システム制御工学A

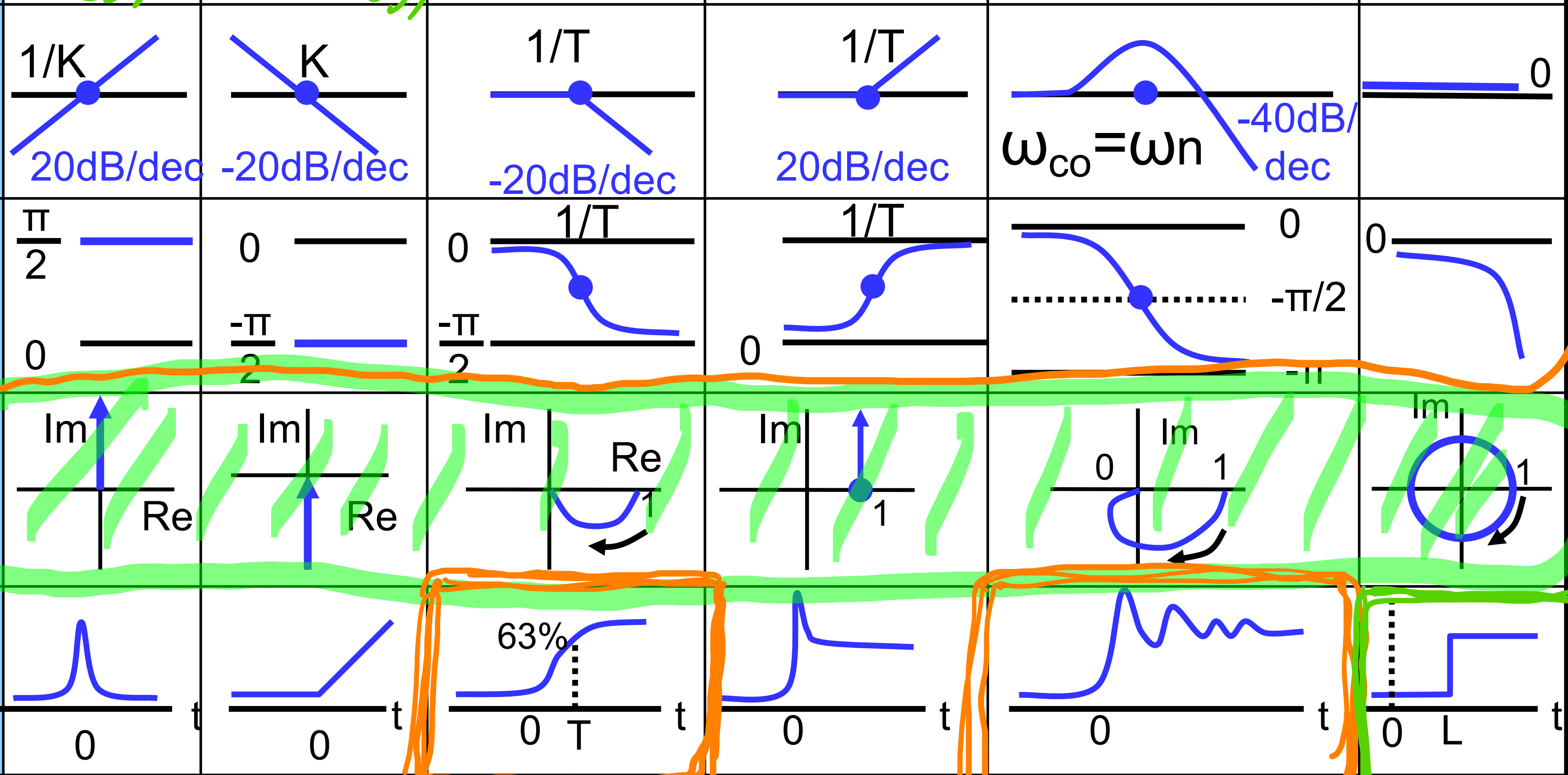
資料5

張山昌論

基本伝達関数のまとめ

名前

	微分	積分	1次遅れ	1次進み	2次遅れ	時間遅れ（ムダ時間）
伝達関数	Ks (s)	$\frac{K}{s}$ $(\frac{1}{s})$	$\frac{1}{(1+sT)}$	$1+sT$	$\frac{\omega_n^2}{S^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	e^{-Ls}
ボード線図のゲイン	1/K, 20dB/dec	K, -20dB/dec	1/T, -20dB/dec	1/T, 20dB/dec	$\omega_{co}=\omega n$, -40dB/dec	0
ボード線図の位相	$\frac{\pi}{2}$, 0	0, $-\frac{\pi}{2}$	0, 1/T, $-\frac{\pi}{2}$	1/T, 0	0, $-\pi/2$, $-\pi$	0
ナイキスト線図	Im, Re	Im, Re	Im, Re, 1	Im, 1	0, Im, 1	Im, 1
ステップ応答	0, t	0, t	63%, 0, T, t	0, t	0, t	0, L, t



基本伝達関数

- 比例要素
- 微分，積分要素(1次系の最も簡単な形)
- 1次遅れ，1次進み要素
- 2次遅れ要素
- 時間遅れ要素(むだ時間要素)

2次遅れ要素

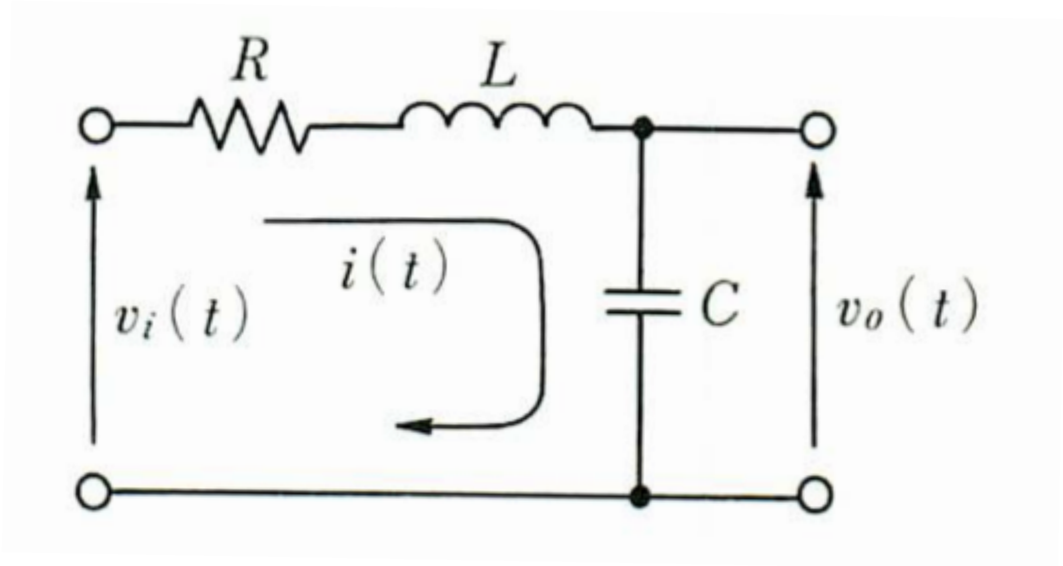
$$Y(s) = \frac{\varpi_n^{\ 2}}{s^2 + 2\zeta\varpi_n s + \varpi_n^{\ 2}} X(s)$$

ω_n: 固有周波数

ζ(ゼータ): 減衰率

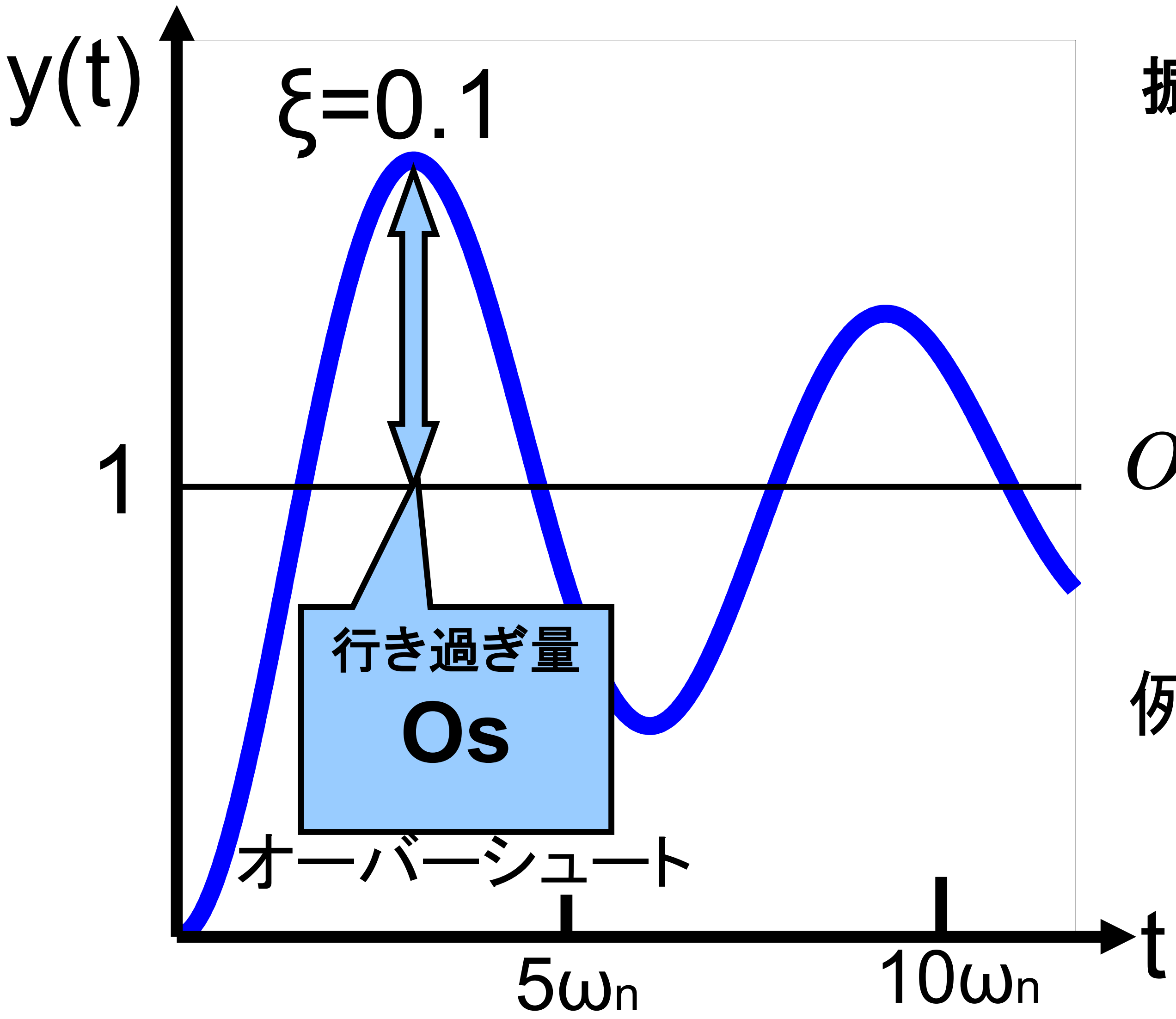
ω_n, ζ の違い⇒システムの違いは?

例:直列RLC回路



$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad \zeta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

2次遅れ要素のステップ応答



振動現象

オーバーシュート後

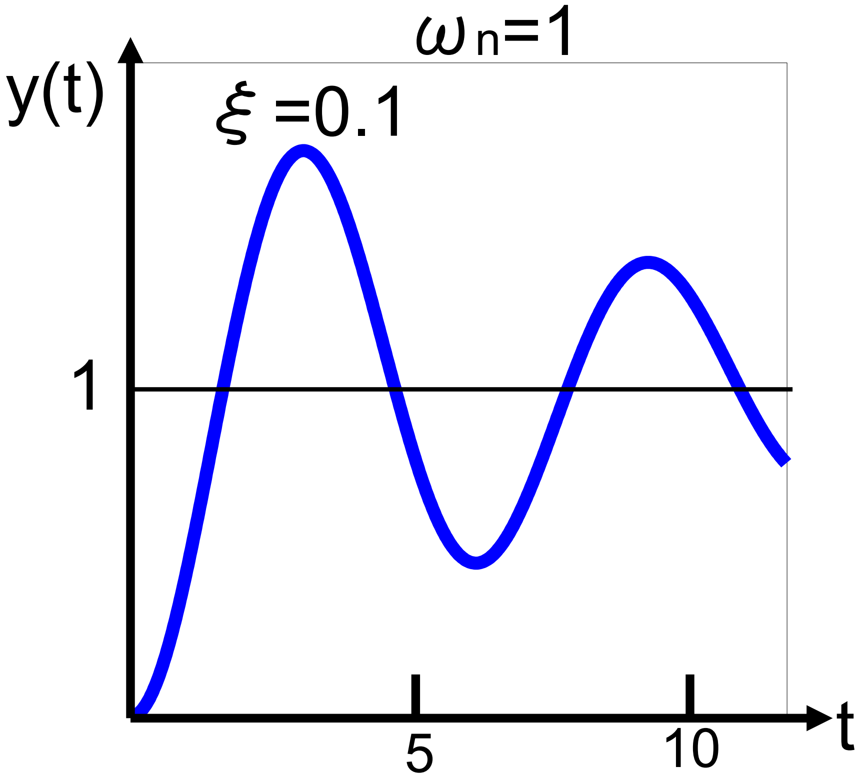
⇒目的値1に収束

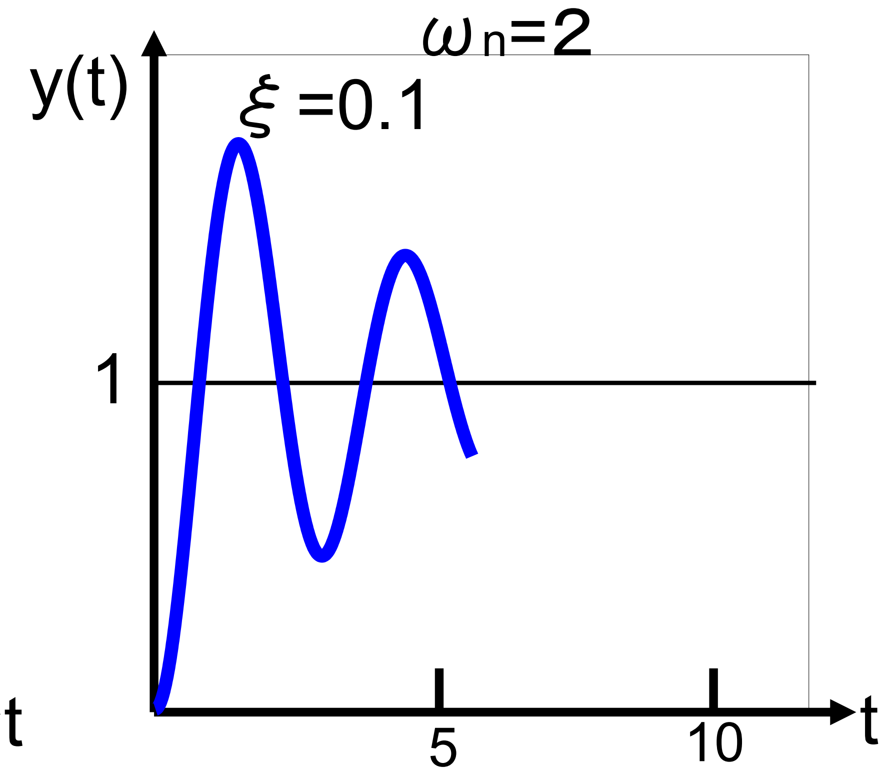
$$Os = \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right)$$

例) $\zeta=0.1 \Rightarrow Os=0.73$

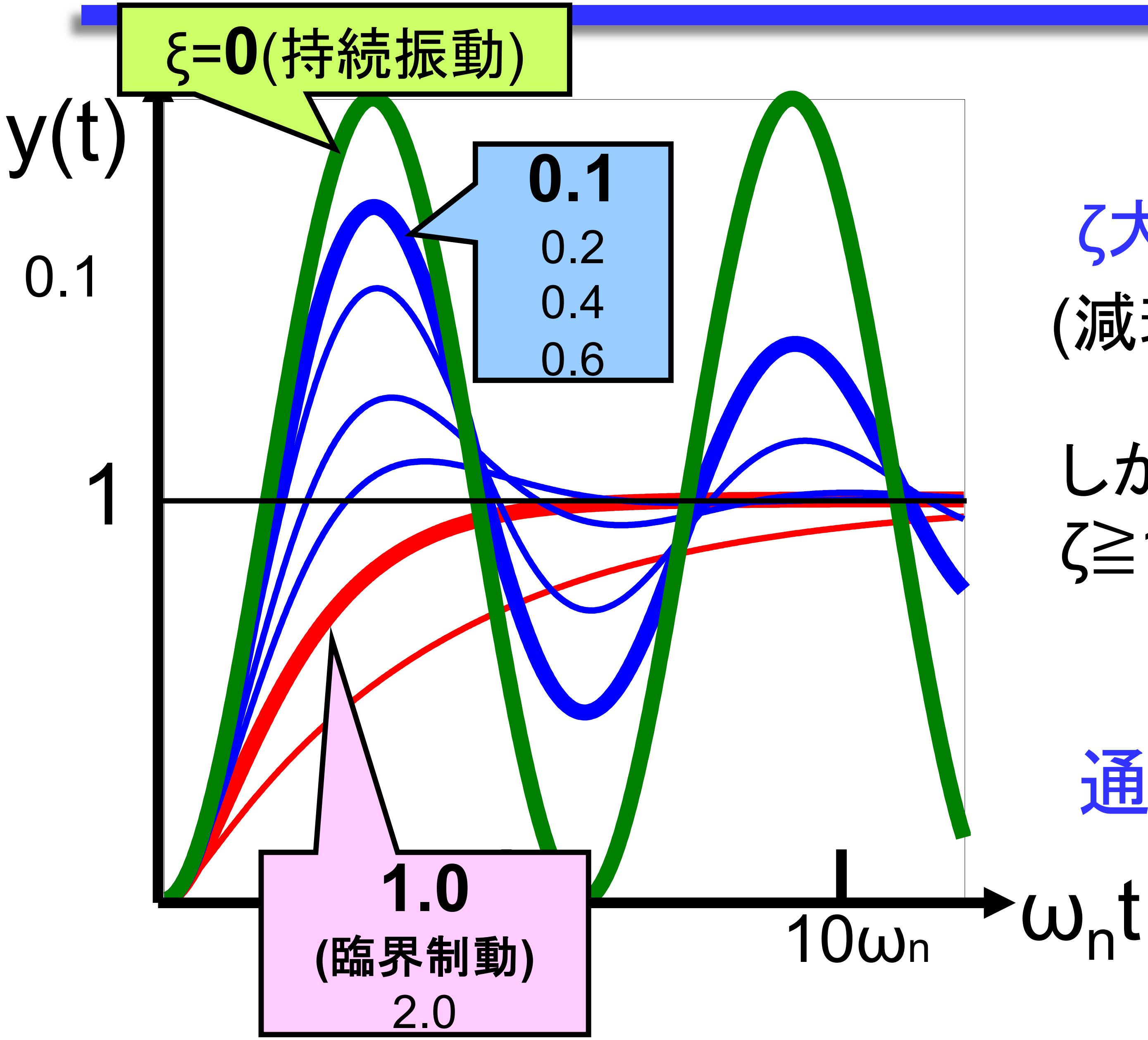
2次遅れ要素のステップ応答:ω_nが変わると

ω_nが大きいほど応答が速くなる





2次遅れ要素のステップ応答:ξが変わると



減衰率

ζ大⇒振動 小

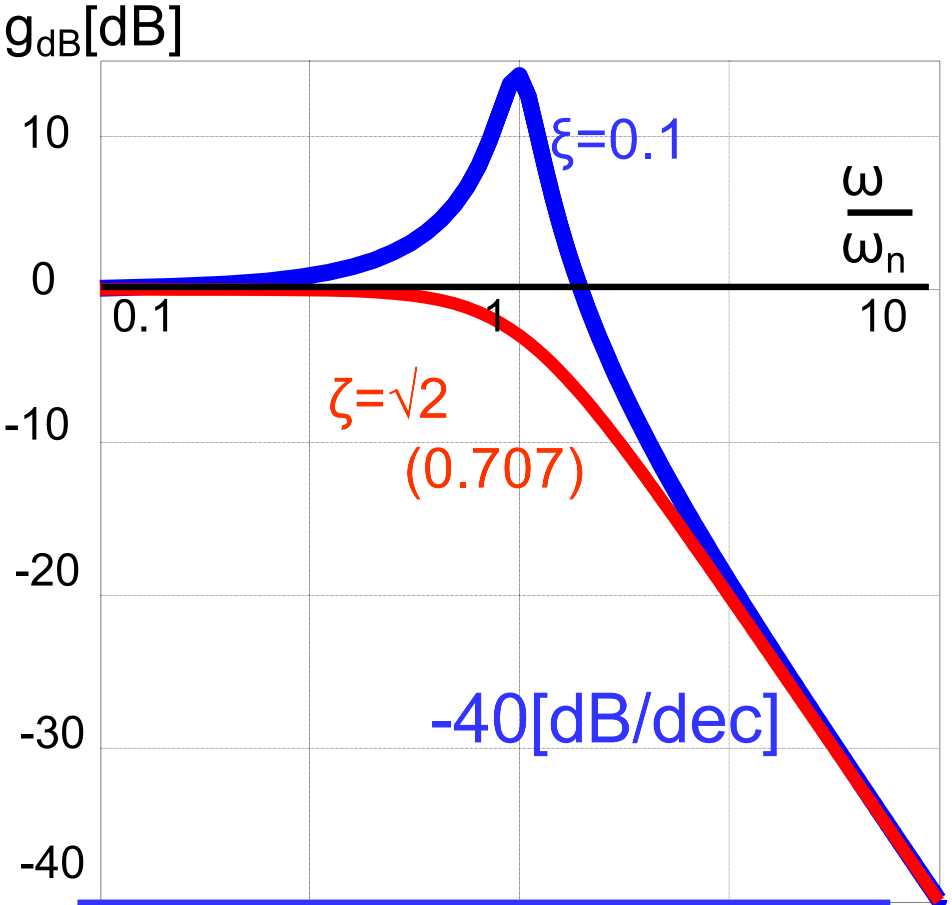
(減衰の度合い大)

しかし,

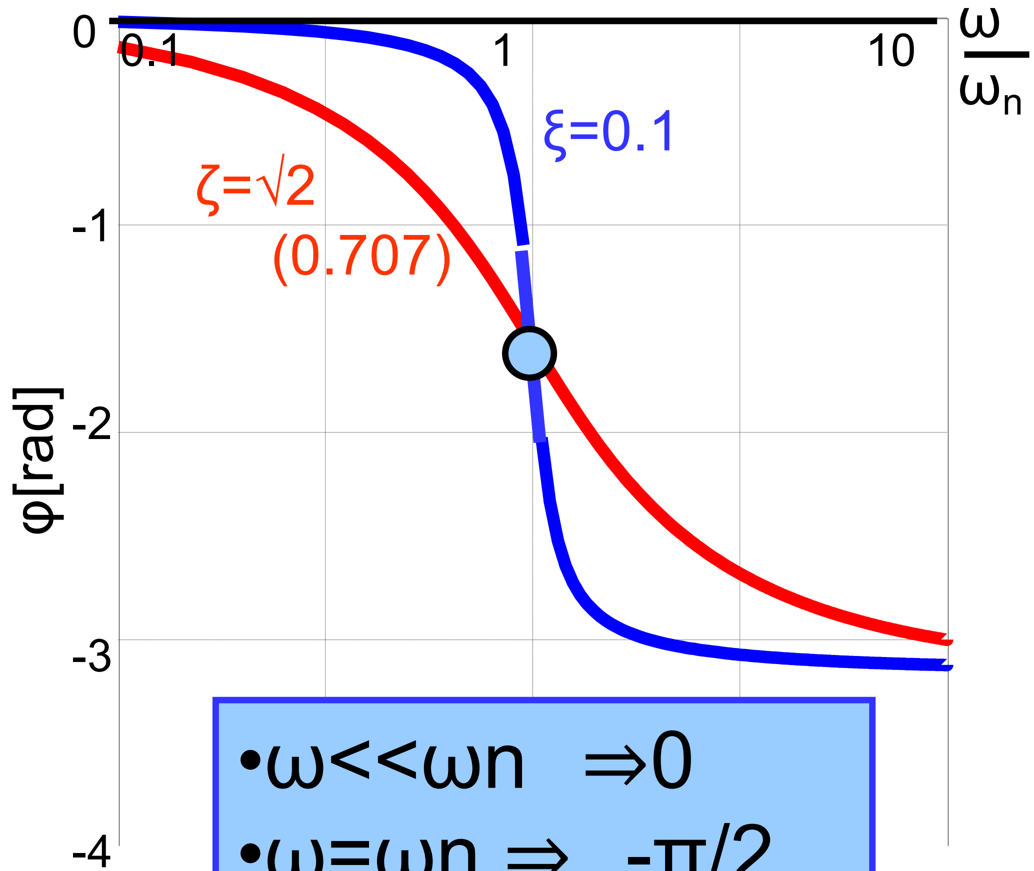
ζ≧1は収束が遅い!!

通常:0.6<ζ<1

ボード線図(覚えなくても良い)



- $\omega=\omega n \Rightarrow$ 極大値
- ζ大 $\Rightarrow$ 極大値 小
- $\zeta>\sqrt{2} \Rightarrow$ 極大値なし



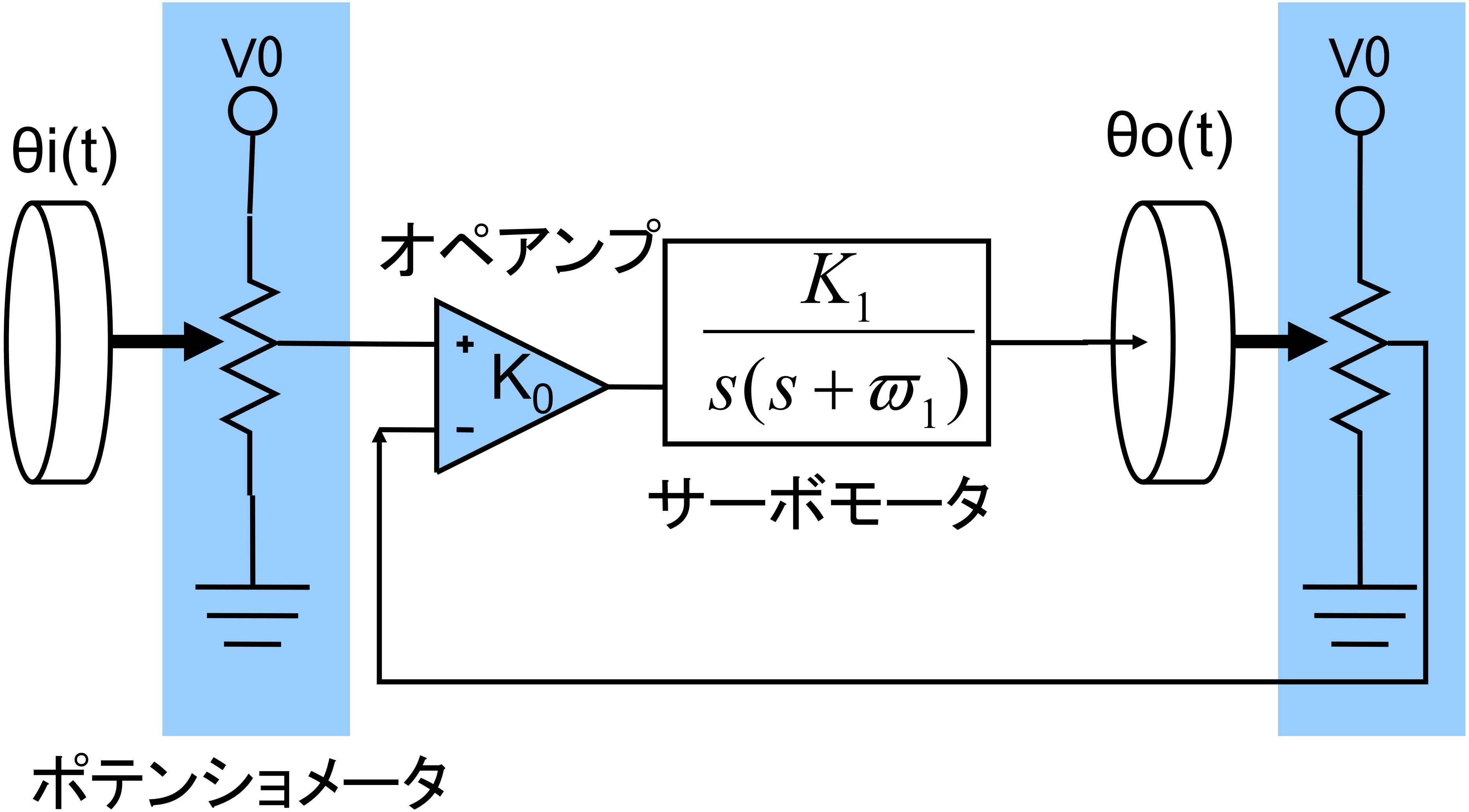
- $\omega<<\omega n \Rightarrow 0$
- $\omega=\omega n \Rightarrow -\pi/2$
- $\omega>>\omega n \Rightarrow -\pi$

1次遅れ⇒$-\pi/2$
2次遅れ⇒$-\pi$

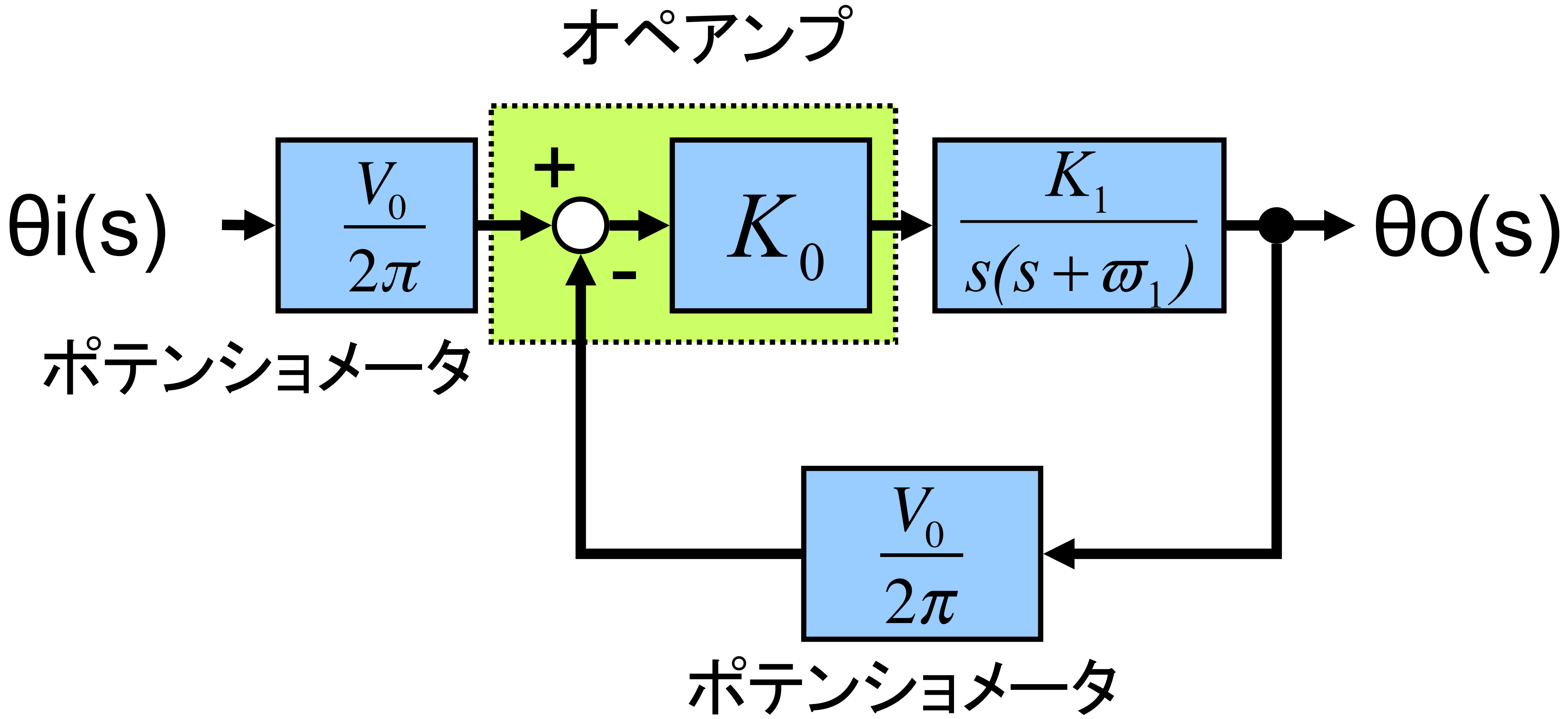
3次遅れは？

例題

入力角θiに対して，出力角θoを追従させるシステムを考える



ブロック線図

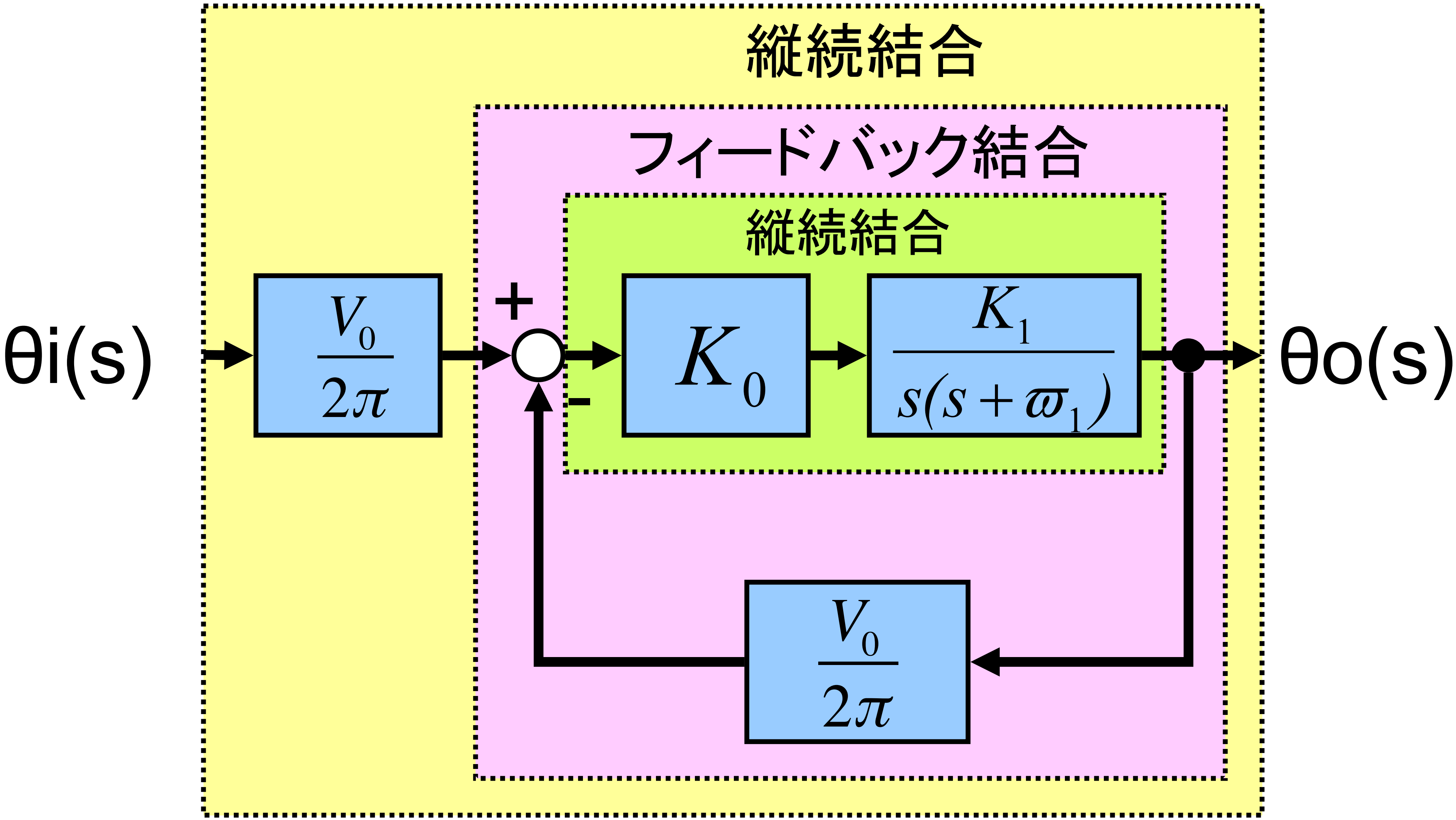


オペアンプ
θi(s)
$\frac{V_0}{2\pi}$
+
-
K_0
$\frac{K_1}{s(s+\varpi_1)}$
θo(s)
ポテンショメータ
$\frac{V_0}{2\pi}$
ポテンショメータ

問題

1. 入力θiと出力θoの関係を表す伝達関数を示せ
2. この系の減衰率，固有角周波数ωnを求めよ
3. K_0, K_1, V_0を大きくすると，ステップ応答はどうなるか？ 定性的に答えよ.
4. ω_1を大きくすると，ステップ応答はどうなるか？ 定性的に答えよ.

解答 1



縦続結合
フィードバック結合
縦続結合
θi(s)
θo(s)
+
-
$\frac{V_0}{2\pi}$
K_0
$\frac{K_1}{s(s+\varpi_1)}$
$\frac{V_0}{2\pi}$

解答1続き

$$G(s) =$$

$$= \frac{\quad}{s^2 + \quad}$$

解答 2

2次遅れ要素の一般型と比較して

$$G(s)=\frac{\qquad}{\qquad}=\frac{\varpi_n{}^2}{s^2+2\xi\varpi_n s+\varpi_n{}^2}$$

$$\varpi_n = \qquad\qquad \xi =$$

解答 3、4

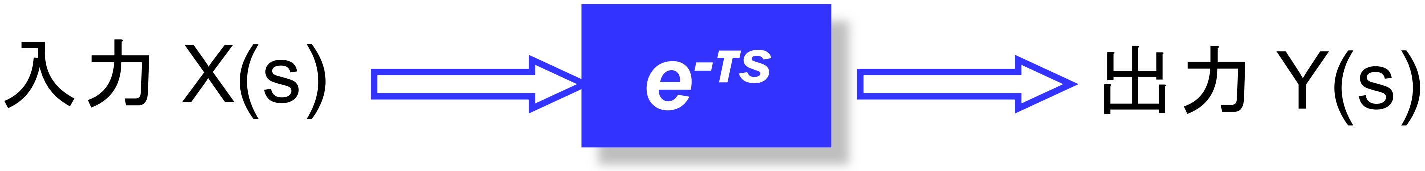
3. K_0, K_1, V_1 大 $\rightarrow$ ω_n は？ ,　ζは？

4. ω_1大 $\rightarrow$ ζは？

基本伝達関数

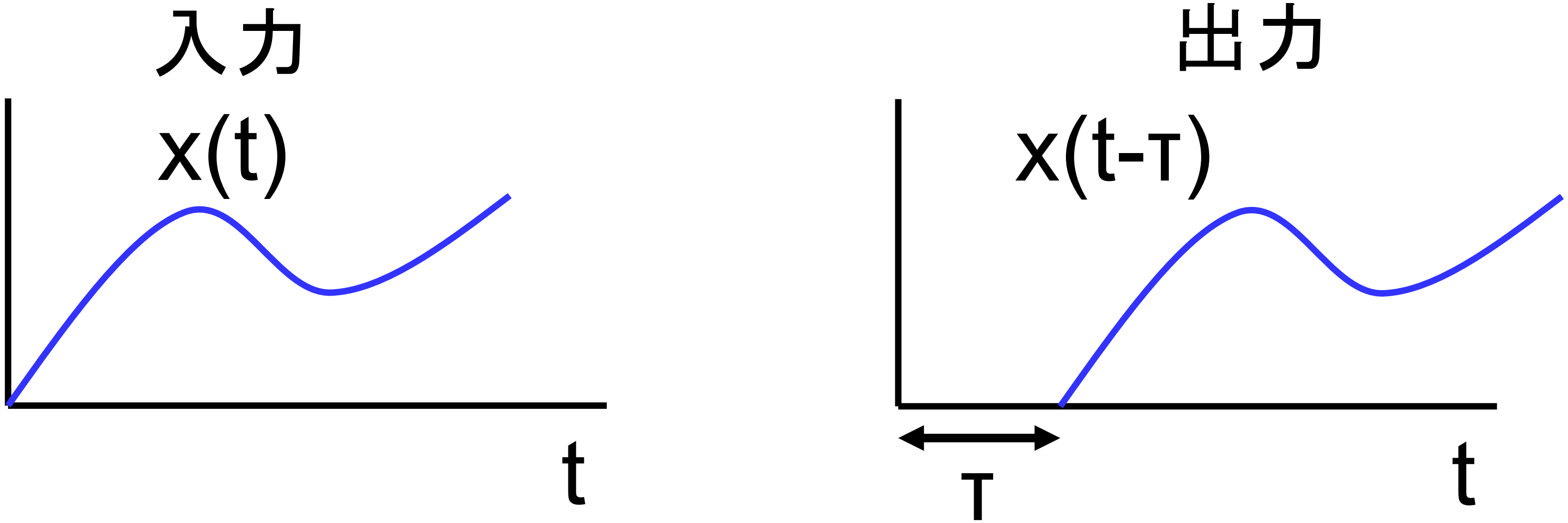
- 比例要素
- 微分，積分要素(1次系の最も簡単な形)
- 1次遅れ，1次進み要素
- 2次遅れ要素
- 時間遅れ要素

むだ時間要素(時間遅れ要素)

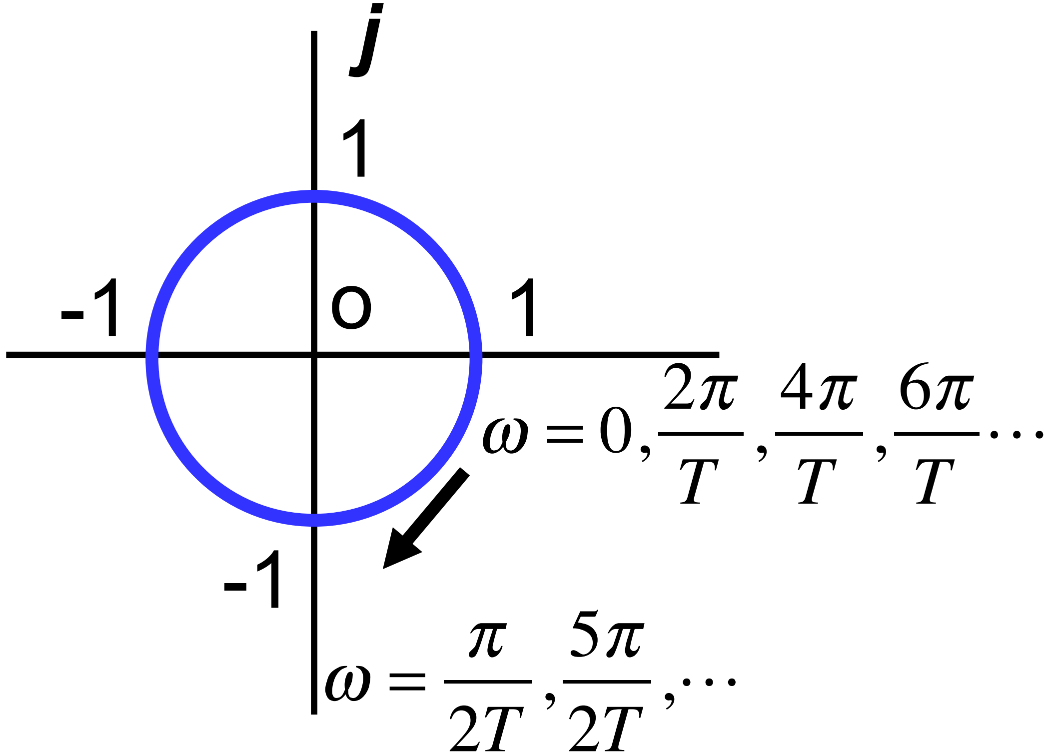


P.55 時間遅れの定理より)

$$y(t) = x(t-T) \Rightarrow Y(s) = e^{-Ts}X(s)$$



ナイキスト線図



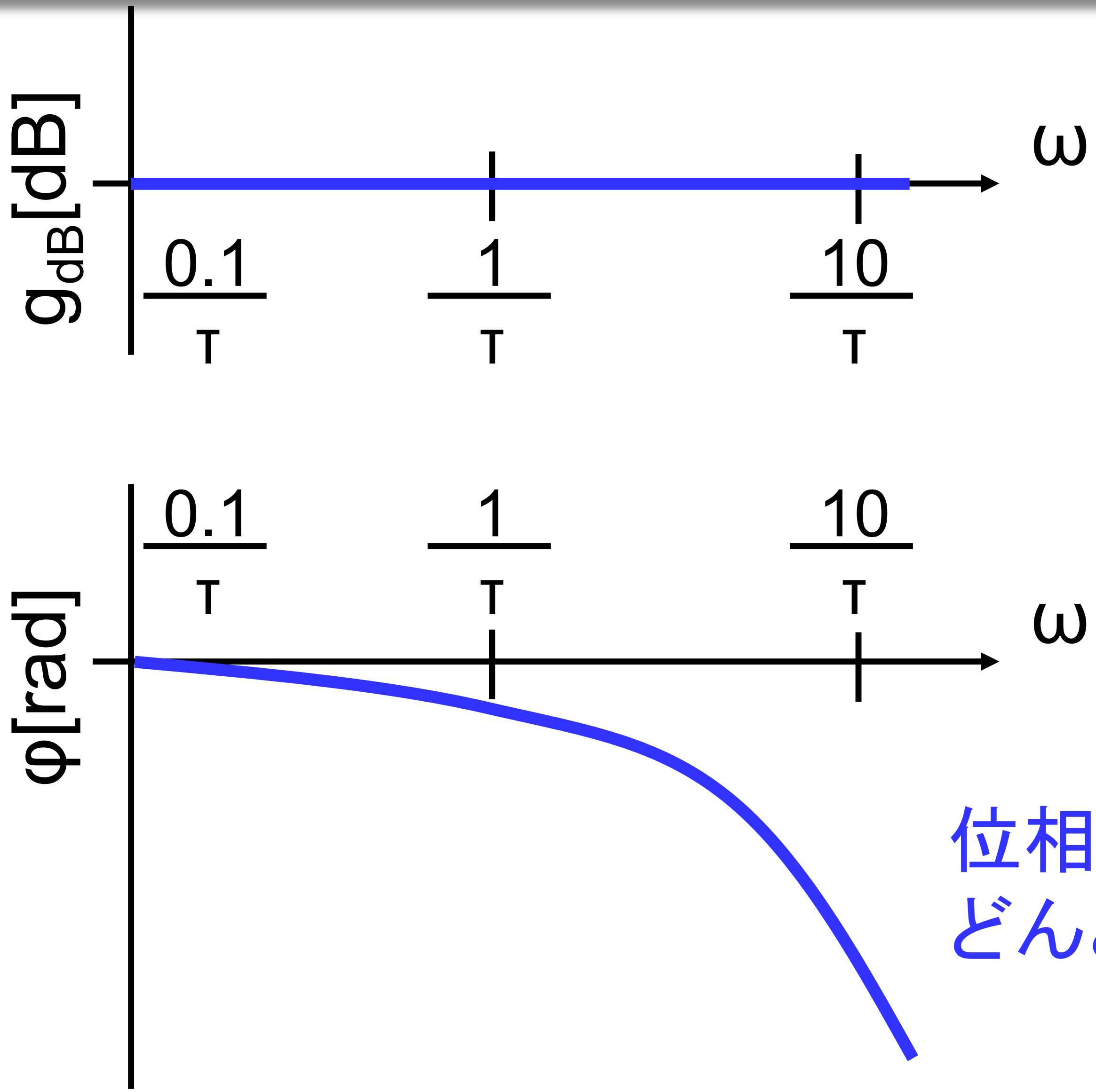
$$|G(j\varpi)| = e^{-j\omega T}$$

生ゲイン $|G(j\varpi)| = 1$

dbゲイン $20\log|G(j\varpi)| = 0$

位相 $-\varpi T$

ボード線図



ゲインは常に1
(dBゲインは常に0)

位相はωとともに
どんどん遅れる