

2016年3月実施
問題1 電気工学
(1頁目 / 2頁中)

Fig. 1 のようなフィードバック制御系がある。 $r(t)$ は目標値、 $y(t)$ は制御量である。

(1) $G_c(s) = \frac{K}{s}$ とする。定数 K が正のとき、次の間に答えよ。

- (a) このフィードバック制御系の開ループ伝達関数 $G(s)$ を求めよ。
- (b) このフィードバック制御系の特性方程式を求めよ。
- (c) このフィードバック制御系が安定となる K の範囲を求めよ。
- (d) このフィードバック制御系の根軌跡の概形を描け。また、根軌跡と s 平面上の虚軸の交点を求めよ。

(2) $G_c(s) = \frac{K}{s+3}$ とする。 $K=19.2$ のとき、次の間に答えよ。

- (a) このフィードバック制御系の開ループ周波数伝達関数 $G(j\omega)$ のゲイン $|G(j\omega)|$ と、位相 $\angle G(j\omega)$ を求めよ。
- (b) このフィードバック制御系のナイキスト線図の概形を描け。また、位相交差周波数 ω_π を求めよ。
- (c) このフィードバック制御系のゲイン余裕 GM を求めよ。

Consider the feedback control system shown in Fig. 1, where $r(t)$ and $y(t)$ denote the reference input and the controlled variable, respectively.

(1) Let $G_c(s) = \frac{K}{s}$, where the constant K is positive. Answer the following questions.

- (a) Find the open-loop transfer function $G(s)$ of the feedback control system.
- (b) Find the characteristic equation of the feedback control system.
- (c) Find the range of values of K so that the feedback control system is stable.
- (d) Sketch the root locus of the feedback control system, and find the intersection point of the root locus and the imaginary axis on the s -plane.

2016年3月実施
問題1 電気工学
(2頁目 / 2頁中)

(2) Let $G_c(s) = \frac{K}{s+3}$, where the constant K is 19.2. Answer the following questions.

- Find the gain $|G(j\omega)|$ and phase $\angle G(j\omega)$ of the open-loop frequency transfer function $G(j\omega)$ of the feedback control system.
- Sketch the Nyquist diagram of the feedback control system, and find the phase crossover frequency ω_π .
- Find the gain margin GM of the feedback control system.

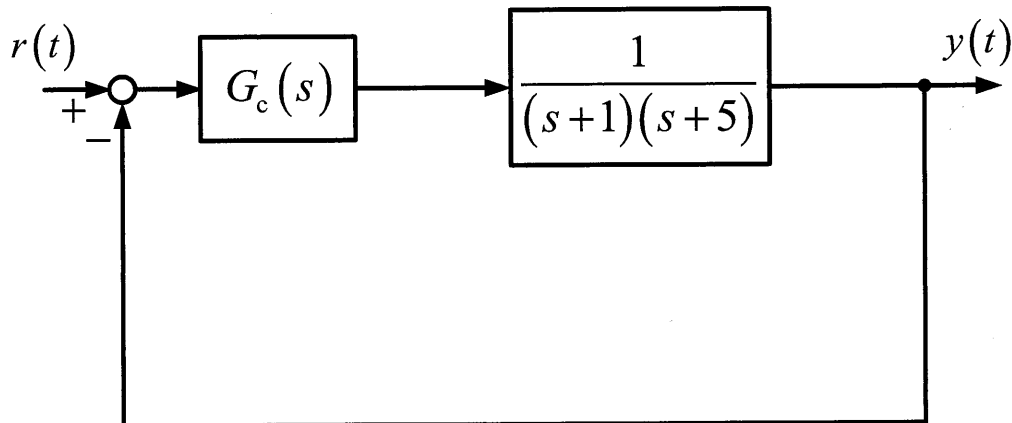


Fig. 1

2016 年 3 月実施
問題 2 通信工学
(1 頁目 / 2 頁中)

変調信号 $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ および搬送波 $A_c \cos(2\pi f_c t)$ により生成される振幅変調波 $g_{AM}(t) = A_c \{1 + m \cdot s(t)\} \cos(2\pi f_c t)$ ($0 < f_m \ll f_c$) を考える. ここで m は変調度であり, $0 < m \leq 1$ が満たされている. このとき, 以下の間に答えよ.

- (1) $g_{AM}(t)$ の概形を描け.
- (2) $g_{AM}(t)$ の電力効率 η_{AM} の式を求めよ. また, その最大電力効率を求めよ.

上述した振幅変調波 $g_{AM}(t)$ の受信機モデルを Fig. 2 に示す. 受信機内では両側電力スペクトル密度が $N_0/2$ である白色雑音 $n(t)$ が付加されるものとする. バンドパスフィルタ (BPF) は中心周波数 f_c , 通過帯域 $2f_T$ の次式で表される理想的な通過特性を持つものとする.

$$H(f) = \begin{cases} 1, & ||f| - f_c| \leq f_T \\ 0, & ||f| - f_c| > f_T \end{cases}$$

なお f_m , f_c および f_T は $f_m < f_T \ll f_c$ の関係を満足する. このとき, 以下の間に答えよ.

- (3) 受信機内で用いる包絡線検波器の回路例を図示し, その動作を説明せよ.
- (4) 受信機からの出力信号 $g_{out}(t)$ の信号対雑音電力比 $(S/N)_{out}$ の式を求めよ. また, $(S/N)_{out}$ の最大値を求めよ. ここで, 包絡線検波器への入力信号の信号対雑音電力比を $(S/N)_{in}$ とし, 搬送波振幅 A_c は白色雑音振幅に比べ十分に大きいものとする.

2016年3月実施
問題2 通信工学
(2頁目/2頁中)

Consider an amplitude modulation wave $g_{AM}(t) = A_c \{1 + m \cdot s(t)\} \cos(2\pi f_c t)$ ($0 < f_m \ll f_c$) generated from a modulation signal $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ and a carrier $A_c \cos(2\pi f_c t)$. Here, m is the modulation index, and $0 < m \leq 1$ is satisfied. Answer the following questions.

- (1) Sketch the waveform of $g_{AM}(t)$.
- (2) Derive an expression for the power efficiency η_{AM} of $g_{AM}(t)$. Then, derive its maximum power efficiency.

A receiver model for the amplitude modulation wave $g_{AM}(t)$ described above is shown in Fig. 2. White noise $n(t)$ with the double-sided power spectral density of $N_0/2$ is assumed to be applied into the receiver. The band pass filter (BPF) is assumed to have ideal transmission characteristics expressed by the following equation, with a center frequency of f_c and bandwidth of $2f_T$.

$$H(f) = \begin{cases} 1, & ||f| - f_c| \leq f_T \\ 0, & ||f| - f_c| > f_T \end{cases}$$

Here, f_m, f_c and f_T satisfy the relation of $f_m < f_T \ll f_c$. Answer the following questions.

- (3) Show an example circuit of the envelope detector used for the receiver, and explain its operation.
- (4) Derive an expression for the signal power to the noise power ratio $(S/N)_{out}$ of the output signal $g_{out}(t)$ from the receiver. Then, derive the maximum of the $(S/N)_{out}$. Here, the signal power to the noise power ratio of the input signal into the envelope detector is $(S/N)_{in}$, and the amplitude of the carrier A_c is assumed to be large enough compared to that of the white noise.

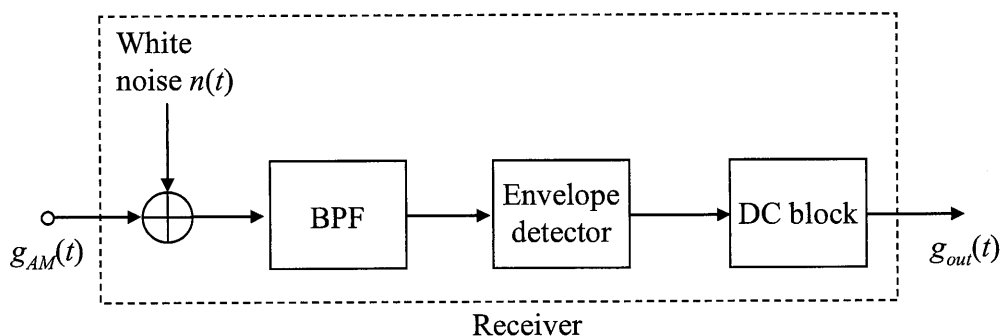


Fig. 2

2016年3月実施
問題3 電子工学
(1頁目/2頁中)

平衡状態にある半導体を考える。伝導帯の電子密度は

$$n = \int_{E_C}^{\infty} g(E)f(E)dE \quad (3A)$$

で求められる。ここで $g(E) = 4\pi(2m_n/h^2)^{3/2}(E - E_C)^{1/2}$ は伝導帯の電子の単位体積あたりの状態密度、 $f(E) = [1 + \exp\{(E - E_F)/kT\}]^{-1}$ はフェルミ・ディラック分布関数であり、 E は電子のエネルギー、 m_n は電子の有効質量、 h はプランク定数、 E_C は伝導帯底のエネルギー、 E_F はフェルミエネルギー、 k はボルツマン定数、 T は温度である。

$E > E_C$ において $E - E_F \gg kT$ が成り立つと仮定し、以下の問に答えよ。

(1) 式(3A)の積分を計算して以下の式を導き、有効状態密度 N_C の式を求めよ。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad (3B)$$

(2) 伝導帯の電子の平均エネルギーを求めよ。

(3) ドナー密度が N_D である n 型半導体を考える。 $n = N_D$ であるとき、 E_F の式を求めよ。

(4) 低温において n 型半導体中の電子密度は

$$n = N_D \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp\{(E_D - E_F)/kT\}} \right] \quad (3C)$$

で与えられる。ここで E_D はドナー準位である。 $E_F - E_D \gg kT$ が成り立つと仮定し、 E_F および n を E_C , E_D , N_C , N_D , k および T で表す式を求めよ。

Question No. 3: Electronic engineering (2/2)

2016年3月実施
問題3 電子工学
(2頁目/2頁中)

Consider a semiconductor at equilibrium. The density of electrons in the conduction band is calculated as

$$n = \int_{E_C}^{\infty} g(E)f(E)dE \quad (3A)$$

where $g(E) = 4\pi(2m_n/h^2)^{3/2}(E - E_C)^{1/2}$ is the density of states of electrons in the conduction band per unit volume and $f(E) = [1 + \exp\{(E - E_F)/kT\}]^{-1}$ is the Fermi-Dirac distribution function. Here, E is the energy of an electron, m_n is the effective mass of an electron, h is the Planck constant, E_C is the energy at the bottom of the conduction band, E_F is the Fermi energy, k is the Boltzmann constant and T is the temperature.

Answer the following questions, assuming that $E - E_F \gg kT$ for $E > E_C$.

- (1) Calculate the integral in eq. (3A) to derive the following equation and derive an expression for the effective density of states N_C .

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad (3B)$$

- (2) Calculate the average energy of electrons in the conduction band.
- (3) Consider an n-type semiconductor with a donor density of N_D . Derive an expression for E_F in the case where $n = N_D$.
- (4) At low temperatures, the density of electrons in an n-type semiconductor is given by

$$n = N_D \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp\{(E_D - E_F)/kT\}} \right] \quad (3C)$$

where E_D is the donor level. Derive expressions for E_F and n in terms of E_C , E_D , N_C , N_D , k and T , assuming that $E_F - E_D \gg kT$.

2016年3月実施
問題4 計算機1
(1頁目/1頁中)

クロックに同期して、各時刻 $t=1, 2, \dots$ に2つの1ビット信号 $a_t, b_t \in \{0, 1\}$ を受け取り、1つの1ビット信号 $z_t \in \{0, 1\}$ を出力する順序回路を考える。本順序回路は、 $t \geq 4$ かつ系列 $a_t a_{t-1} a_{t-2} a_{t-3}$ と $b_t b_{t-1} b_{t-2} b_{t-3}$ のハミング距離が4のときに1を出力し、それ以外では0を出力する。なお、ハミング距離とは、桁数の等しい2つの2進数において、記号が異なる桁の個数のことである。以下の間に答えよ。

- (1) 2入力系列 $a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 = 101010$, $b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 = 110100$ に対する出力系列 $z_6 z_5 z_4 z_3 z_2 z_1$ を示せ。
- (2) 本順序回路の状態遷移図を示せ。ただし、状態数は4とせよ。
- (3) 本順序回路の励起式(状態式)および出力式を最簡積和形の論理式で示せ。ただし、現在の状態を表す状態信号を $y_1, y_2 \in \{0, 1\}$, 次の状態を表す状態信号を $Y_1, Y_2 \in \{0, 1\}$ とする。
- (4) 本順序回路を、2つのDフリップフロップ、および任意の個数のNOT, AND, OR, EXORゲートを用いて構成せよ。

Consider a sequential circuit which receives two 1-bit signals $a_t, b_t \in \{0, 1\}$ and outputs one 1-bit signal $z_t \in \{0, 1\}$ at each time $t=1, 2, \dots$ in synchronization with a clock. The sequential circuit outputs 1 when $t \geq 4$ and the Hamming distance between input sequences $a_t a_{t-1} a_{t-2} a_{t-3}$ and $b_t b_{t-1} b_{t-2} b_{t-3}$ is 4, and outputs 0 otherwise. Note that the Hamming distance between two bit strings of equal length is the number of positions for which the corresponding symbols are different. Answer the following questions.

- (1) Show the output sequence $z_6 z_5 z_4 z_3 z_2 z_1$ corresponding to the input sequences $a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 = 101010$ and $b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 = 110100$.
- (2) Draw a state-transition diagram of the sequential circuit. Suppose that the number of states is 4.
- (3) Show the excitation equations (state equations) and output equation of the sequential circuit using logical expressions in the minimum sum-of-products form. Suppose that $y_1, y_2 \in \{0, 1\}$ and $Y_1, Y_2 \in \{0, 1\}$ are the current and next state signals, respectively.
- (4) Draw a circuit diagram of the sequential circuit using two D flip-flops and an arbitrary number of NOT, AND, OR and EXOR gates.

2016年3月実施
問題5 計算機2
(1頁目 / 4頁中)

Fig. 5(a) で定義したプログラミング言語および, Fig. 5(b) で定義したスタック機械の命令に関する以下の問に答えよ. スタック機械の各命令の動作は Fig. 5(c) で与えられている. 空のスタックを $[]$, 空のスタックに n_1, \dots, n_k をこの順でプッシュしたときに得られるスタックの状態を $[n_k, \dots, n_1]$ と書くことにする.

- (1) 式 “(2 - (3 - 5))” に対応する命令

PUSH 2; PUSH 3; PUSH 5; SUB; SUB; END

を考える. この命令を空のスタックから実行したときに得られるスタックの状態の遷移列を書き下せ.

- (2) 式 “(ifz 3 then 4 else (5 - 6))” に対応する命令

PUSH 3; BRANCHZ (PUSH 4; END) (PUSH 5; PUSH 6; SUB; END)

を考える. この命令を空のスタックから実行したときに得られるスタックの状態の遷移列を書き下せ.

- (3) 式 e を評価した結果が n であるとき, 空のスタックから実行すると最終的なスタックの状態が $[n]$ になるような命令 c が存在すれば, そのような c を $compile(e)$ と書くことにする. 命令 c_1 と c_2 に対し, 命令 $c_1 \triangleleft c_2$ を, c_1 に出現する全ての END を c_2 で置き換えることにより得られる命令であると定義する. たとえば, $(PUSH 1; END) \triangleleft (PUSH 2; END)$ は $PUSH 1; PUSH 2; END$ となる. また, たとえば $compile((e_1 - e_2))$ は, もし $compile(e_1)$ と $compile(e_2)$ が存在すれば, $compile(e_1) \triangleleft compile(e_2) \triangleleft (SUB; END)$ と表せる. 演算子 \triangleleft は結合的であることに注意する. このとき以下の問に答えよ.

- (a) 整数定数式 n に対し, $compile(n)$ を書き下せ.

- (b) e_1, e_2 および e_3 を式とし, 命令 $compile(e_1)$, $compile(e_2)$ および $compile(e_3)$ が存在すると仮定する. このとき $compile(((ifz e_1 then e_2 else e_3)))$ を $compile(e_1)$, $compile(e_2)$, $compile(e_3)$ および \triangleleft を用いて表せ. また, 命令

$$compile(((ifz 1 then 2 else 3) - 4))$$

を具体的に書き下せ. 計算の過程も示すこと.

- (c) 式 e の構文木のサイズに対し, $compile(e)$ の構文木のサイズが指数関数的に大きくなる場合が存在するかを判定し, その根拠を示せ.

2016年3月実施
問題5 計算機2
(2頁目 / 4頁中)

Answer the following questions about the programming language given in Fig. 5 (a) and commands given in Fig. 5 (b) for a stack machine. The behavior of each command of the stack machine is given in Fig. 5 (c). The empty stack is denoted by $[]$, and the state of the stack obtained by pushing n_1, \dots, n_k to the empty stack in this order is denoted by $[n_k, \dots, n_1]$.

- (1) Consider the command

PUSH 2; PUSH 3; PUSH 5; SUB; SUB; END

which corresponds to the expression “ $(2 - (3 - 5))$ ”. Write down the transition sequence of stack states obtained by executing this command from the empty stack.

- (2) Consider the command

PUSH 3; BRANCHZ (PUSH 4; END) (PUSH 5; PUSH 6; SUB; END)

which corresponds to the expression “**(ifz 3 then 4 else (5-6))**”. Write down the transition sequence of stack states obtained by executing this command from the empty stack.

- (3) For an expression e that evaluates to n , if there exists a command c whose execution from the empty stack finally results in $[n]$, such a command c is denoted by $compile(e)$. For commands c_1 and c_2 , we define $c_1 \triangleleft c_2$ as the command obtained from c_1 by replacing every END occurring in c_1 by c_2 . For example, (PUSH 1; END) \triangleleft (PUSH 2; END) equals PUSH 1; PUSH 2; END. For example, $compile((e_1 - e_2))$ can be expressed as $compile(e_1) \triangleleft compile(e_2) \triangleleft (SUB; END)$, if $compile(e_1)$ and $compile(e_2)$ exist. Note that the operator \triangleleft is associative. Answer the following questions.

- (a) Write down $compile(n)$ for an integer-constant expression n .
 (b) Let e_1, e_2 and e_3 be expressions, and suppose that there exist commands $compile(e_1)$, $compile(e_2)$ and $compile(e_3)$. Express $compile(\mathbf{(ifz } e_1 \mathbf{ then } e_2 \mathbf{ else } e_3))$ in terms of $compile(e_1)$, $compile(e_2)$, $compile(e_3)$ and \triangleleft . Also, write down the command

$$compile(\mathbf{(((ifz 1 then 2 else 3) - 4)})$$

explicitly. Show your working.

- (c) Determine whether there exists an expression e such that the size of the syntax tree of $compile(e)$ is exponentially large to the size of the syntax tree of e . Justify your answer.

2016年3月実施
問題5 計算機2
(3頁目 / 4頁中)

式 / expression

$e ::= n$	(整数定数 / integer constant)
$(e_1 - e_2)$	(整数減算 / integer subtraction)
$(\text{ifz } e_1 \text{ then } e_2 \text{ else } e_3)$	(条件分岐 / conditional branching)

ただし、式“(ifz e_1 then e_2 else e_3)”の値は、 e_1 の値が0と等しければ、 e_2 の値に、そうでなければ e_3 の値に等しい。演算子 $-$ は整数減算を表すとする。

Here, the value of “(ifz e_1 then e_2 else e_3)” equals the value of e_2 if the value of e_1 equals 0, and otherwise equals the value of e_3 . Operator $-$ denotes integer subtraction.

Fig. 5 (a)

命令 / command

$c ::= \text{END}$	(命令の終端 / end of a command)
$\text{PUSH } n; c$	(整数プッシュ / pushing an integer)
$\text{SUB}; c$	(整数減算 / integer subtraction)
$\text{BRANCHZ } (c_1) (c_2)$	(ゼロ分岐 / branch on zero)

Fig. 5 (b)

2016年3月実施
問題5 計算機2
(4頁目 / 4頁中)

命令 / command	動作 / behavior
END	なにもしない (命令の終端). Do nothing (the end of a command).
PUSH $n; c$	整数 n をスタックにプッシュする. その後 c を実行する. Push the integer n to the stack. Then, execute c .
SUB; c	2つの整数 n_2 と n_1 をスタックからポップし, $n_1 - n_2$ の結果をスタックにプッシュする. その後 c を実行する. ただし, n_2 は最初のポップ操作で得られた整数であり, n_1 は次のポップ操作で得られた整数である. Pop two integers n_2 and n_1 from the stack, and push the result of $n_1 - n_2$ to the stack. Then, execute c . Here, n_2 is the integer obtained by the first pop operation, and n_1 is the integer obtained by the second pop operation.
BRANCHZ (c_1) (c_2)	整数 n をスタックからポップする. その後, n が 0 なら c_1 を, そうでなければ c_2 を実行する. Pop an integer n from the stack. Then, execute c_1 if n equals 0, and otherwise execute c_2 .

Fig. 5(c)

2016年3月実施
問題6 物理専門1
(1頁目 / 2頁中)

x 軸上のポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} \infty & (x < 0) \\ 0 & (0 \leq x \leq L) \\ V_0 & (x > L) \end{cases}$$

の中の質量 m の粒子の量子状態を考える。ここで、 L および V_0 は正の定数であり、粒子はエネルギー E ($0 < E < V_0$) の定常状態にある。以下の問に答えよ。ただし、 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h はプランク定数)、 i は虚数単位とする。

- (1) $0 \leq x \leq L$ の領域における定常状態の波動関数、すなわち時間に独立なシュレーディンガー方程式の解を $\psi_1(x)$ とする。 $\psi_1(x)$ は一般に

$$\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

と書ける。ここで、 A および B は複素数の定数、 k は正の定数である。 k を m , E , \hbar を用いて表せ。

- (2) $x = 0$ で $\psi_1(x)$ が満たすべき条件を考慮し、 $\frac{B}{A}$ を求めよ。

- (3) $x > L$ の領域における定常状態の波動関数を $\psi_2(x)$ とする。 $\psi_2(x)$ が $x \rightarrow \infty$ において 0 に収束するとき、

$$\psi_2(x) = Ce^{-\kappa x}$$

である。ここで、 C は複素数の定数、 κ は正の定数である。 κ を m , E , \hbar , V_0 を用いて表せ。

- (4) 問(2)の結果とともに $x = L$ で $\psi_1(x)$ および $\psi_2(x)$ が満たすべき条件を考慮し、 A と C との関係を表す方程式を2つ求めよ。

- (5) $0 < E < V_0$ を満たす定常状態が少なくとも1つ存在するための L の下限を求めよ。

2016年3月実施
問題6 物理専門1
(2頁目 / 2頁中)

Consider the quantum state of a particle of mass m in the potential along the x -axis

$$V(x) = \begin{cases} \infty & (x < 0) \\ 0 & (0 \leq x \leq L) \\ V_0 & (x > L) \end{cases} .$$

Here, L and V_0 are positive constants and the particle is in a stationary state with energy E ($0 < E < V_0$). Answer the following questions. In the following, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h : Planck constant) and i is the imaginary unit.

- (1) Let $\psi_1(x)$ be the stationary wave function, i.e., the solution of the time-independent Schrödinger equation, in the region $0 \leq x \leq L$. In general, $\psi_1(x)$ can be written as

$$\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx},$$

where A and B are complex constants and k is a positive constant. Obtain k in terms of m , E , and \hbar .

- (2) Taking account of the condition that $\psi_1(x)$ should satisfy at $x = 0$, obtain $\frac{B}{A}$.
- (3) Let $\psi_2(x)$ be the stationary wave function in the region $x > L$. Given that $\psi_2(x)$ converges to 0 when $x \rightarrow \infty$,

$$\psi_2(x) = Ce^{-\kappa x},$$

where C is a complex constant and κ is a positive constant. Obtain κ in terms of m , E , \hbar , and V_0 .

- (4) Taking account of the conditions that $\psi_1(x)$ and $\psi_2(x)$ should satisfy at $x = L$ together with the result of question (2), obtain two equations showing the relationships between A and C .
- (5) Obtain the lower limit of L where at least one stationary state exists satisfying $0 < E < V_0$.

2016年3月実施
問題7 物理専門2
(1頁目/1頁中)

複素変数 z の関数 $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4z - 1}$ を考える.

C を $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) により表される円周上を正の向きに回る積分路とするとき, 以下の問に答えよ. ただし, i は虚数単位である.

- (1) 関数 $f(z)$ のすべての孤立特異点とその留数を求めよ.
- (2) 関数 $f(z)$ の領域 $0 < |z - 2 + \sqrt{5}| < 2\sqrt{5}$ における $z = 2 - \sqrt{5}$ まわりのローラン級数を求めよ.
- (3) 複素積分 $\int_C f(z) dz$ を求めよ.
- (4) 複素積分 $\int_C f(-z) dz$ を求めよ.
- (5) 実変数 x の関数 $g(x) = \frac{1}{2i + \sin x}$ のフーリエ級数を求めよ.

Consider a function $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4z - 1}$ of a complex variable z .

When C is a positively oriented contour $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$), answer the following questions. In the following, i is the imaginary unit.

- (1) Find all the isolated points and their corresponding residues of the function $f(z)$.
- (2) Find the Laurent series of the function $f(z)$ about $z = 2 - \sqrt{5}$ in the region

$$0 < |z - 2 + \sqrt{5}| < 2\sqrt{5}.$$

- (3) Find the value of the complex integral $\int_C f(z) dz$.
- (4) Find the value of the complex integral $\int_C f(-z) dz$.
- (5) Find the Fourier series for the function $g(x) = \frac{1}{2i + \sin x}$ of a real variable x .