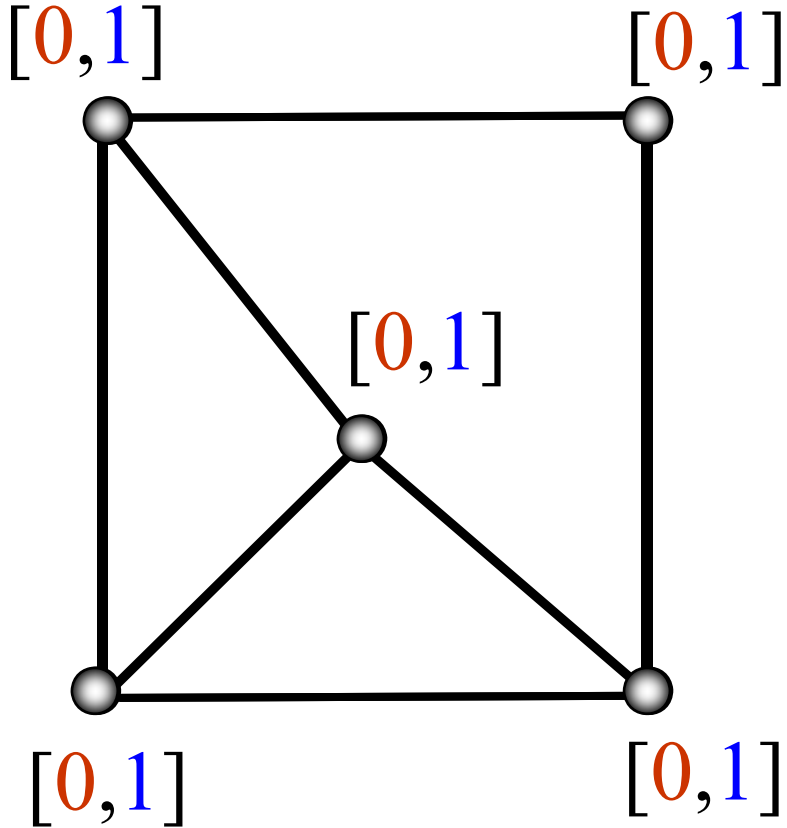


ファイル転送問題

$[0,1]$ 彩色



边彩色



[g,f]彩色問題

∈ NP困難

入力: グラフG

出力: 最小色数でGの[g,f]彩色

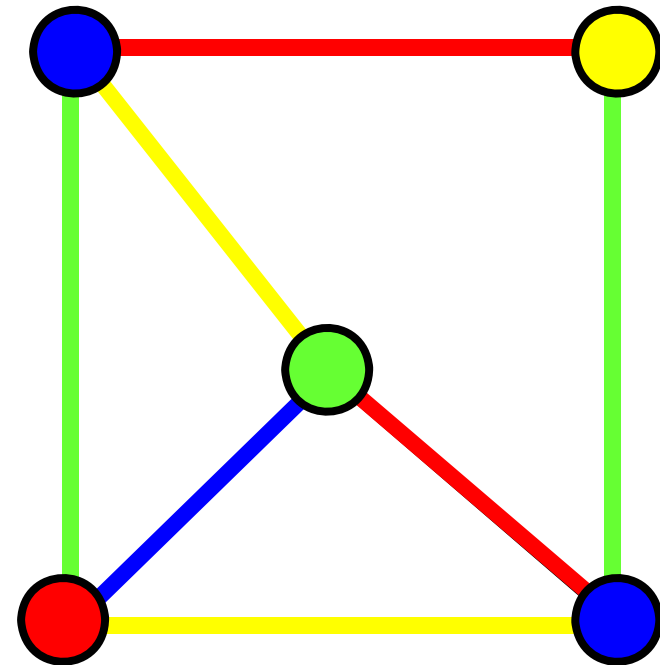
研究成果

部分k木に対して、線形時間アルゴリズム

全彩色問題

以下の条件を満たすように点と辺を彩色することである。

- ▶ 隣接点に異なる色
- ▶ 隣接辺に異なる色
- ▶ 隣接点と辺に異なる色



全彩色問題

∈ NP困難

入力: グラフG

出力: 最小色数でGの全彩色

研究成果

部分k木に対して、線形時間アルゴリズム