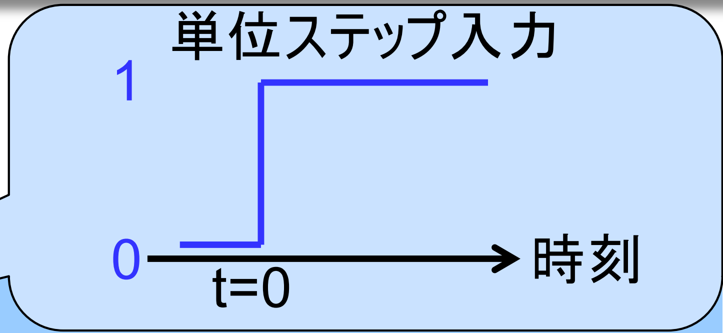
システム制御工学A

資料10 速応性と定常特性(続き)

(教科書の7章)

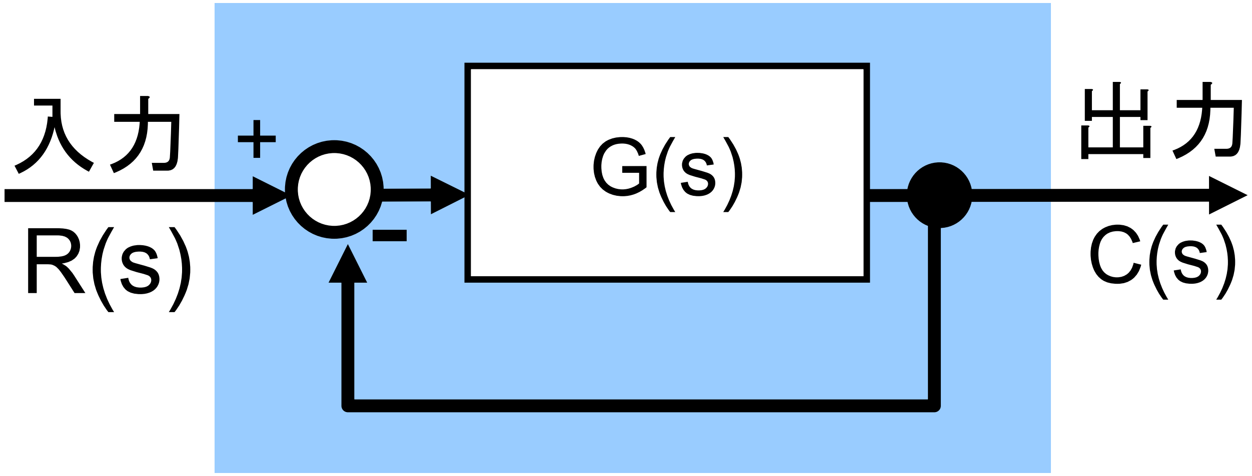
安定性以外に制御系設計において重要なこと

時間特性(ステップ応答)



- 過渡特性
  - 速応性：単位ステップ入力の立ち上がりに対する追従性
  - 減衰性：最終値に速やかに収束するか　　**今回はここ!**
- 定常特性
  - 定常状態(t→∞)では，目標値と制御対象の出力の差(定常偏差)が小さいほうが望ましい

対象:「直結型」フィードバックシステム



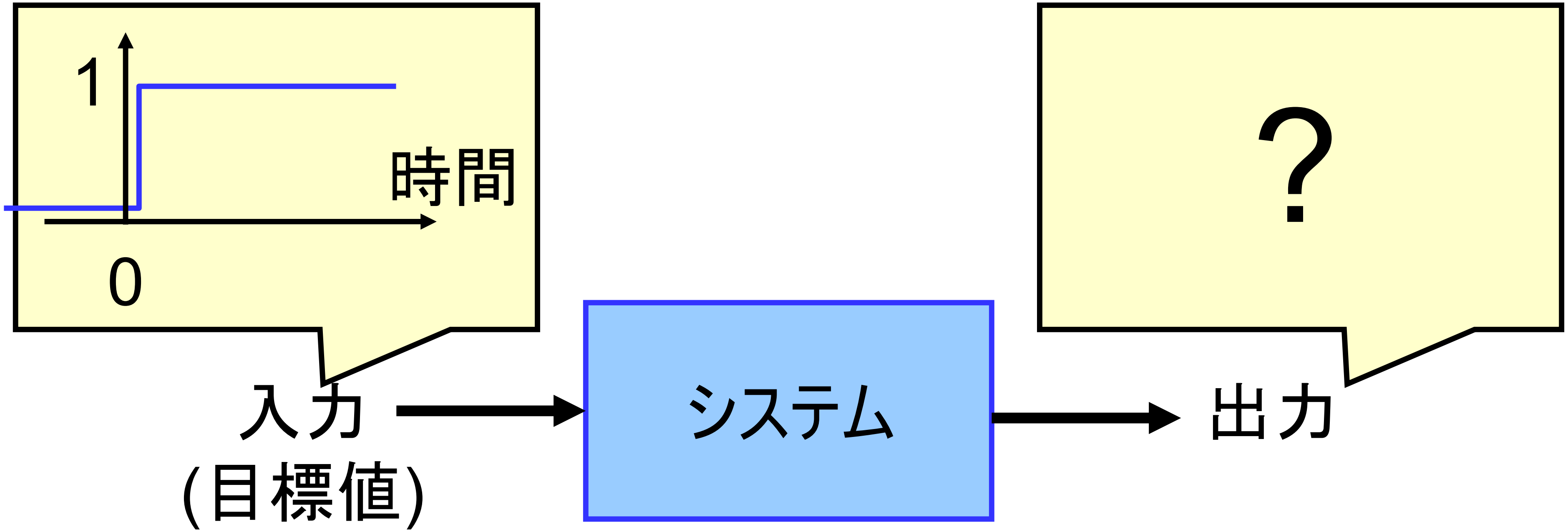
全体の伝達関数
（閉ループ伝達関数）

$$\frac{G(s)}{1+G(s)}$$

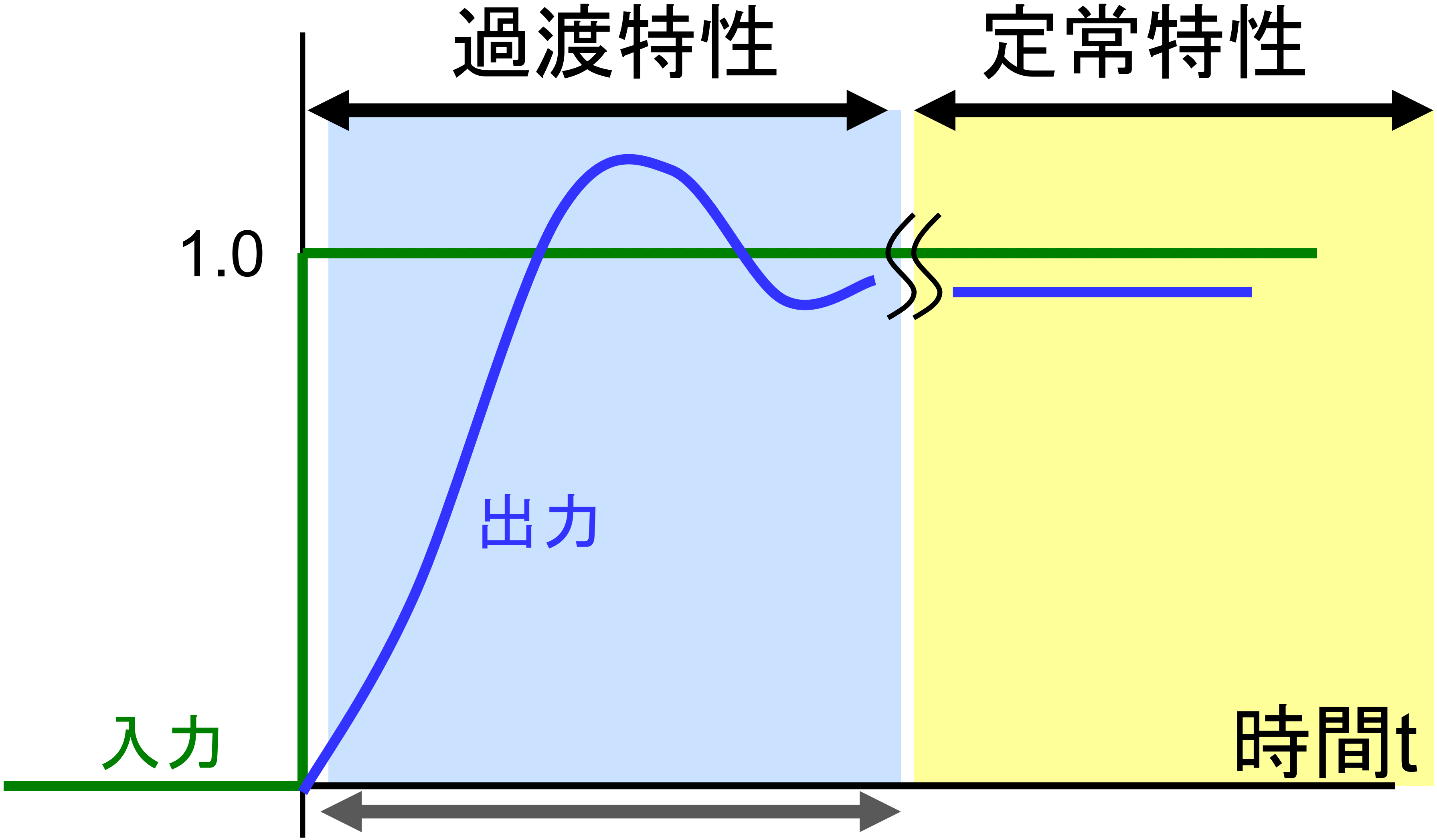
（簡単な）直結型フィードバックシステムを用いて
過渡応答特性を調べる

どうやって調べるのか? ステップ応答

システムに**単位ステップ入力**を入れた場合の出力

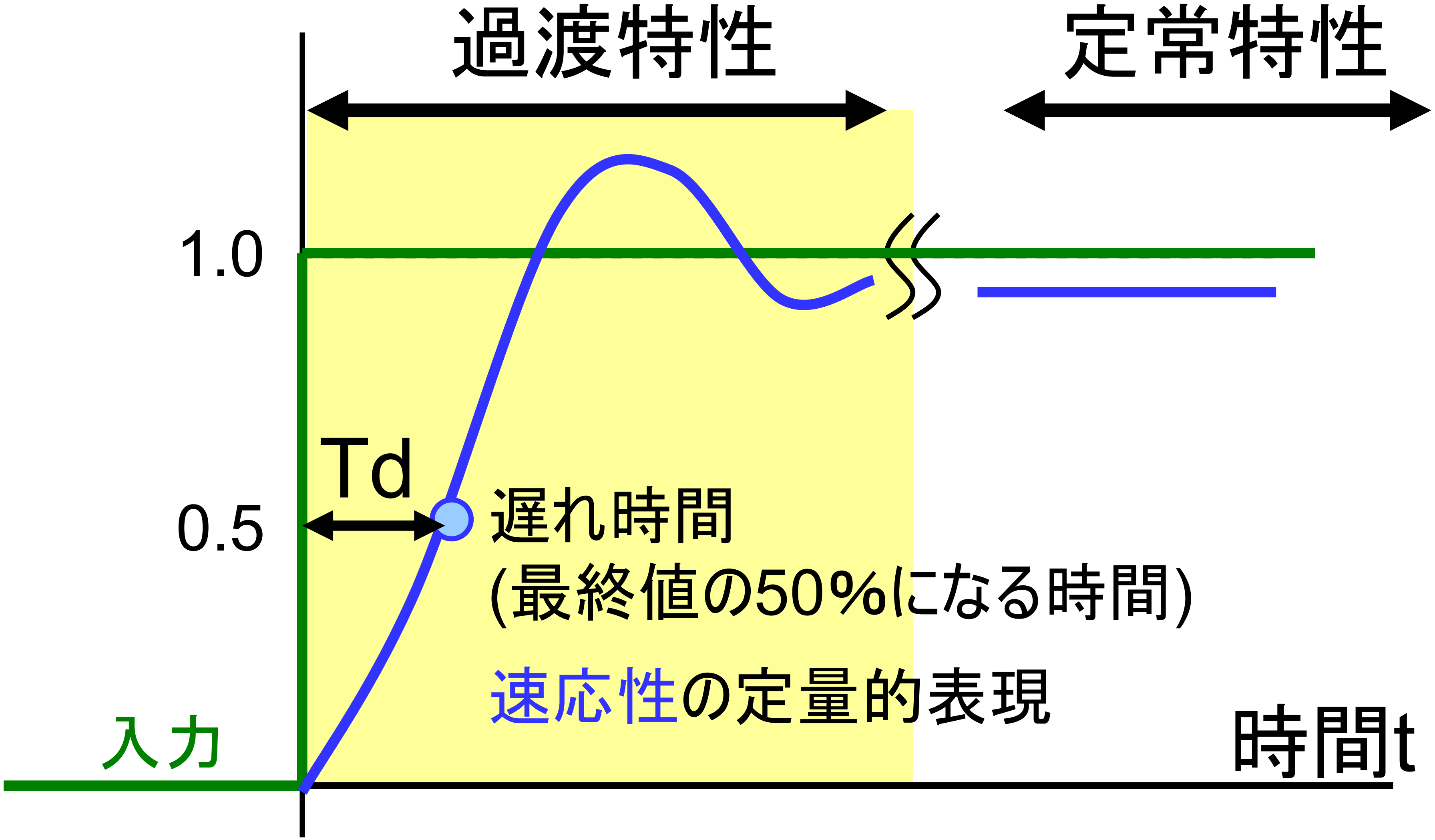


ステップ応答(P.146)における過渡特性と定常特性

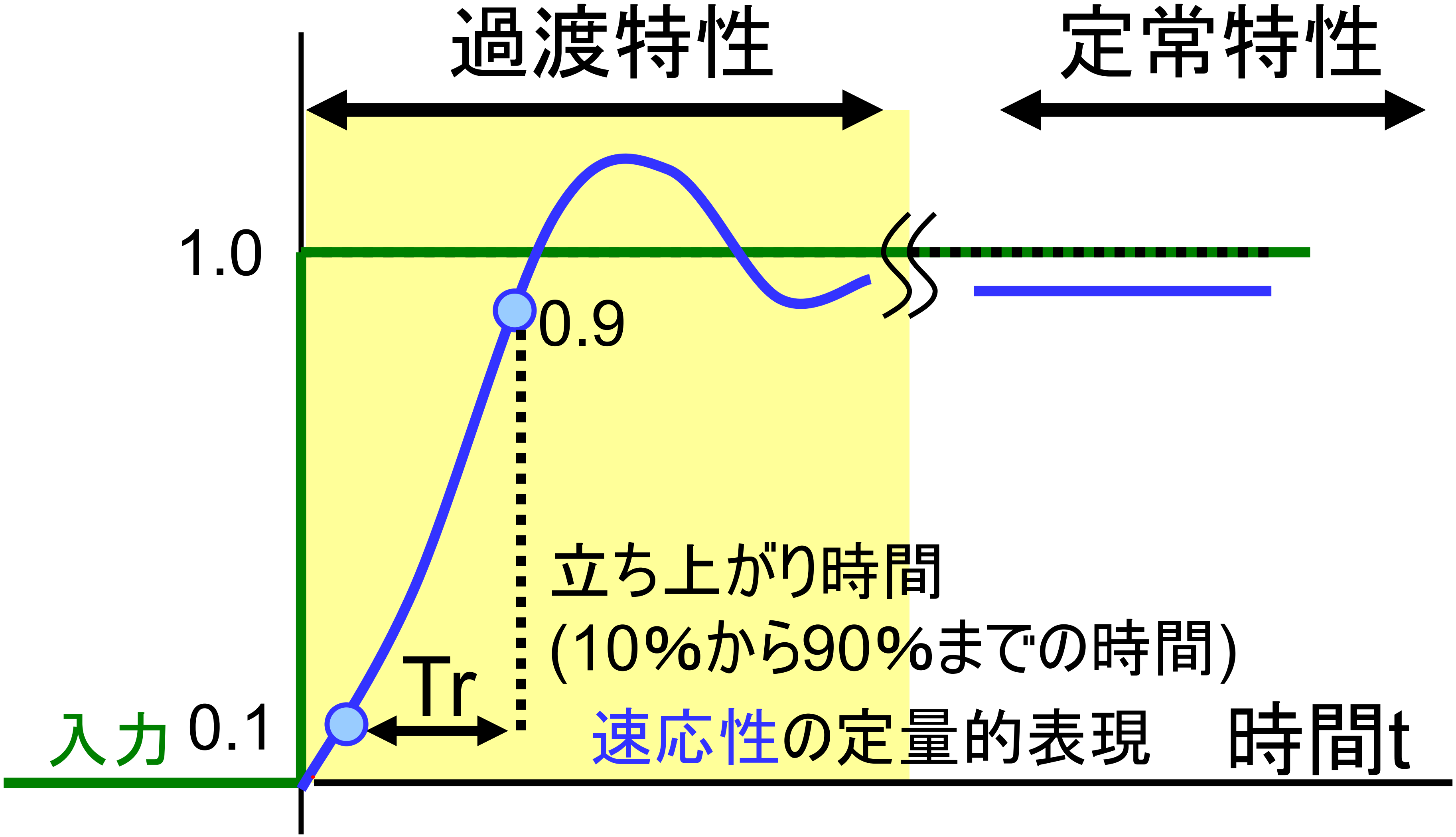


Ts 整定時間：出力が最終値の±5%に収まるまでの時間

過渡特性の評価指標1



過渡特性の評価指標2



速応性のまとめ

目的：遅延時間 Td, 立ち上がり時間 Tr を求める

ケース1：「閉ループ」伝達関数の周波数特性が与えられている

周波数特性から
カットオフ周波数ω_b
位相 $-\varphi_b$　　を求める

ケース2：開ループ伝達関数が与えられている

ニコルス線図から,
「閉ループ」伝達関数の
カットオフ周波数ω_b
位相 $-\varphi_b$　　を求める

遅延時間　$$T_d = \frac{\phi_b}{\varpi_b}$$

立ち上がり時間　$$T_r = \frac{\pi}{\varpi_b}$$

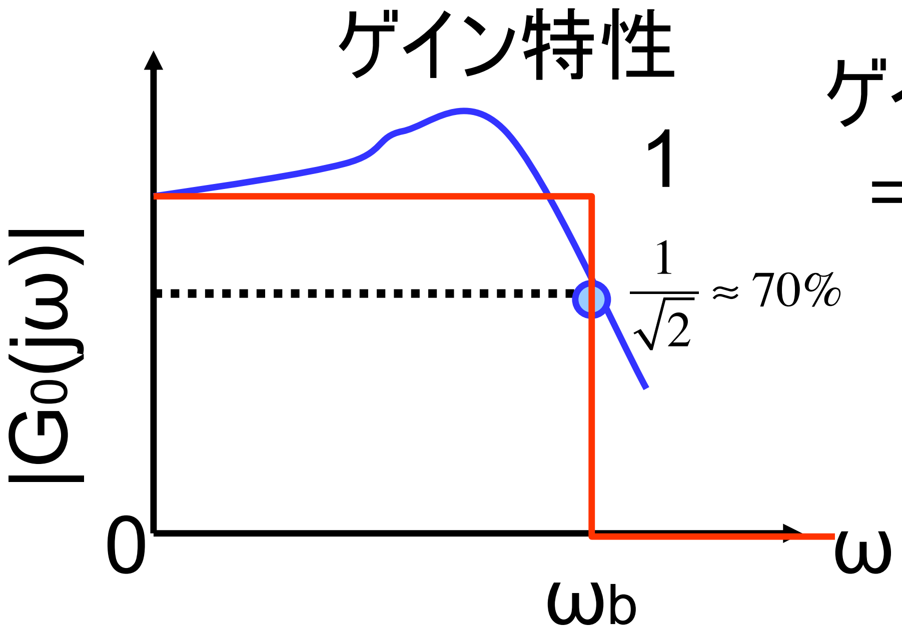
周波数領域の性質から
速応性(時間領域)を評価する考え方

制御システムの設計は「周波数領域」で行われる
⇒ 実世界の「時間領域」の性能が見えない

周波数領域特性を
モデル化

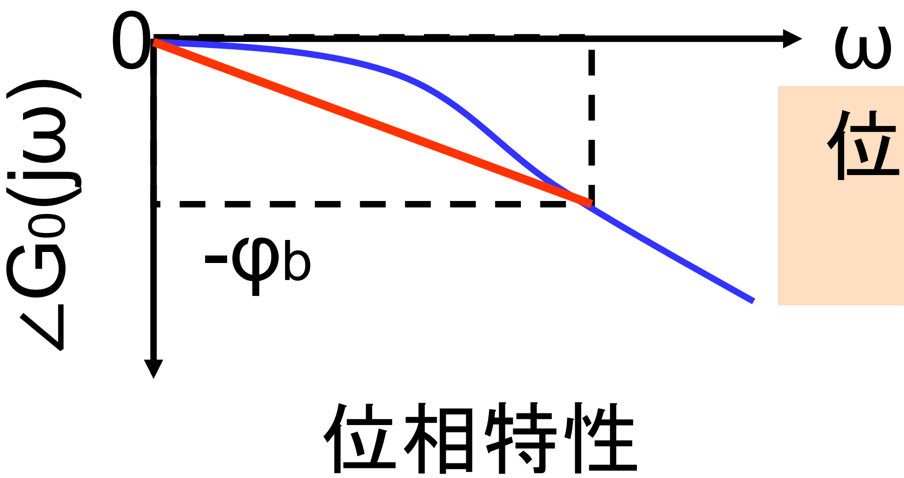
モデルに対する時間応答
⇒ 近似的に周波数領域のパラメータで
時間領域のパラメータ Tr, Td を表現

閉ループ伝達関数のモデル化



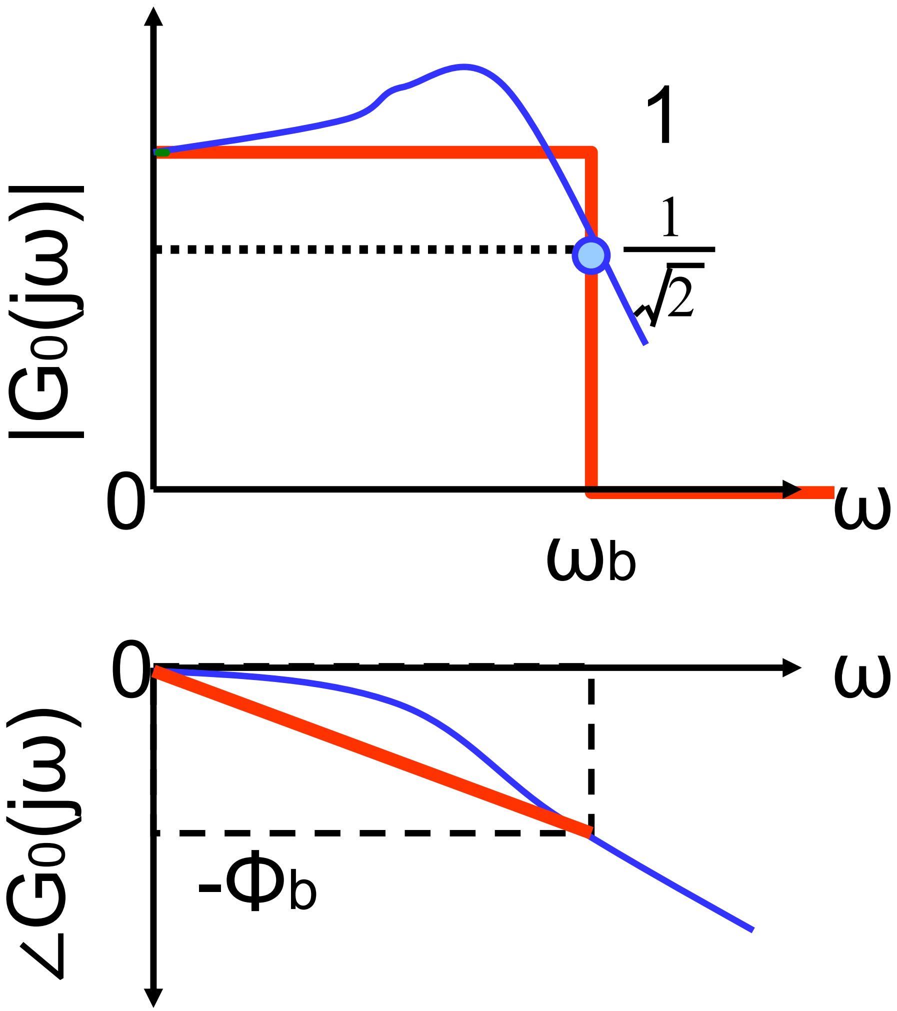
ゲイン特性が1/√2になる周波数
⇒ カットオフ周波数 ω_b

ω_b 以降，ゲインは急激に下がると仮定⇒ モデル化



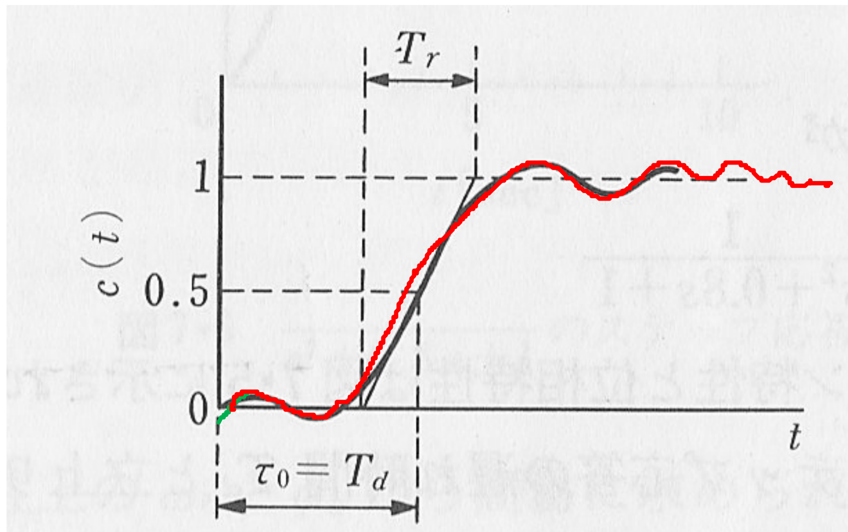
位相特性は直線近似できると仮定
⇒ モデル化

閉ループ伝達関数のモデル化



位相特性

”モデル”システムのステップ応答



モデルのステップ応答のTr，Td
⇒実際のTr，Tdと見なす

モデルのTr，Td と周波数パラメータの関係

遅延時間

$$T_d = \frac{\phi_b}{\varpi_b}$$

立ち上がり時間

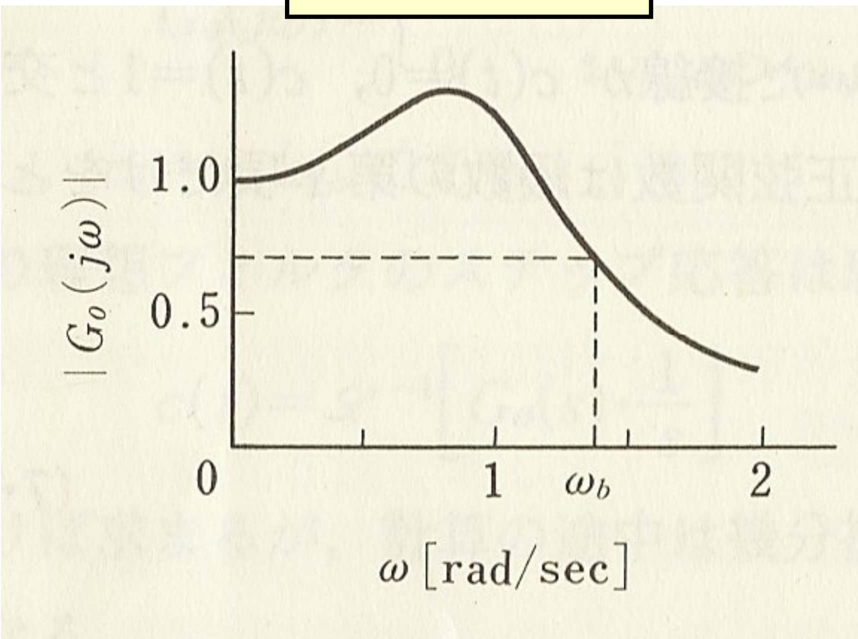
$$T_r = \frac{\pi}{\varpi_b}$$

ωb が広い(高い周波数まで通すシステム)
⇒ 立ち上がり時間が小さい (物理的解釈に一致)

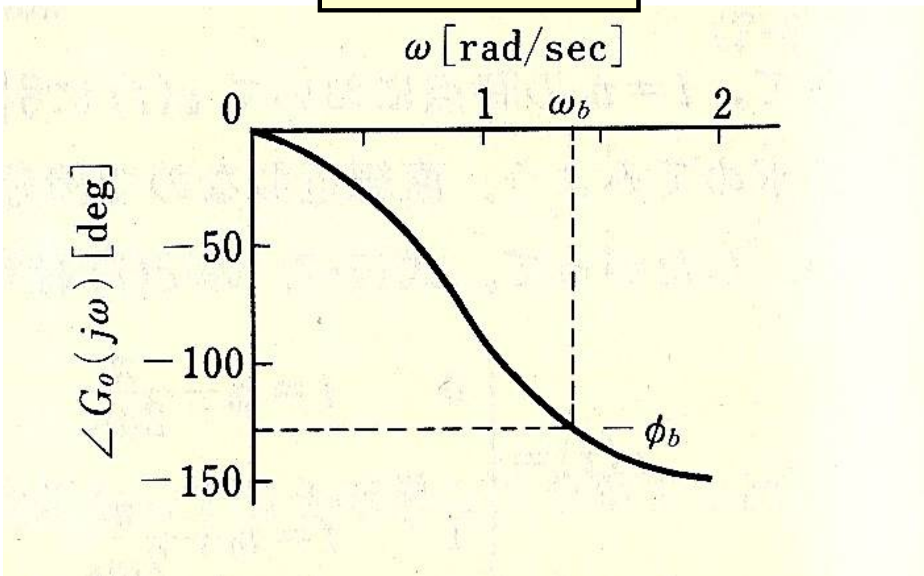
例題7.1

閉ループ伝達関数の周波数特性が，以下で与えられる制御系のステップ応答に対する「遅れ時間 Td」と「立ち上がり時間 Tr」の概略値を求めよ

ゲイン特性



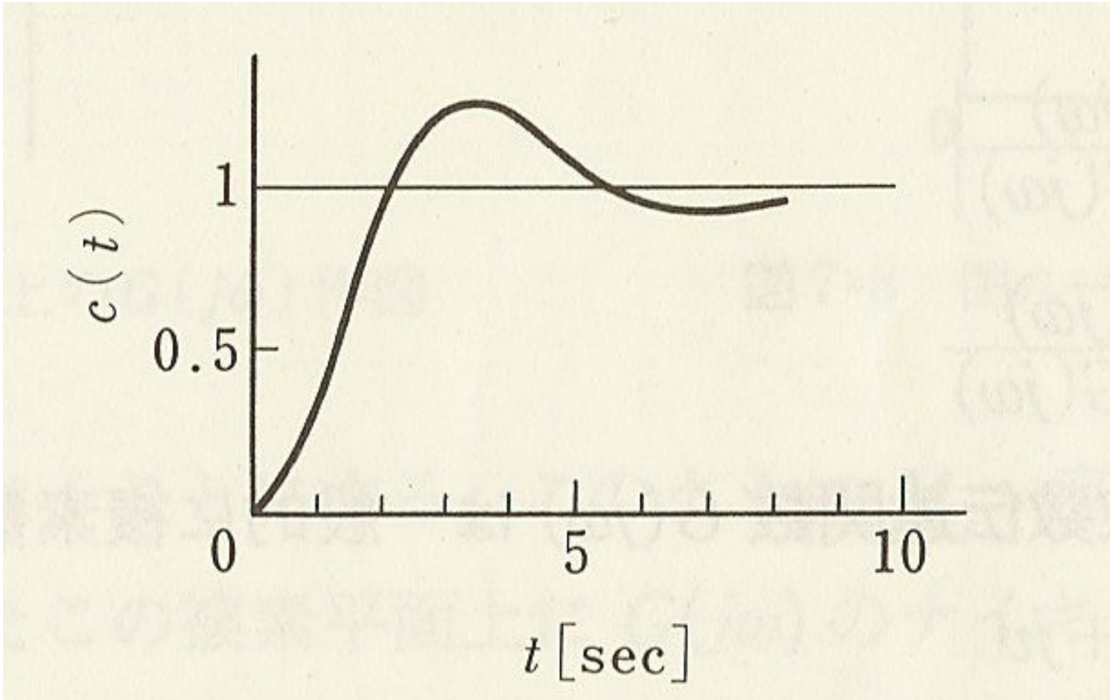
位相特性



ω_b=1.4 rad/sec, -φ= -129° =-2.25rad

解答

実際のステップ応答(近似ではない)



モデルから求めた近似値

$$T_d = \frac{\phi_b}{\varpi_b} = 1.6\,\mathrm{sec}$$

$$T_r = \frac{\pi}{\varpi_b} = 2.2\,\mathrm{sec}$$

近似値とほぼ一致している

速応性のまとめ

目的:遅延時間 Td, 立ち上がり時間 Tr を求める

ケース1:「閉ループ」伝達関数の周波数特性が与えられている

周波数特性から
カットオフ周波数ω_b
位相 $-\varphi_b$ を求める

ケース2:開ループ伝達関数が与えられている

ニコルス線図から,
「閉ループ」伝達関数の
カットオフ周波数ω_b
位相 $-\varphi_b$ を求める

遅延時間 $$T_d = \frac{\phi_b}{\varpi_b}$$

立ち上がり時間 $$T_r = \frac{\pi}{\varpi_b}$$

(時間があれば)ニコルス線図

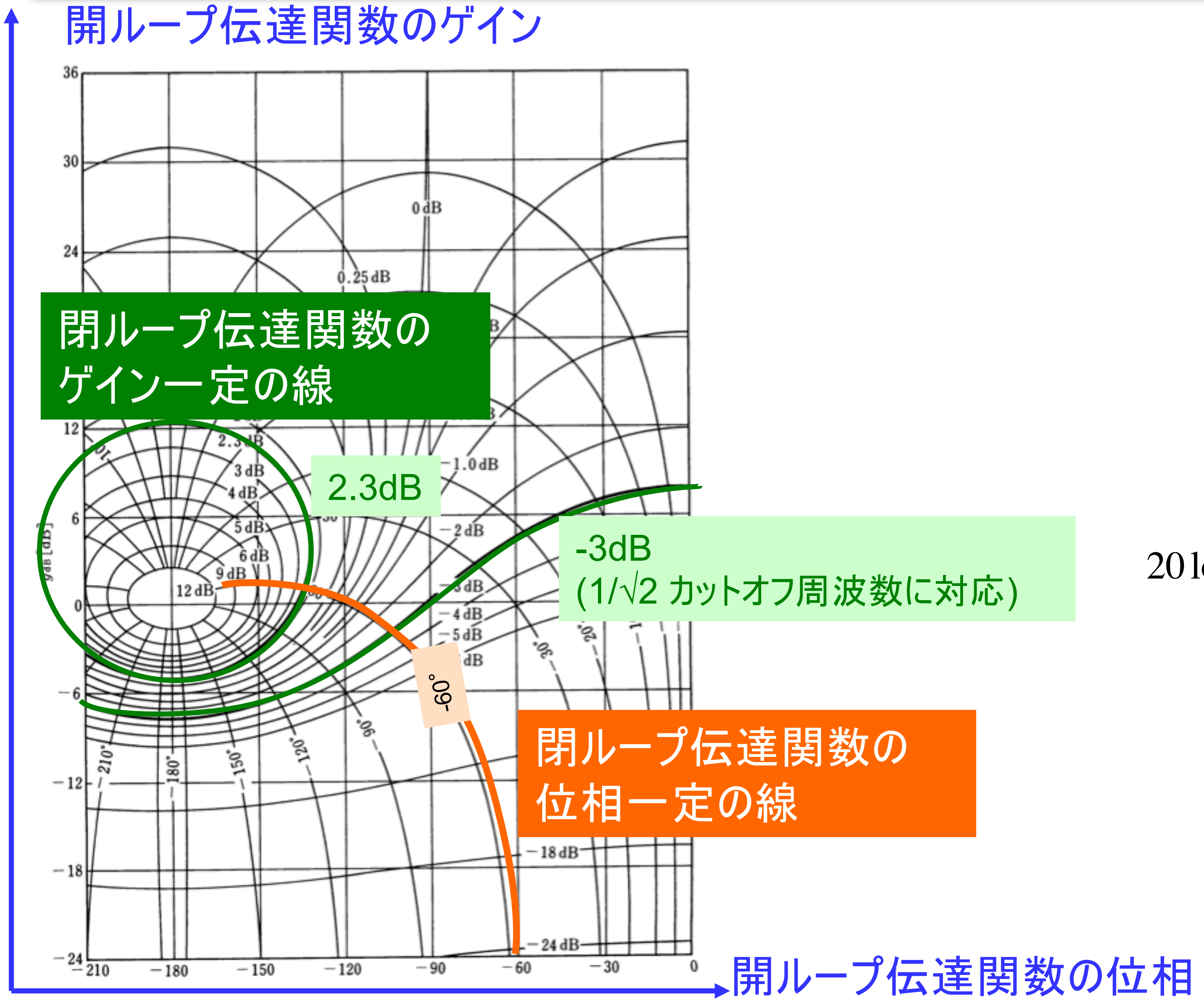
目的: 開ループ伝達関数から閉ループ伝達関数の
過渡応答特性を簡単に求めたい

ニコルス線図: 開ループ伝達関数 $G(j\varpi)$ と
閉ループ伝達関数 $\dfrac{G(j\varpi)}{1+G(j\varpi)}$ の関係を表す図

ニコルス線図上に，開ループ伝達関数の
ゲイン，位相をプロットすることにより
閉ループ伝達関数のゲイン，位相特性を求められる

$\varpi_b \quad \phi_b$

ニコルス線図の見方



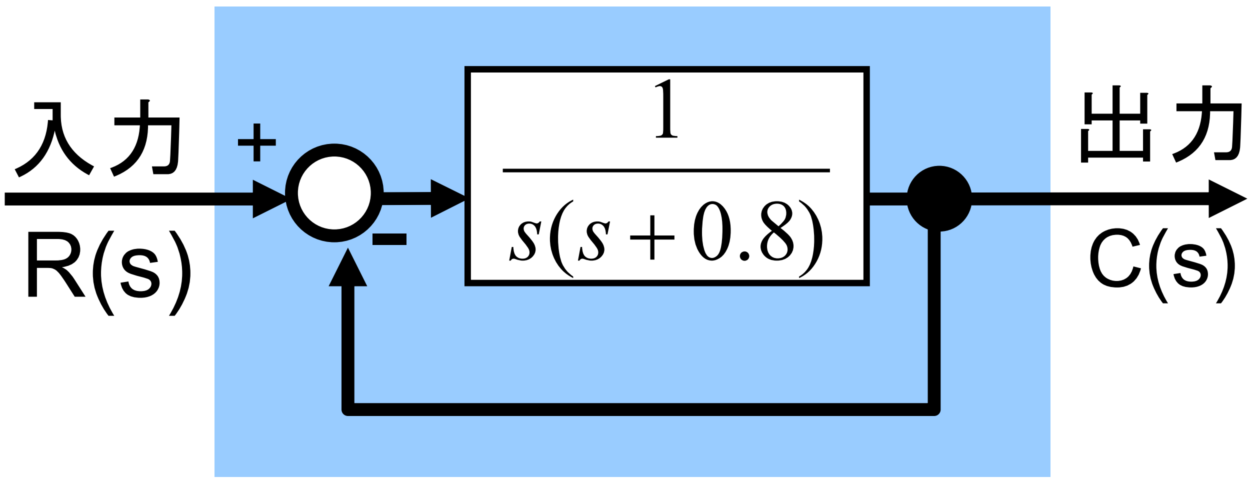
$$20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3[dB]$$

例題7．2

開ループ伝達関数が

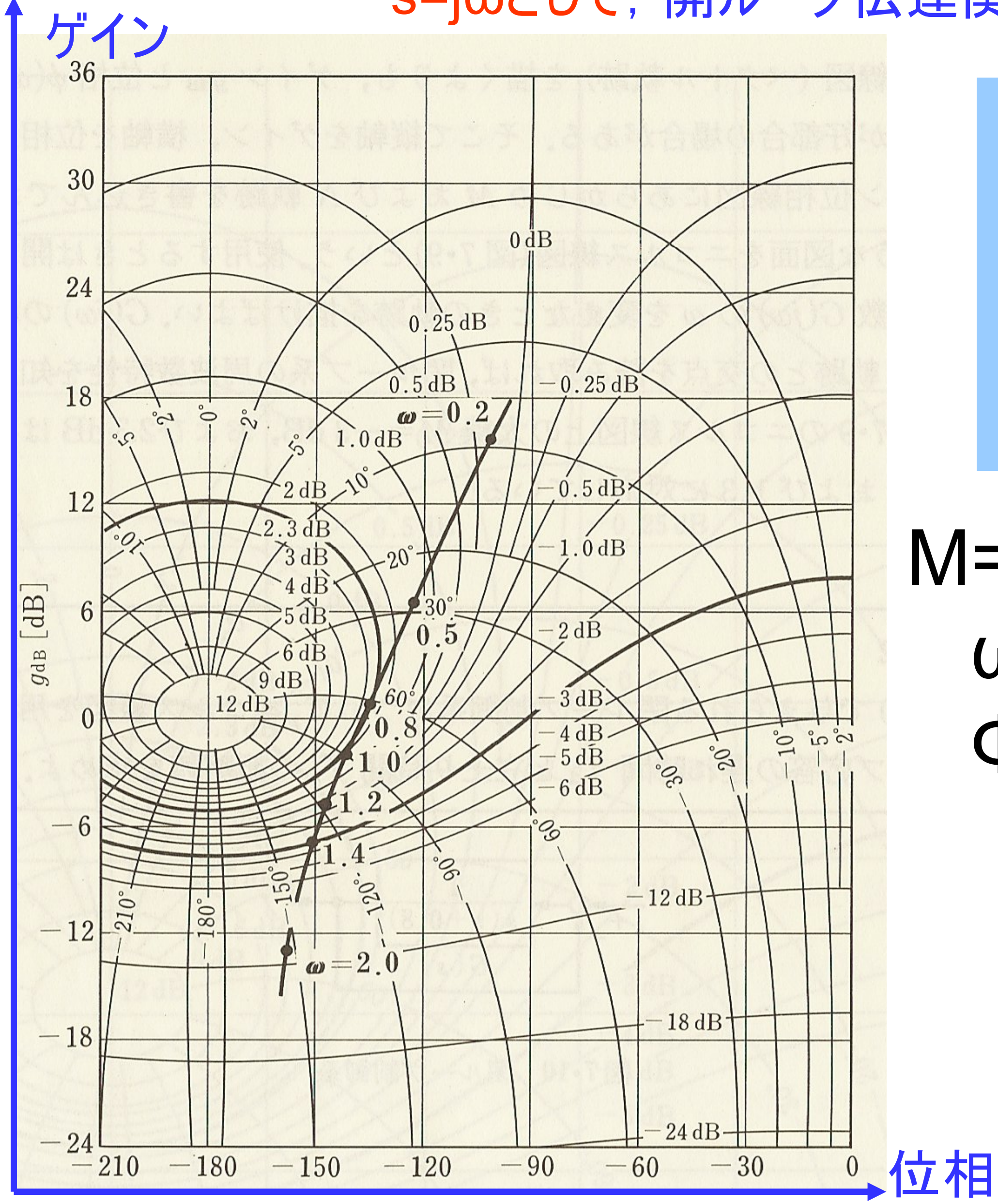
$$\frac{1}{s(s+0.8)}$$

である制御系について，ニコルス線図より，
ステップ応答のTd, Trの概略値を求めよ



例題7．2

s=jωとして，閉ループ伝達関数のゲインと位相をプロット（ωを変えて）



M=-3dB ⇒
閉ループ伝達関数の
ゲイン0.707=(1/√2)
に対応

M=-3dBと軌跡の交点より

ω_b=1．4

Φ_b=130°　(2.27rad)

$$T_d = \frac{\phi_b}{\varpi_b} = \frac{2.27}{1.4} = 1.6214\,\mathrm{sec}$$

$$T_r = \frac{\pi}{\varpi_b} = \frac{\pi}{1.4} = 2.2440\,\mathrm{sec}$$