システム制御

資料2 伝達関数

張山昌論

資料について

■張山のホームページ

http://www.ecei.tohoku.ac.jp/hariyama/

の授業のページからプレゼンテーションの資料(PDF形式)をダウンロードできます．できるだけ前日までにアップロード予定．授業に持ち込んで下さい．パソコン，ipadなどで持ち込んでいただいてもよいです．

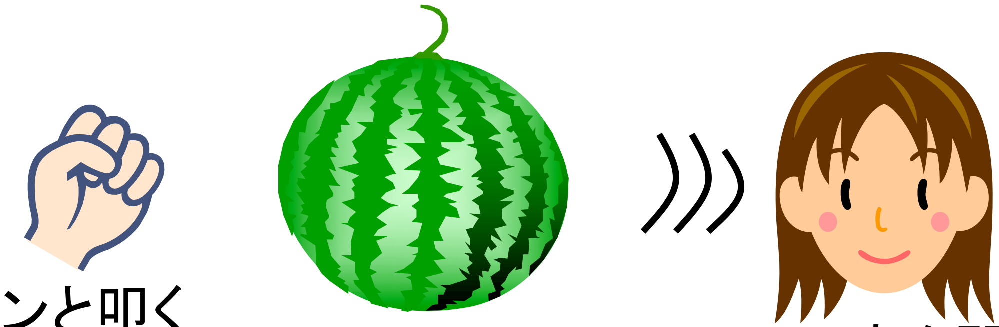
※教科書のエッセンスを抽出しているので，教科書よりは内容が少ないです．テスト前は教科書を見直すこと．

伝達関数

システムを数学的に記述する

伝達関数のイメージ

よいスイカかどうかを調べるには？



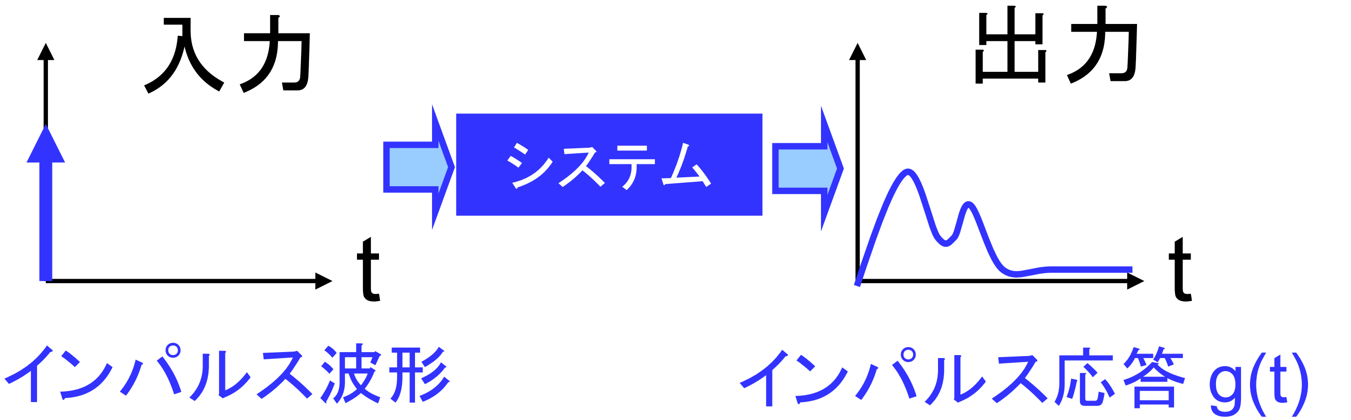
コツンと叩く

耳で音を聞く

インパルス波形

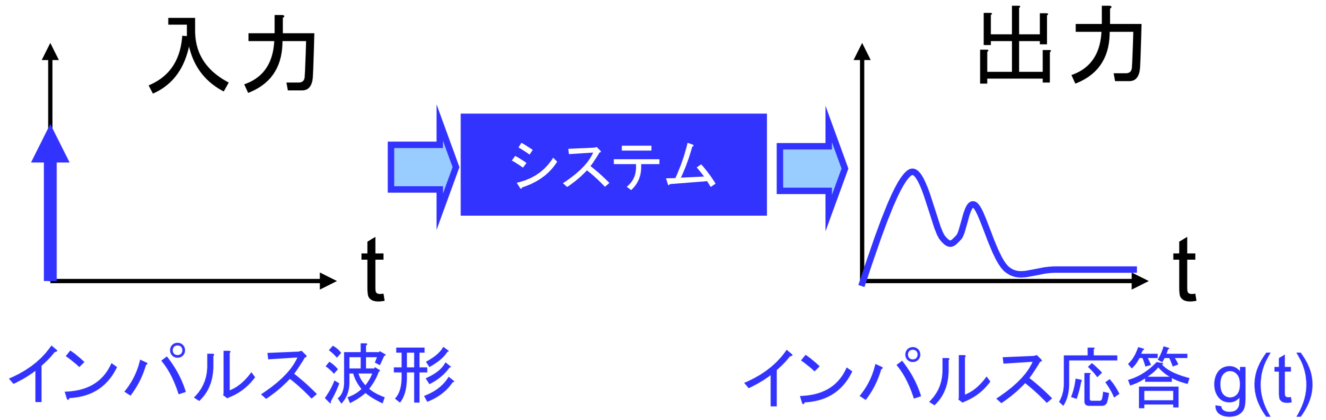
インパルス応答 g(t)
(伝達関数の時間領域表現)

インパルス応答と伝達関数(教科書41P)



任意入力 x(t) に対する 出力 y(t) は？

畳み込み



任意入力x(t)に対するy(t)は？　教科書41P

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

ラプラス変換のシステム的な解釈

システムのインパルス応答：g(t)

時間領域

入力

x(t)

システム

g(t)

出力

畳み込み

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

ラプラス変換

逆ラプラス変換

入力

X(s)

システム

G(s)

出力

Y(s)=G(s)X(s)

s領域

システムの伝達関数：G(s)

伝達関数G(s)の求め方

パターン1. 微分方程式が与えられている場合

微分方程式をラプラス変換した後に

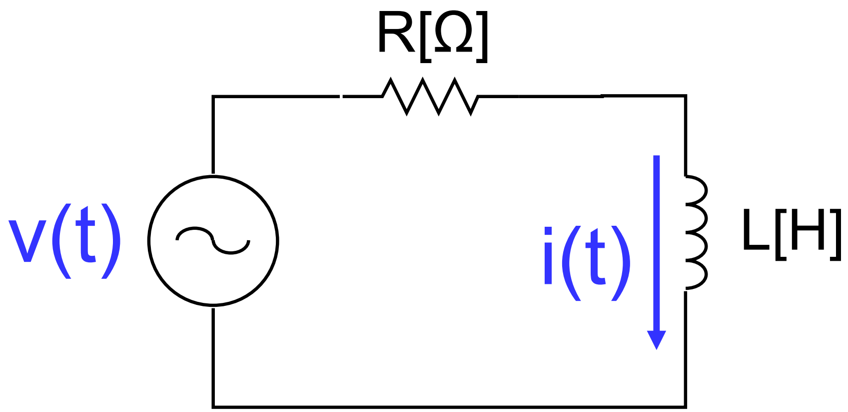
$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}\quad\frac{\text{出力のs関数}}{\text{入力のs関数}}$$

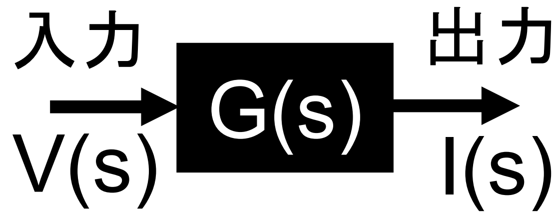
パターン2. インパルス応答g(t)が与えられている場合

$$G(s)=L[g(t)]$$

g(t)のラプラス変換

演習：RL(抵抗・コイル)回路（パターン1）





$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$$

誘導起電力
コイルの磁束の
変化を妨げるよう
に生じる

抵抗の
電圧降下

電源電圧v(t)を入力,
電流i(t)を出力とした
場合の伝達関数G(s)
を求めよ

解答

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$$

入力電圧v(t)のs関数: V(s)
出力電流i(t)のs関数: I(s)

演習: 伝達関数求め方 パターン2

インパルス応答が次式で与えられるシステムの伝達関数を求めよ

$$g(t) = \frac{R}{L} e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} u(t)$$

余談: u(t)は単位ステップ関数なので

$$g(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \frac{R}{L} e^{-\alpha t} & (t \geq 0) \end{cases}$$

解答

教科書P.51の変換表を使う

伝達関数を用いて
時間領域の出力を求める

インパルス波形　　　インパルス応答 g(t)

任意入力 x(t) に対する 出力 y(t) は？

方法1 畳み込み(積分の計算が大変(@_@;))

$$y(t)=\int_0^t x(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

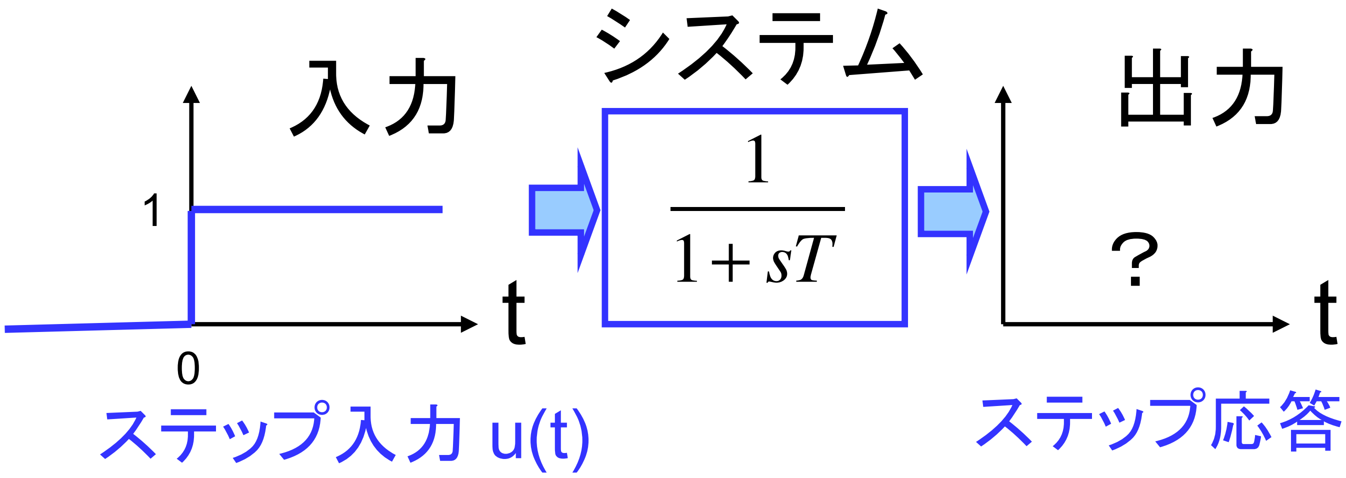
方法2 ラプラス変換 (※重要)

逆ラプラス変換

$Y(s)=G(s)X(s) \Rightarrow y(t)=L^{-1}[Y(s)]$を計算

方法2の演習

システムの伝達関数が与えられている時に,
時間領域において，与えられた入力に対する出力を求める



解答

ラプラス領域でのステップ応答は,

P.51(2)(単位ステップのラプラス変換)を用いることにより

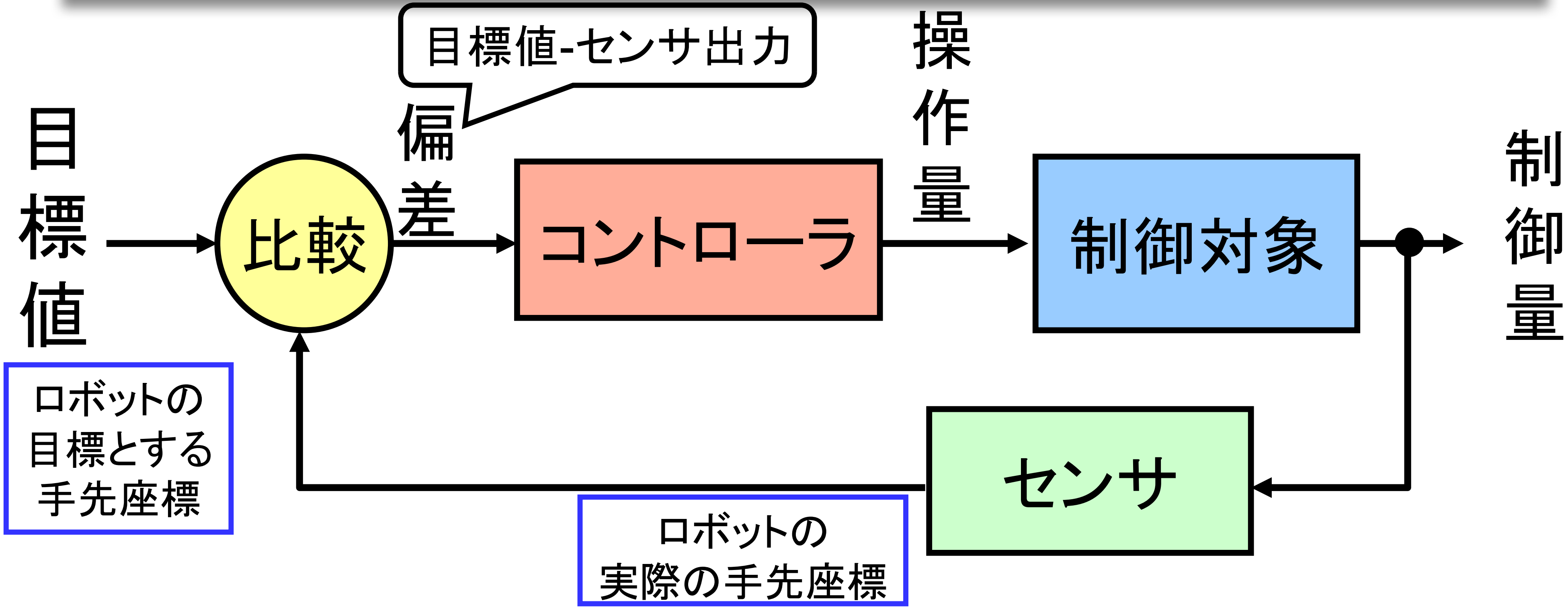
$$Y(s) = \frac{1}{1+sT} X(s) = \boxed{}$$

逆ラプラス変換P.51(8)よりα=$\boxed{}$,β=$\boxed{}$として

$$y(t) = \boxed{}$$

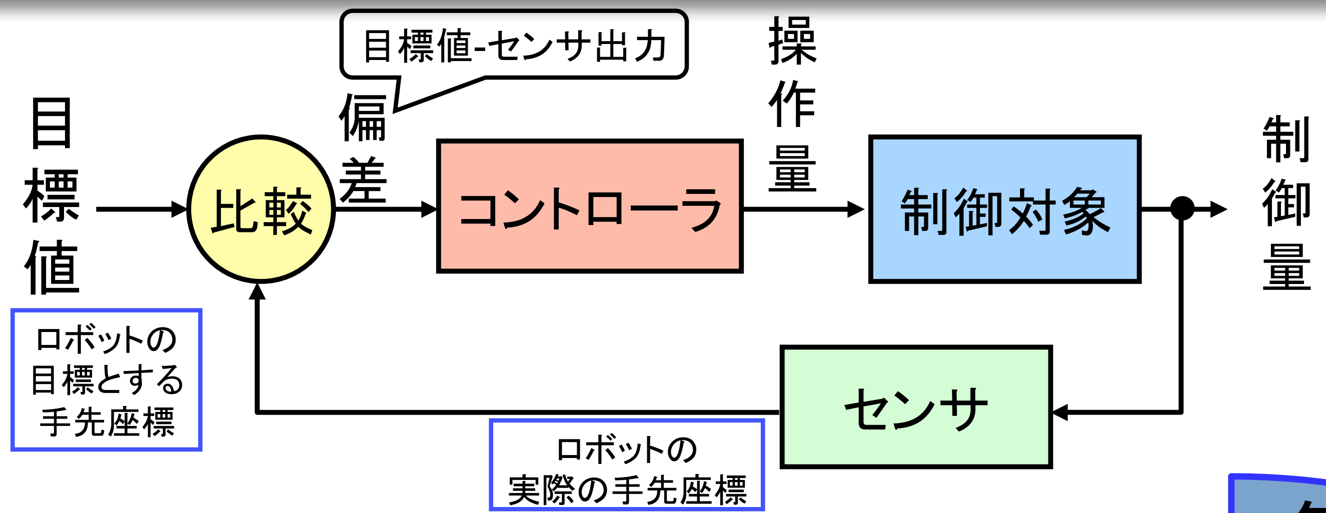
フィードバック制御系の伝達関数(P.72)

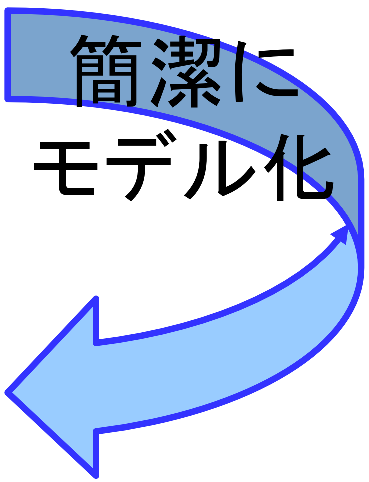
(第1回の授業)フィードバック制御系

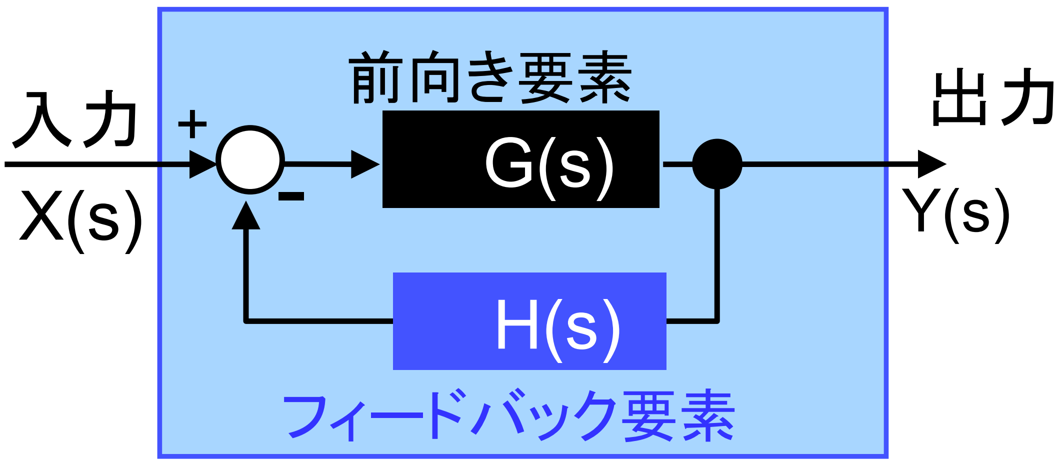


- 制御量: 制御したい量(モータの回転角度など)
- 操作量: 制御対象へ加える量(モータの電圧など)
- 目標値: 制御量の目標とする値
- 偏差: 目標値と制御量の差 (偏差=目標値 — 制御量)

教科書で扱うフィードバック制御モデル

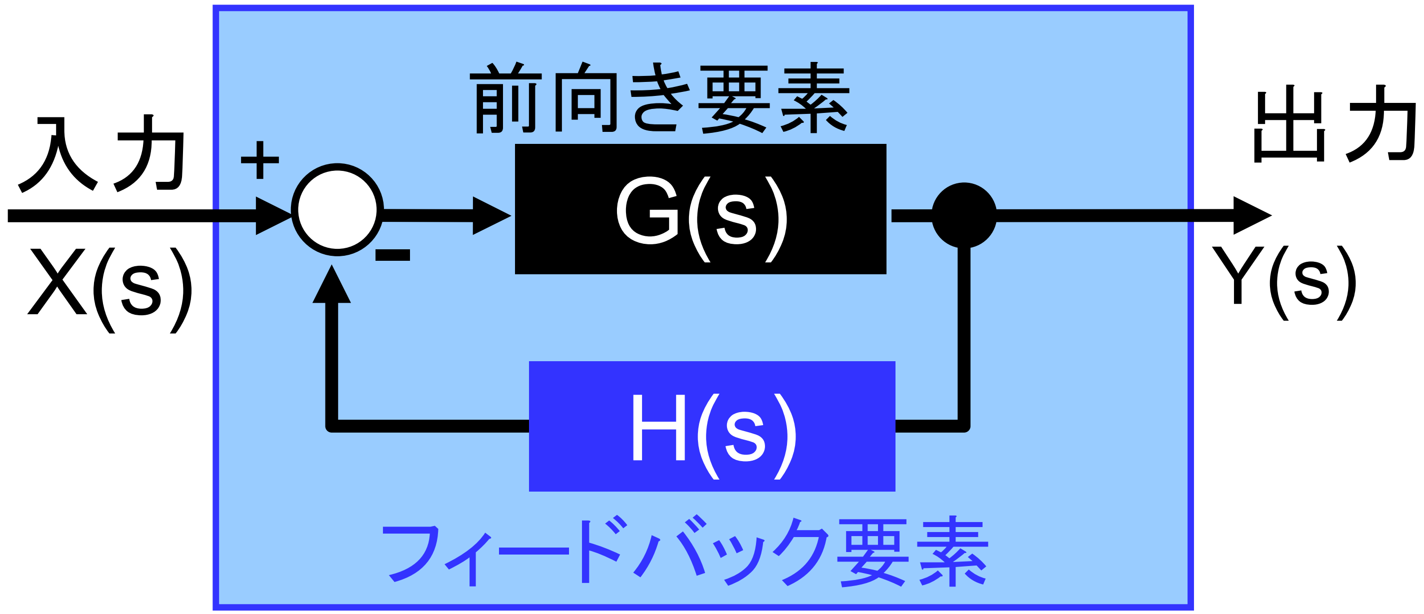






ブロック線図

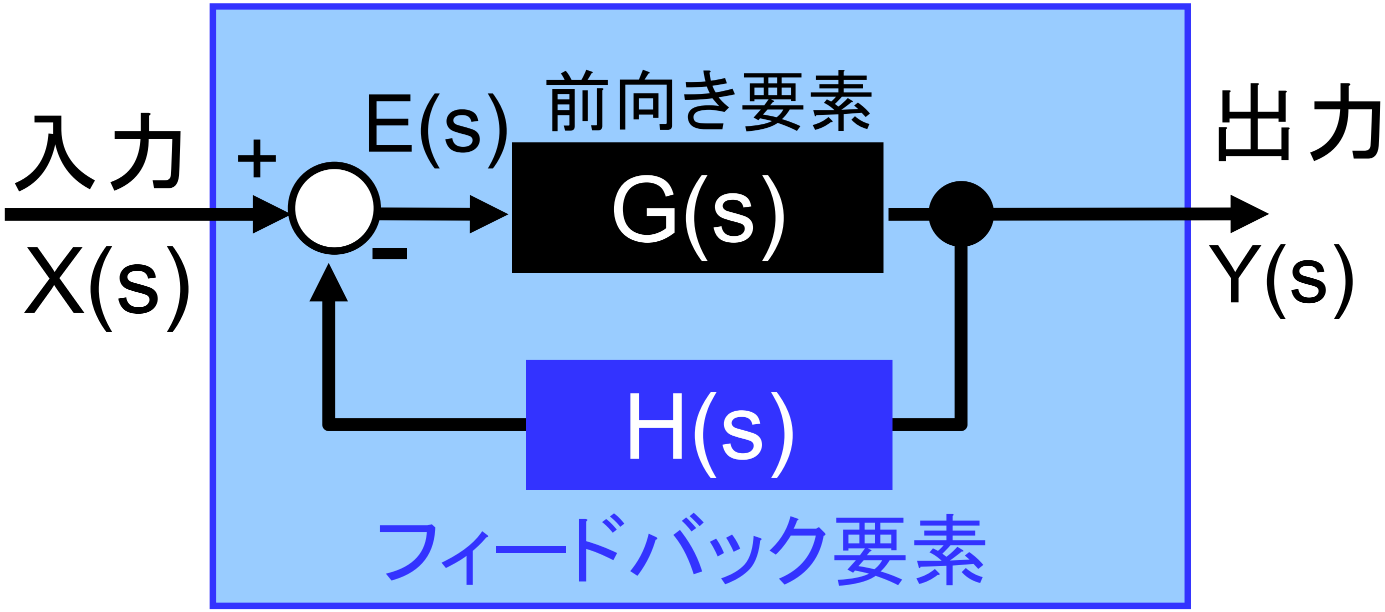
教科書でのフィードバック制御系モデル



G(s)H(s): 開ループ伝達関数

閉ループの一部をオープンにした場合のループに沿ったシステムの伝達関数

フィードバック制御系の 伝達関数(P.72)



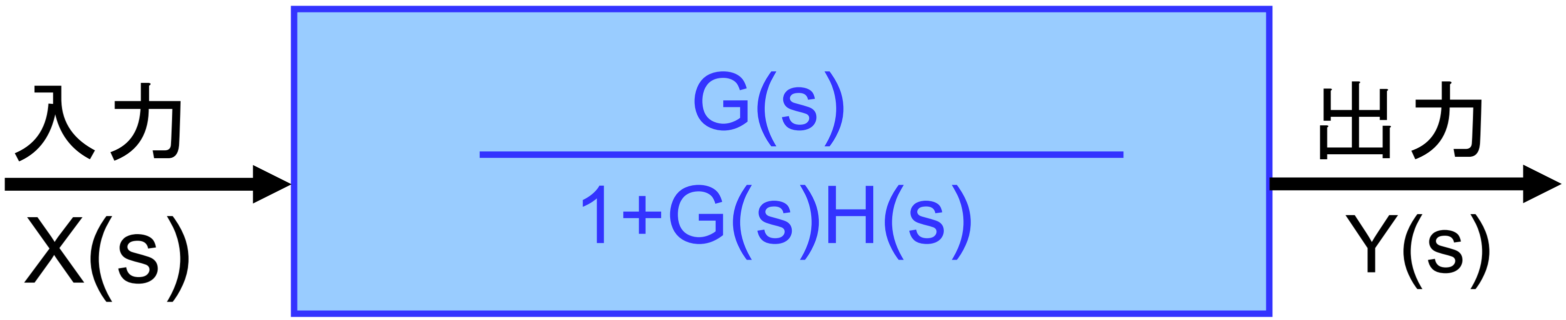
E(s)=X(s)-H(s)Y(s)　　　Y(s)=G(s)E(s)

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} X(s)$$

閉ループ伝達関数

フィードバック制御系の 伝達関数(P.72)

前向き要素，フィードバック要素をまとめると，



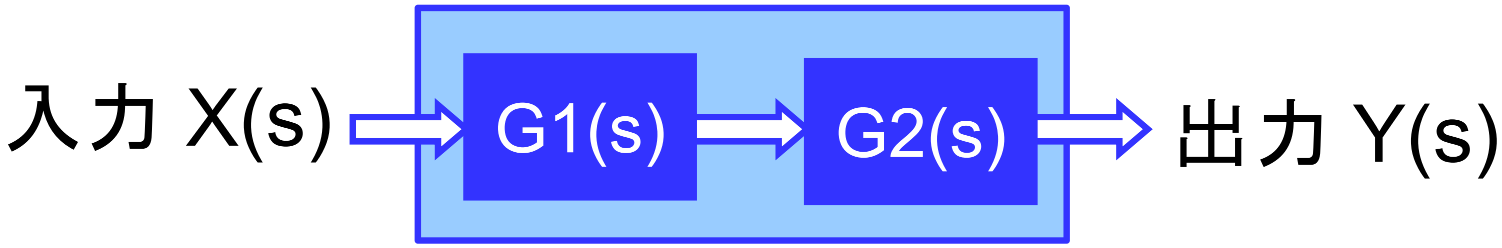
※重要： $1+G(s)H(s)=0$ を特性方程式とよぶ

ブロック線図の簡単化 (P.18)

複雑なブロック図を

一つの伝達関数で表現する

継続結合

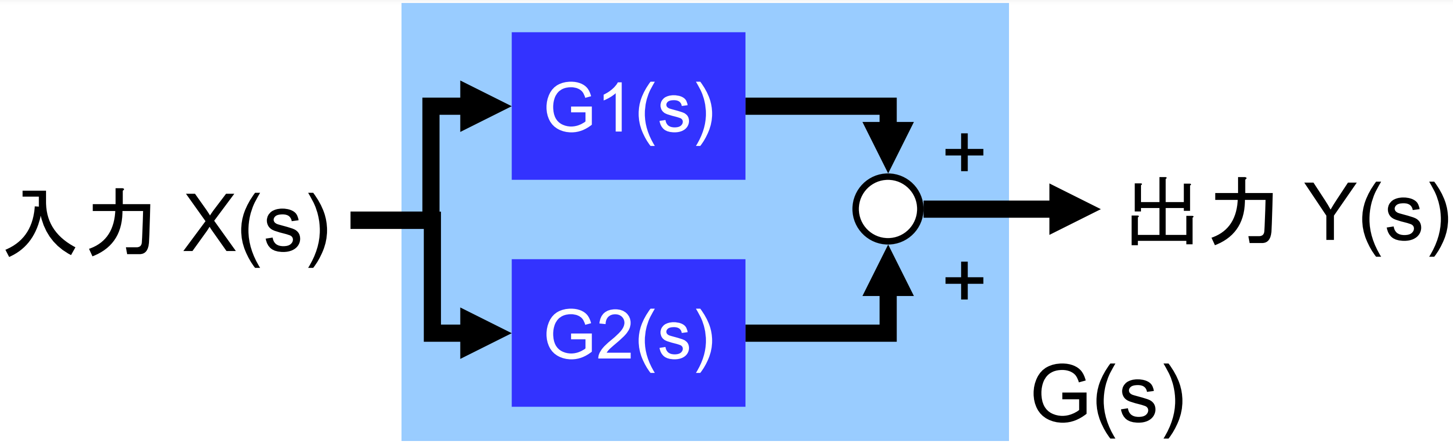


$$Y(s)=G2(s)\,(G1(s)X(s))=G2(s)G1(s)X(s)$$

$$Y(s)=G(s)X(s)$$

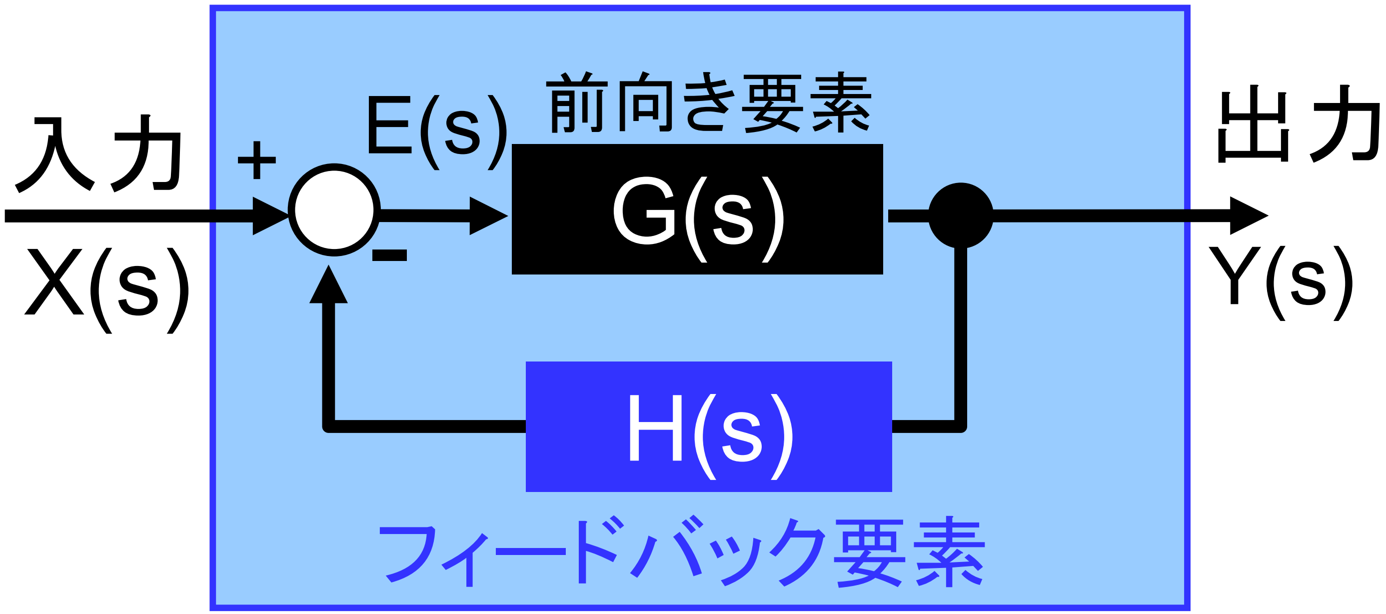
$$G(s)=G1(s)G2(s)$$

並列結合



$$Y(s) = G1(s)\,X(s) + G2(s)\,X(s)$$
$$= (G1(s) + G2(s))X(s)$$

フィードバック結合

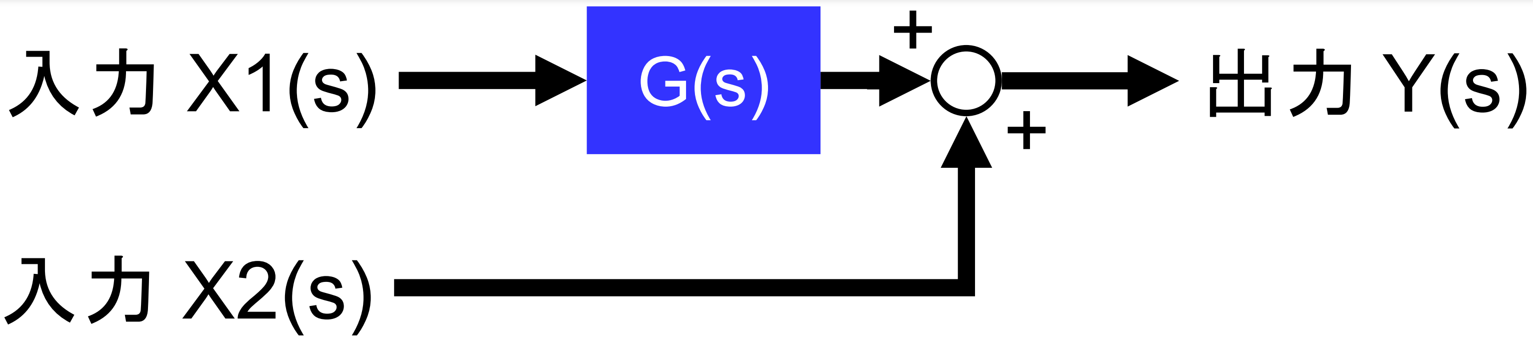


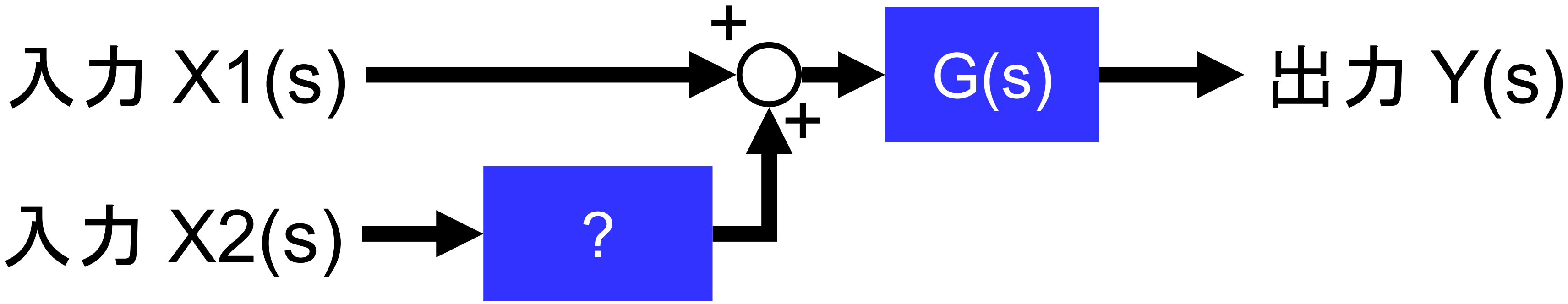
$$E(s)=X(s)-H(s)Y(s) \qquad Y(s)=G(s)E(s)$$

$$Y(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}X(s)$$

閉ループ伝達関数

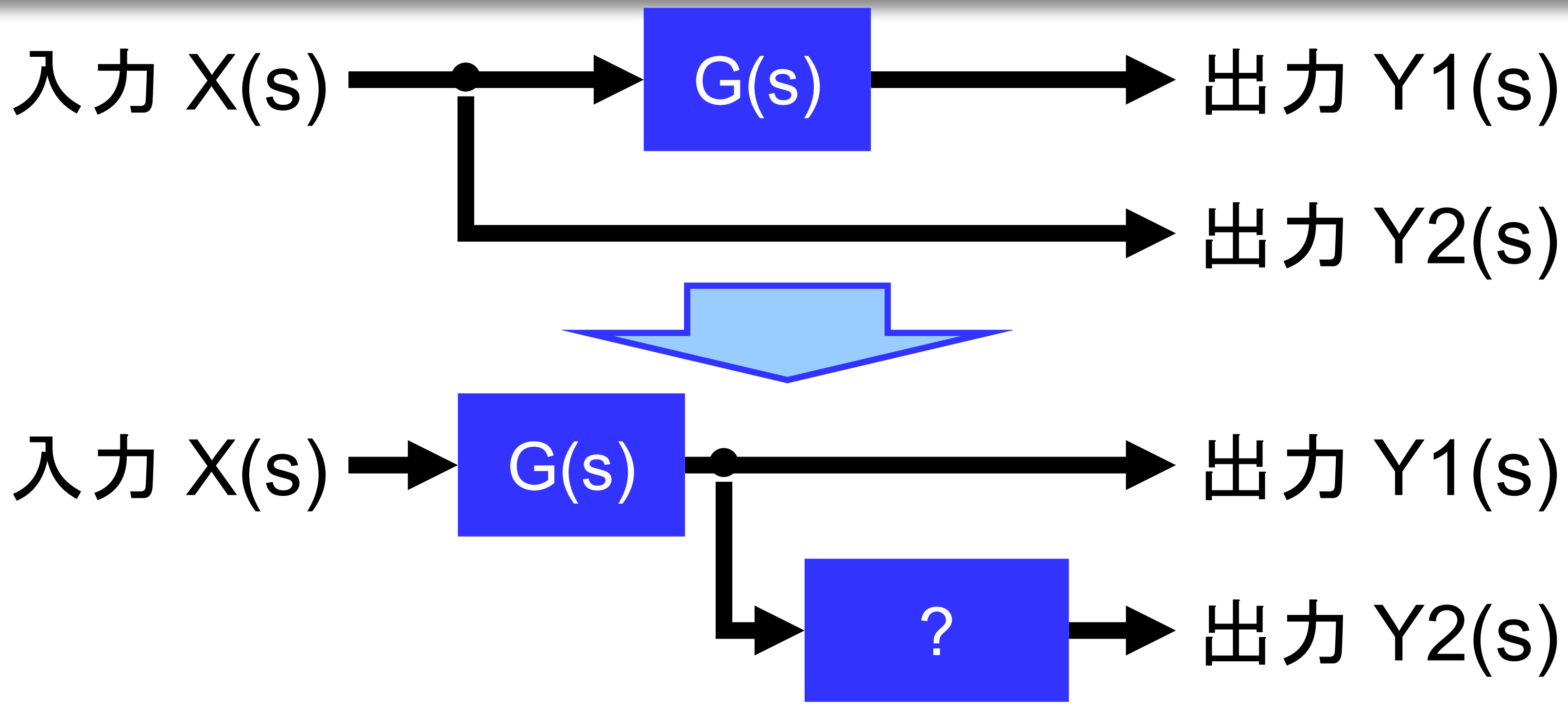
加え合わせ点の移動





$$Y(s)=G(s)X1(s)+X2(s)=G(s)\left(X1(s)+\boxed{\frac{1}{G(s)}}X2(s)\right)$$

引き出し点の移動

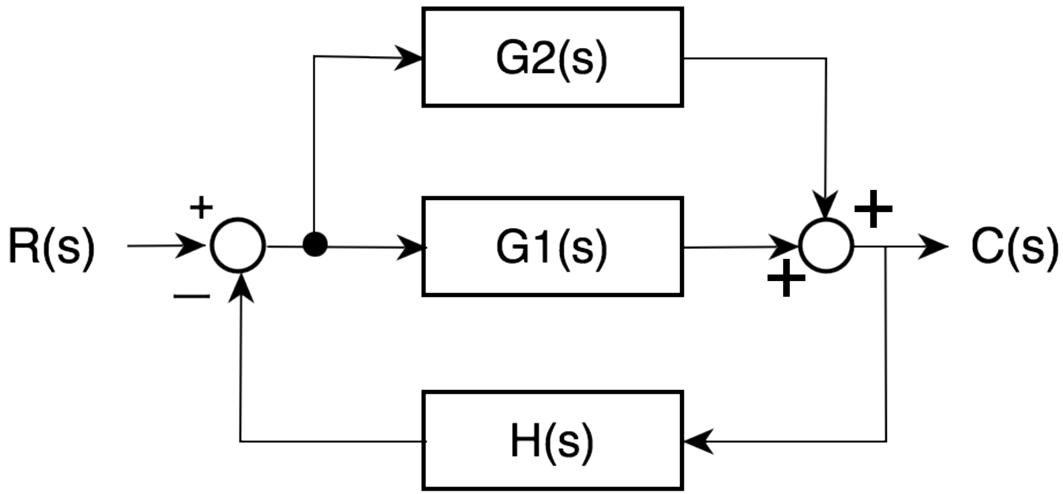


$$Y1(s) = G(s)X(s)$$

$$Y2(s) = X(s) = (G(s)X(s))\boxed{\frac{1}{G(s)}}$$

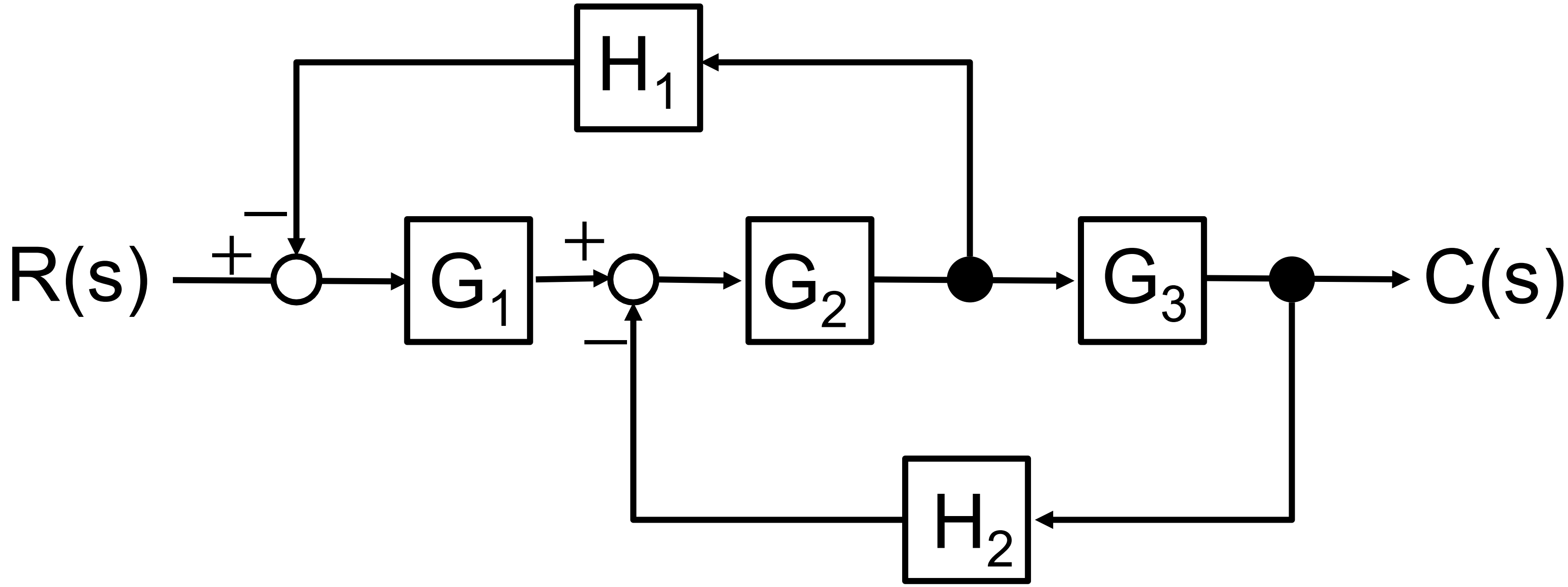
演習1

入力Rから出力Cまでの伝達関数を求めよ



演習2

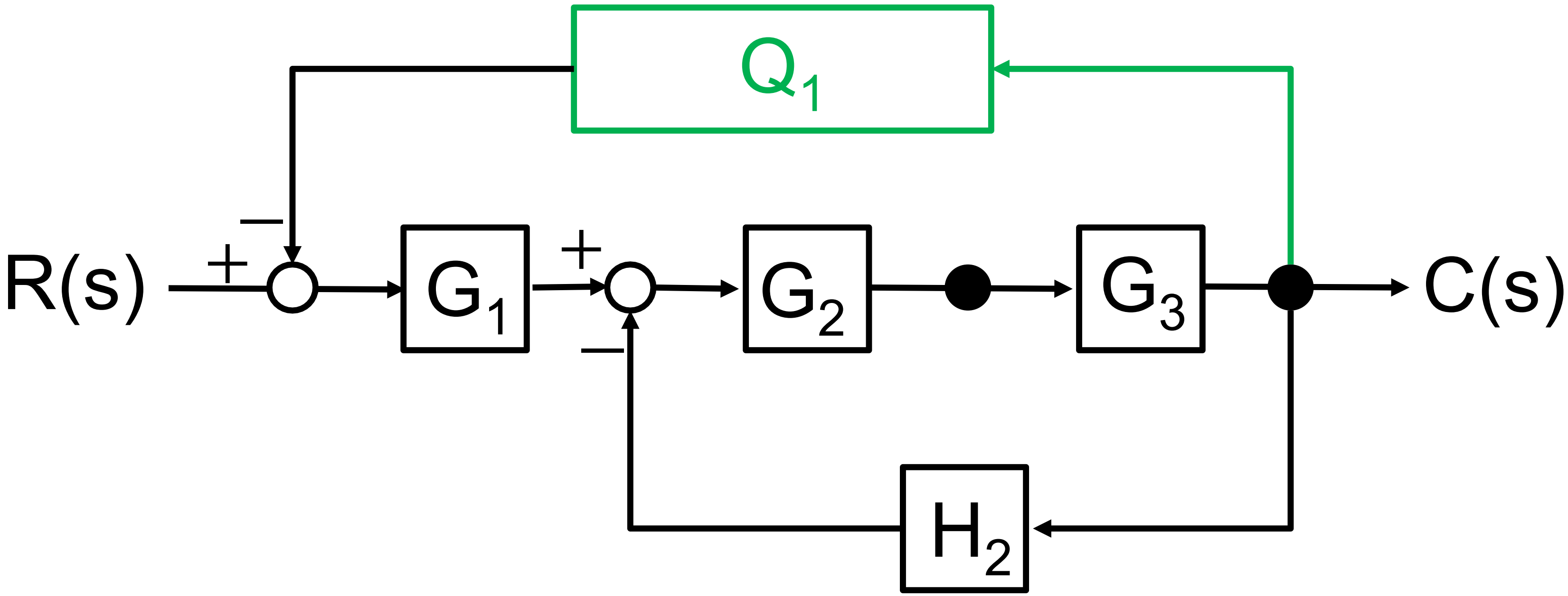
次のブロック線図を簡単ブロック線図を簡単化せよ



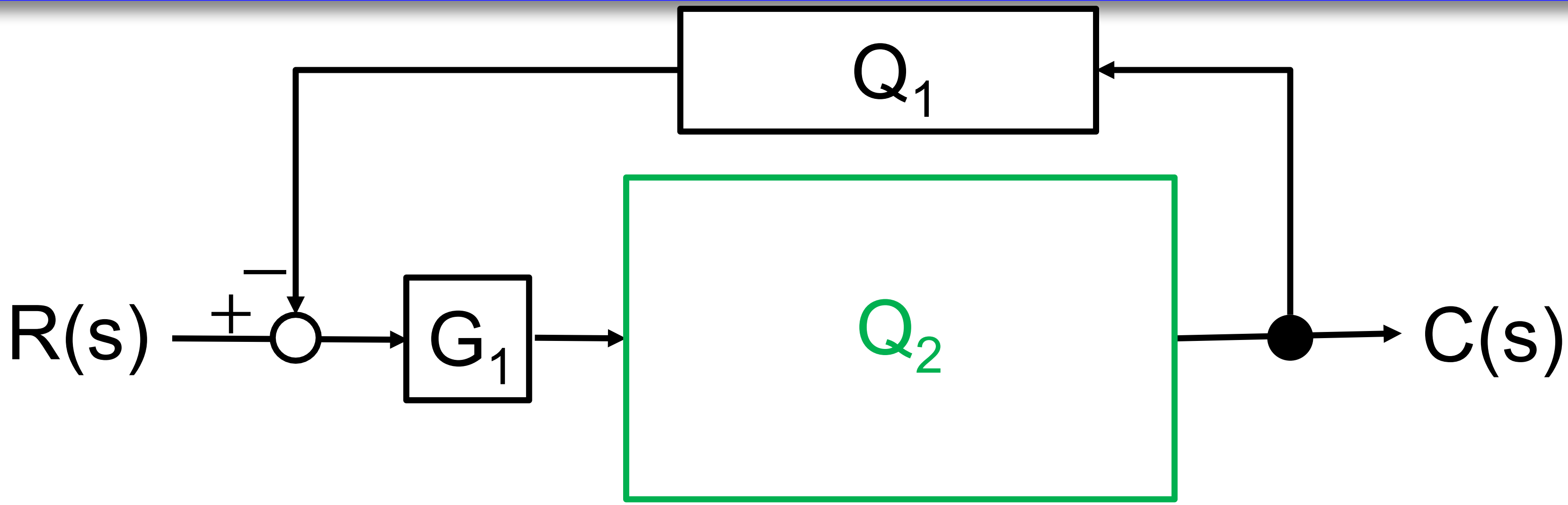
基本的な方針

- 内ループ→外ループ
- フィードバックループの組み合わせに変換

手順1



手順2



手順3

Q_3を表すために Q_1とQ_2を使っても良いです