システム制御工学A
資料11

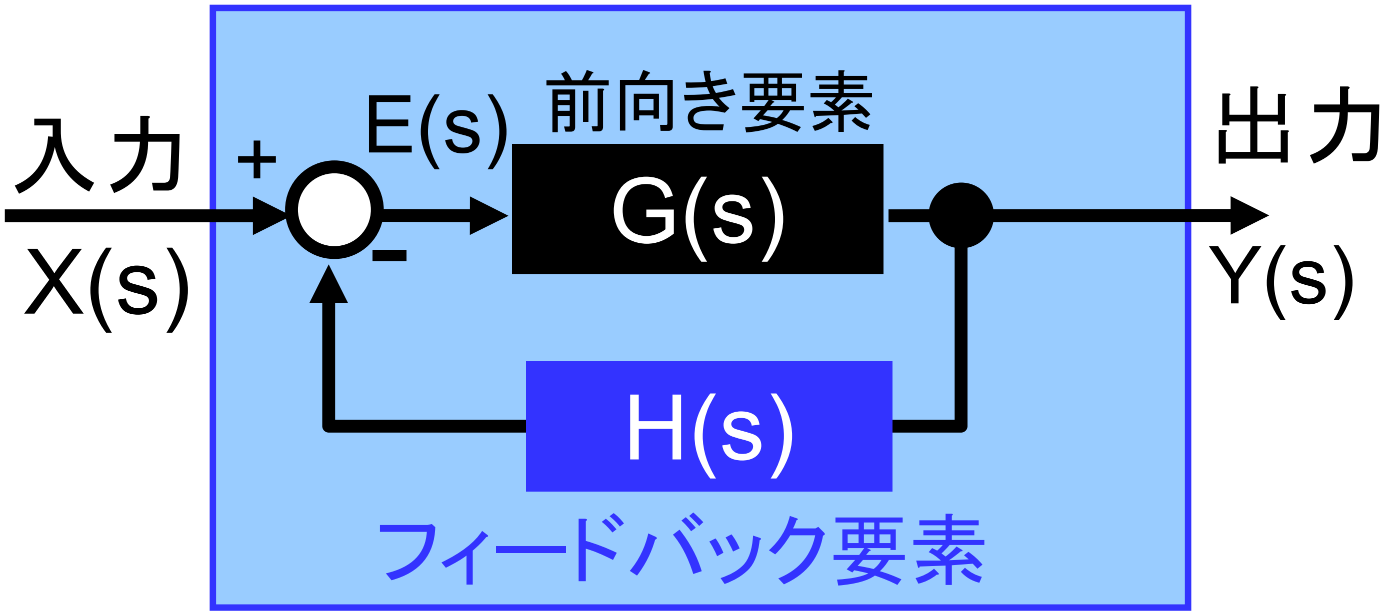
8章 フィードバック制御系の設計 1

張山昌論

今日の内容

- フィードバック制御系の設計(8章)
  - 周波数領域での設計
    - ・ゲイン・位相進み・遅れ補償
    - ・PID補償
  - ~~根軌跡を用いた設計法~~　テスト範囲外です

復習　フィードバック制御系とは？

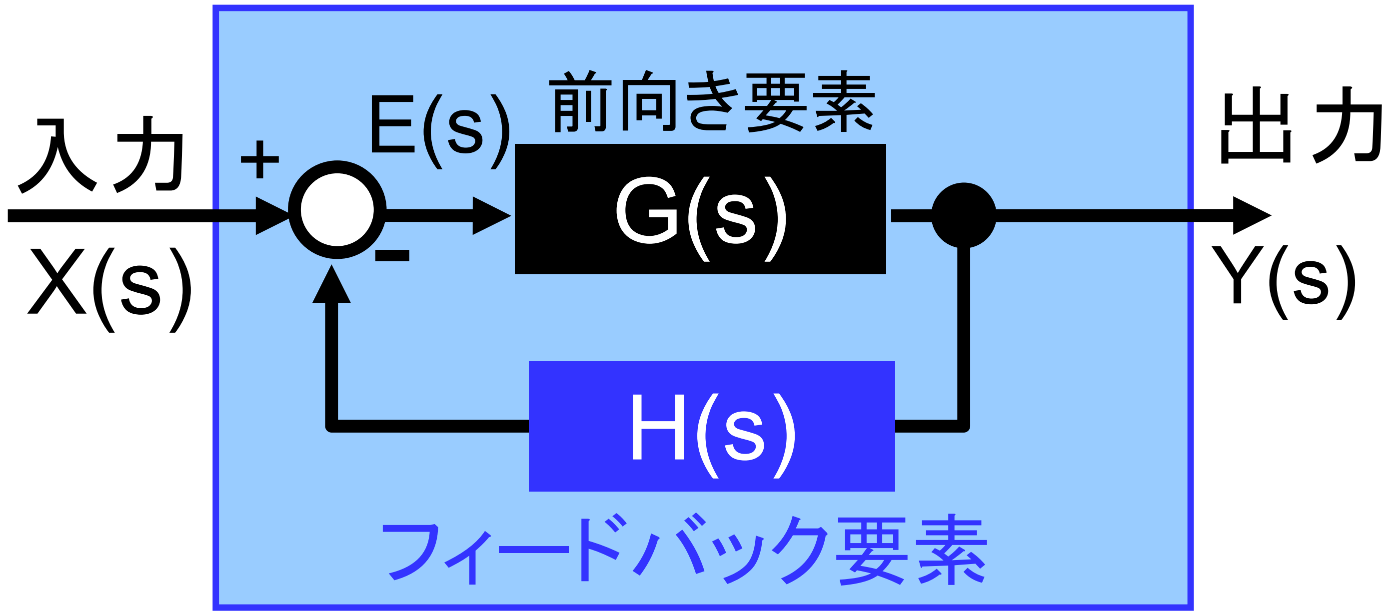


$E(s)=X(s)-H(s)Y(s)$　　　$Y(s)=G(s)E(s)$

$$Y(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}X(s)$$

閉ループ伝達関数　　G(s)H(s):開ループ伝達関数

復習　# フィードバック制御系とは？



G(s)H(s):開ループ伝達関数

復習

ボード線図

周波数伝達関数 $G(j\omega)$ のゲイン，位相を別々にプロットしたグラフ

ゲインとωの範囲は広い$(0\sim10^5)$⇒対数表示

■ゲイン特性

- 縦軸 $g_{db} = 20\log|G(j\omega)|$ [dB]
  (ゲインと呼ぶことにする)
- 横軸 $\log\omega$

両対数グラフ

■位相特性

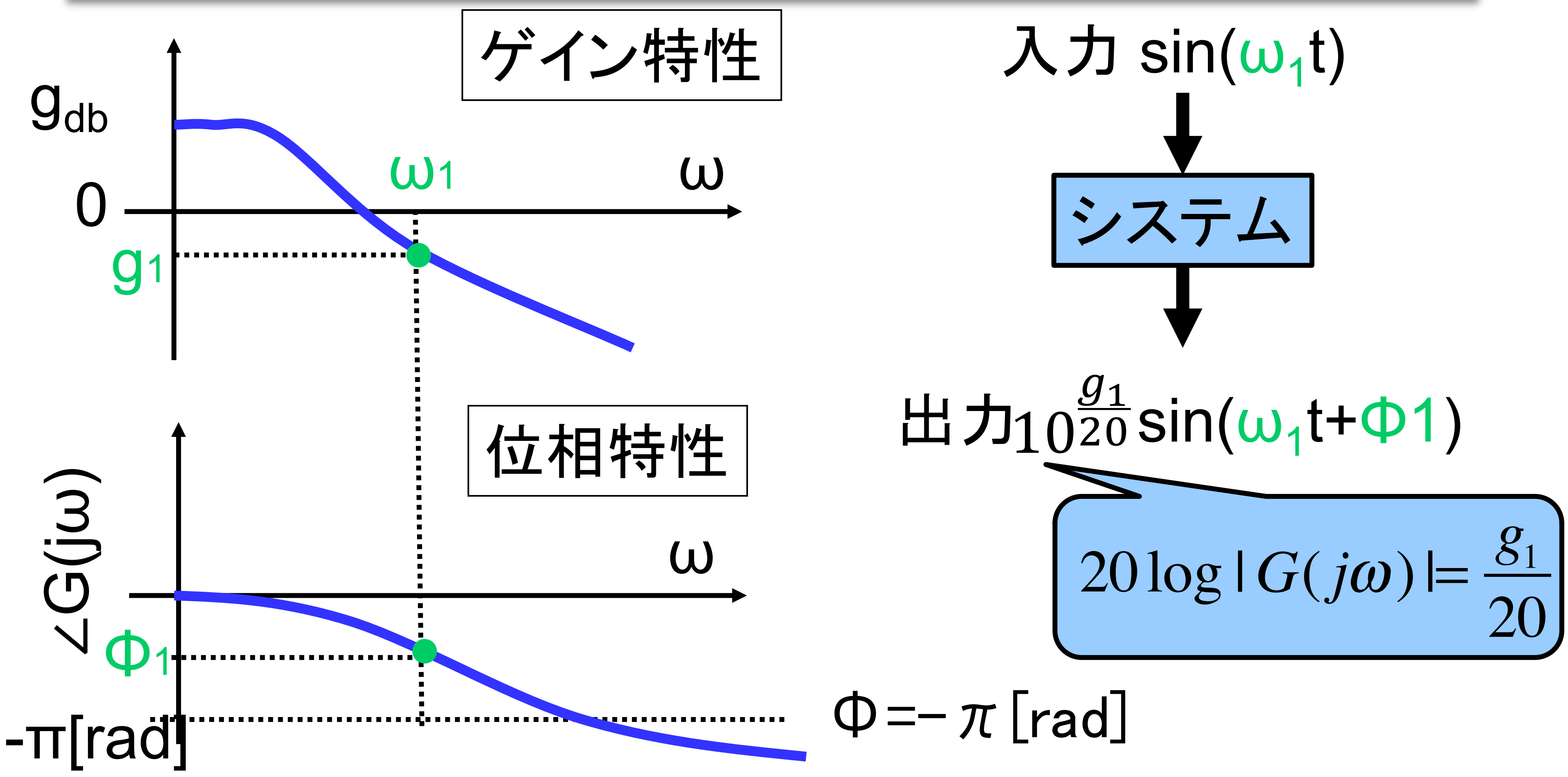
- 縦軸 $\theta(w)$
- 横軸 $\log w$

方対数グラフ

自分で「正確に」書くのは難しい．．．MATLABなどで描く.
ただし，基本的なものの概形は書けるようにする

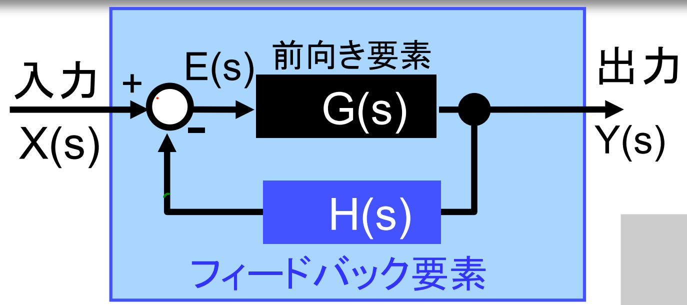
復習

ボード線図の意味



ゲイン特性
g_{db}
0
ω_1
ω
g_1
位相特性
$\angle G(j\omega)$
ω
Φ_1
-π[rad]
$\Phi=-\pi$ [rad]
入力 $\sin(\omega_1 t)$
システム
出力$10^{\frac{g_1}{20}}\sin(\omega_1 t+\Phi 1)$
$20\log|G(j\omega)|=\frac{g_1}{20}$

復習 ボード線図を用いたフィードバックシステムの安定度の調べ方

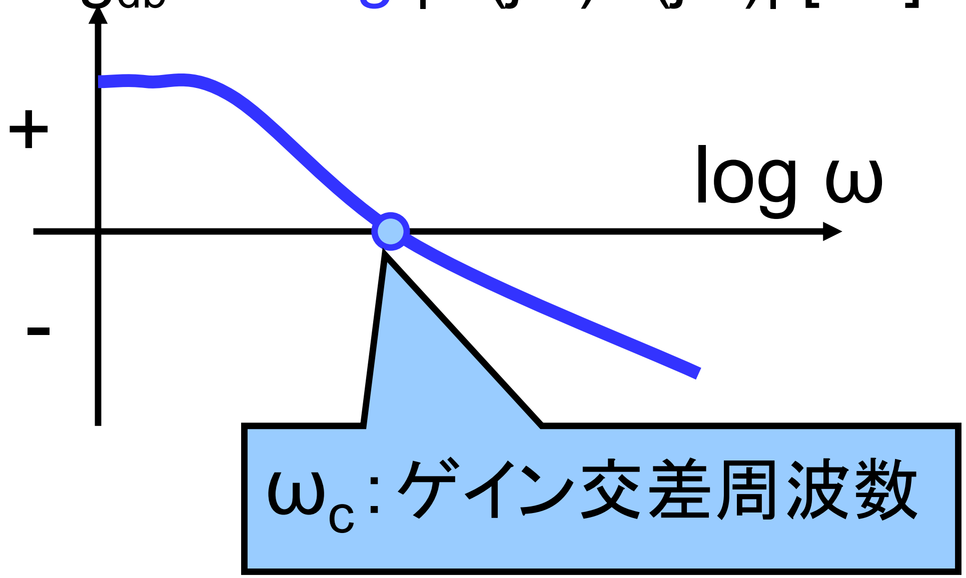


開ループ伝達関数G(s)H(s)

ボード線図を描く

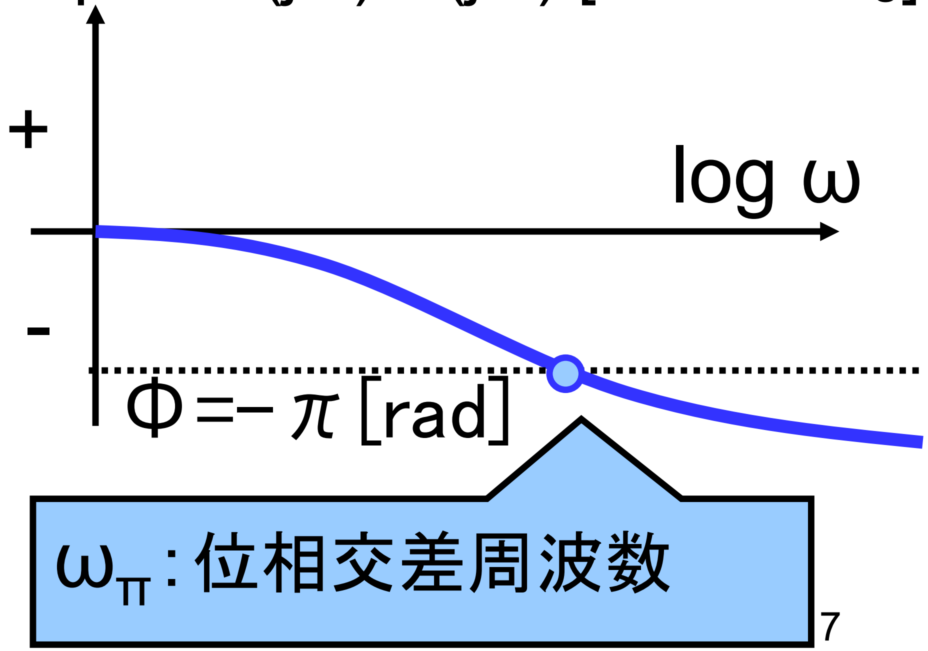
dBゲイン特性

g_{db}=20 log |G(jω)H(jω)| [dB]



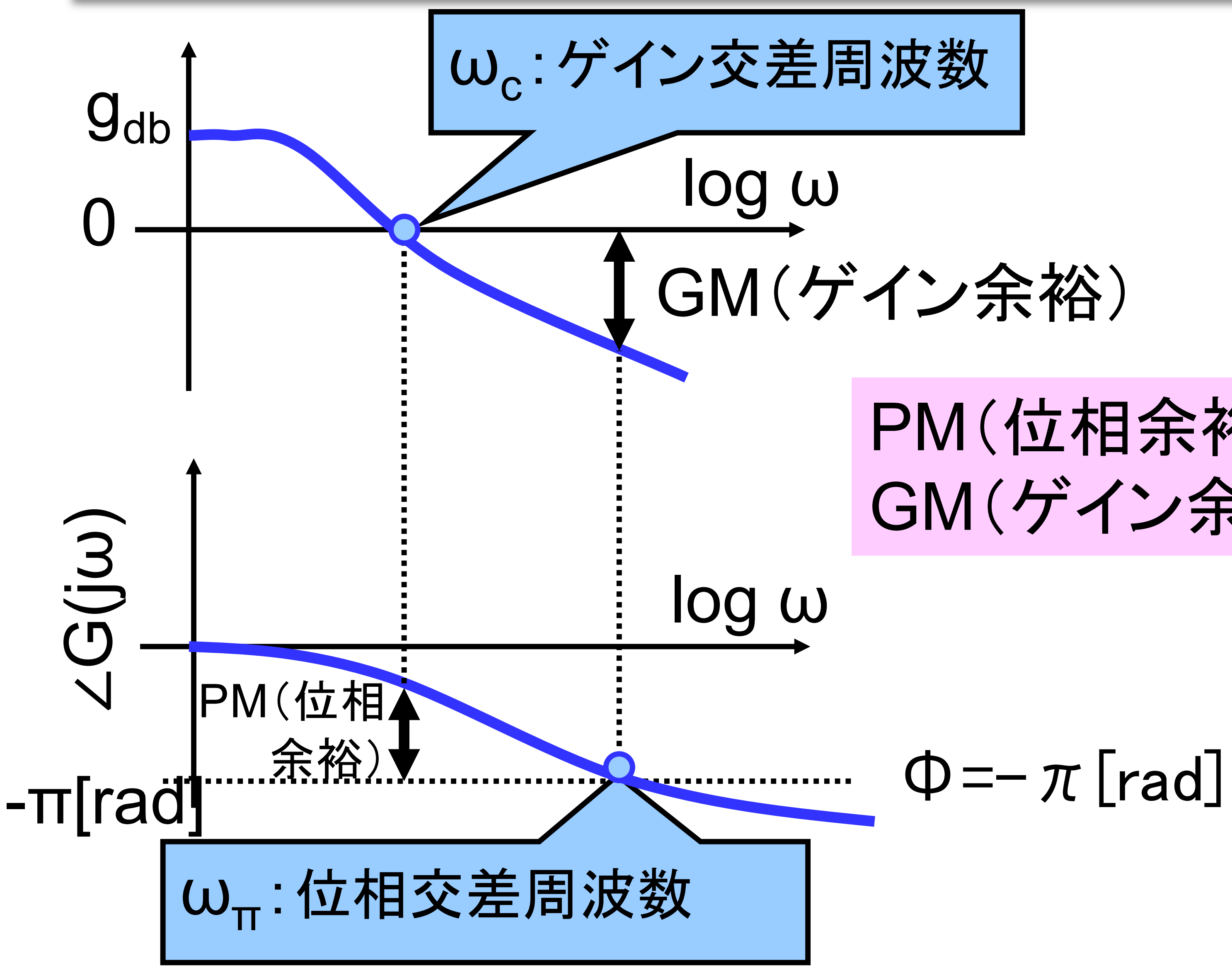
位相特性

φ=∠ G(jω) H(jω) [radまたはdeg]



(続き)ボード線図を用いたフィードバックシステムの安定度の調べ方

復習



PM(位相余裕)>0かつ
GM(ゲイン余裕)>0→安定

8章　フィードバック制御系の設計

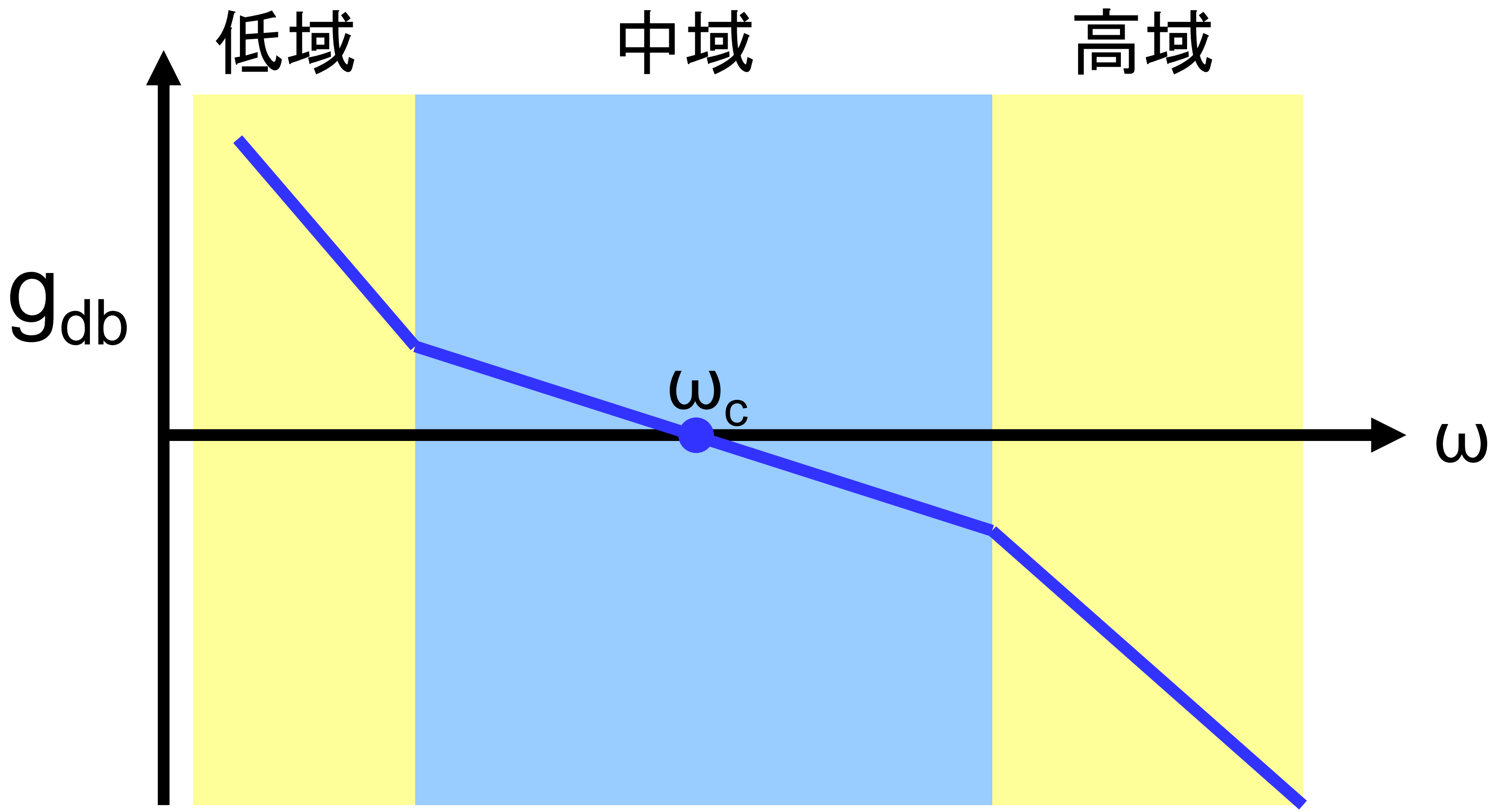
8.2 開ループ伝達関数周波数領域での設計

目的

- 定常偏差，速応性，減衰性などが仕様を満たすようにシステムを調整すること

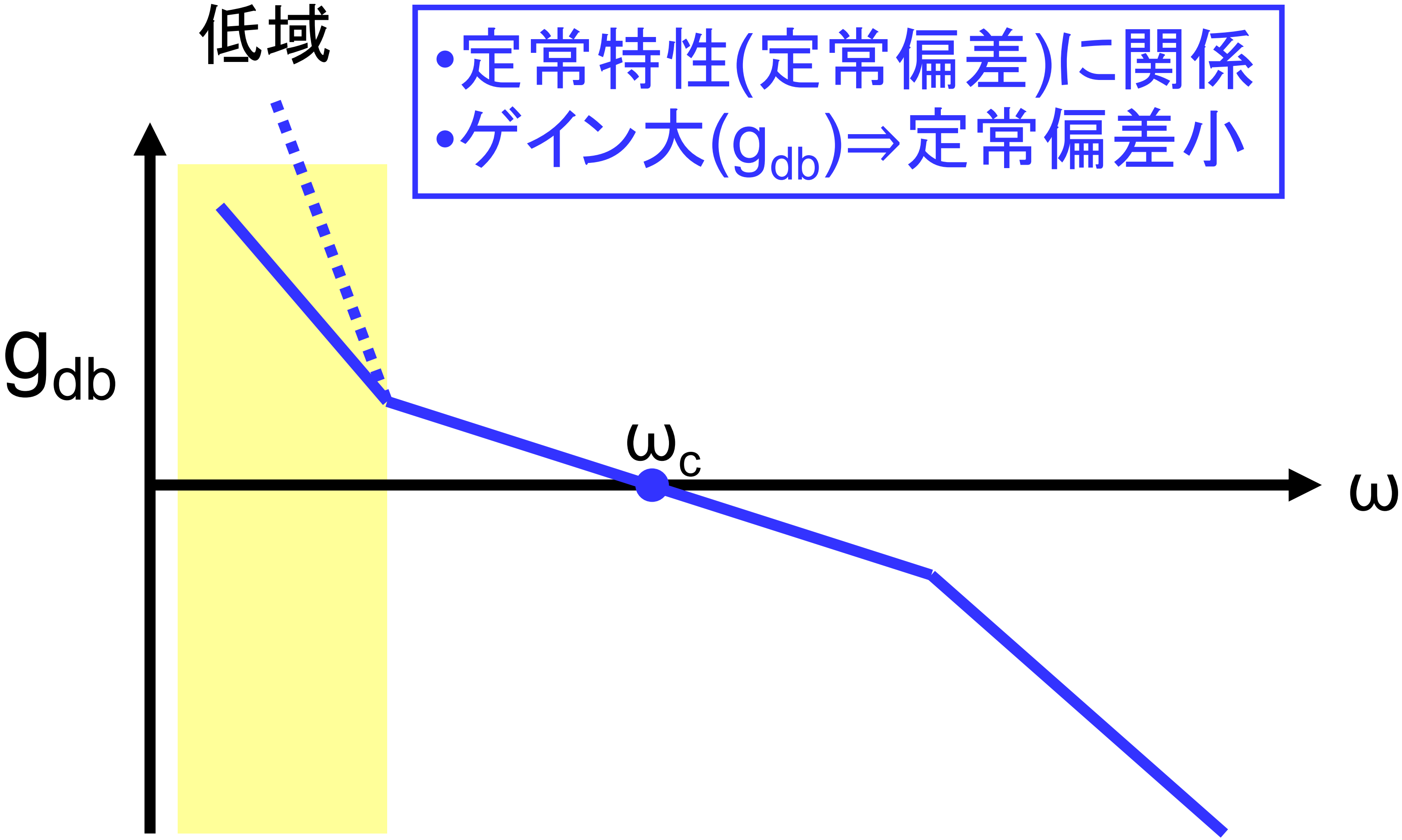
設計仕様と開ループ伝達関数の関係

ボード線図(ゲイン特性)



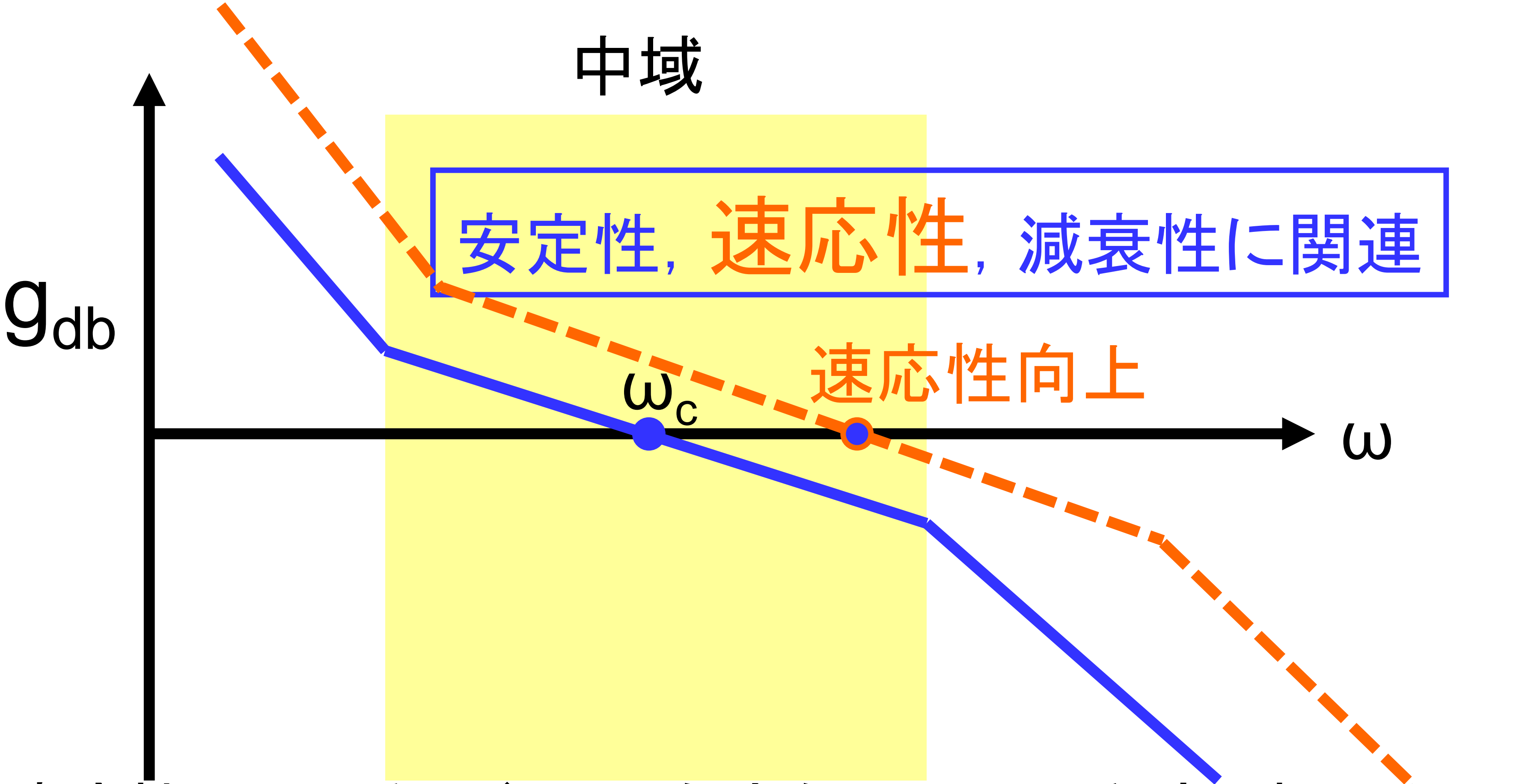
ω_c:ゲイン交差周波数

低域



- 定常特性(定常偏差)に関係
- ゲイン大(g_{db})⇒定常偏差小

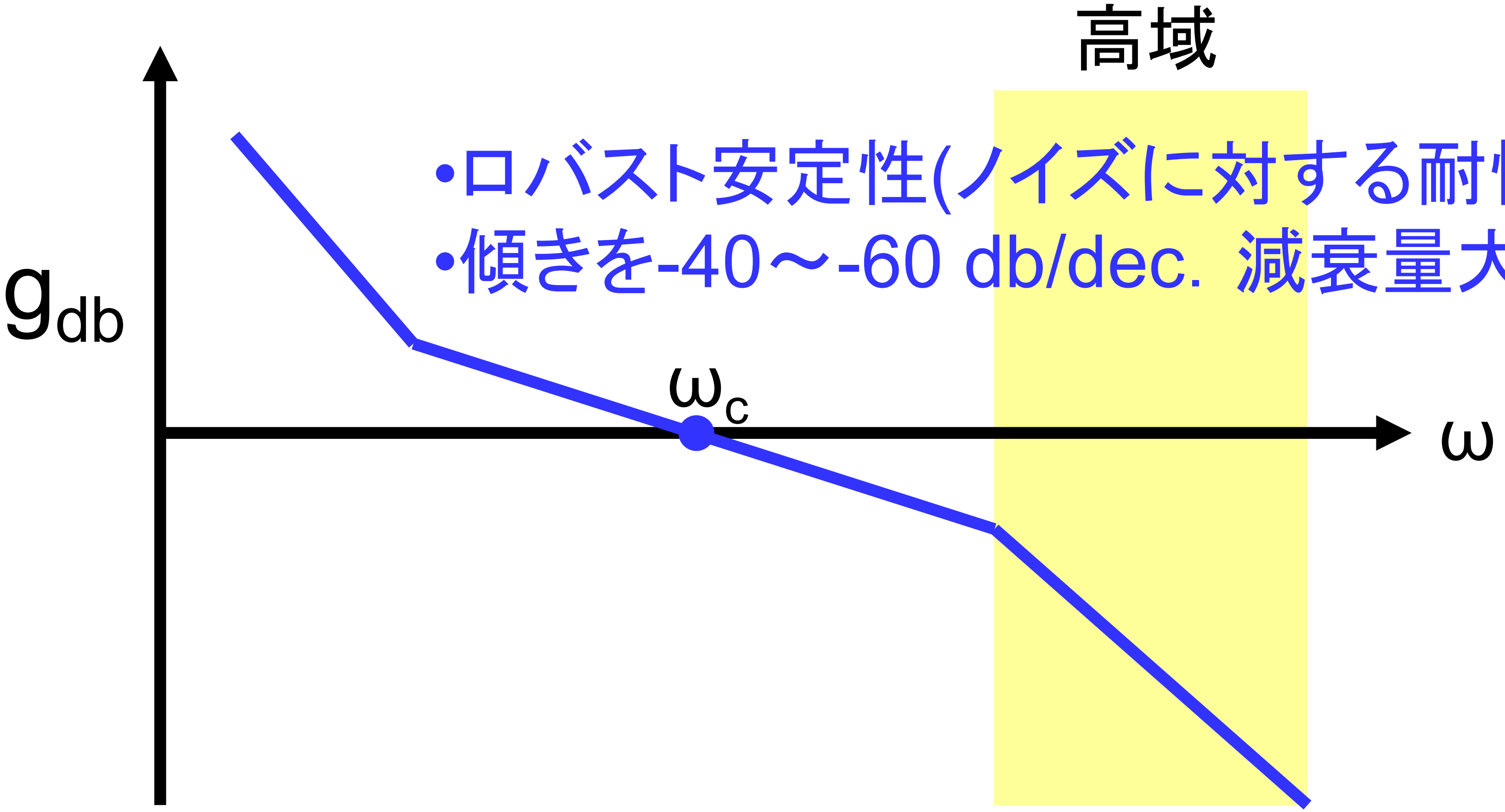
中域



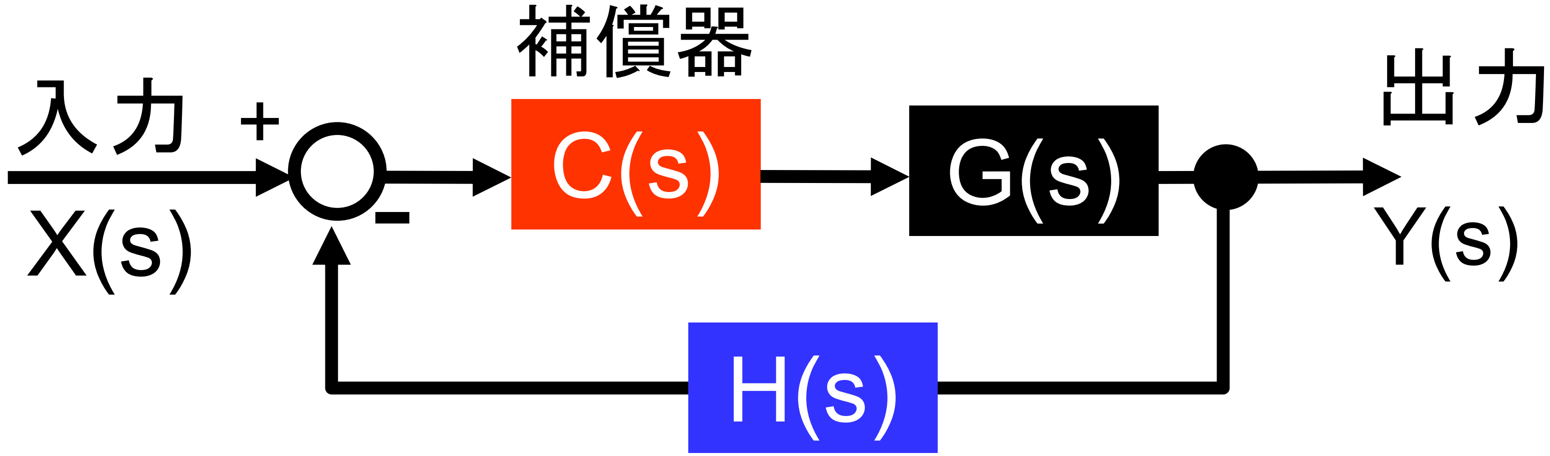
- 安定性：ωc付近⇒ゲインの傾きを-20db/dec程度に抑える
- 速応性：ωcを増加⇒速応性は向上
- 減衰性：ωcにおける位相余裕PMを大 ⇒ 減衰性向上

高域

- ロバスト安定性(ノイズに対する耐性)
- 傾きを-40～-60 db/dec. 減衰量大



直列補償

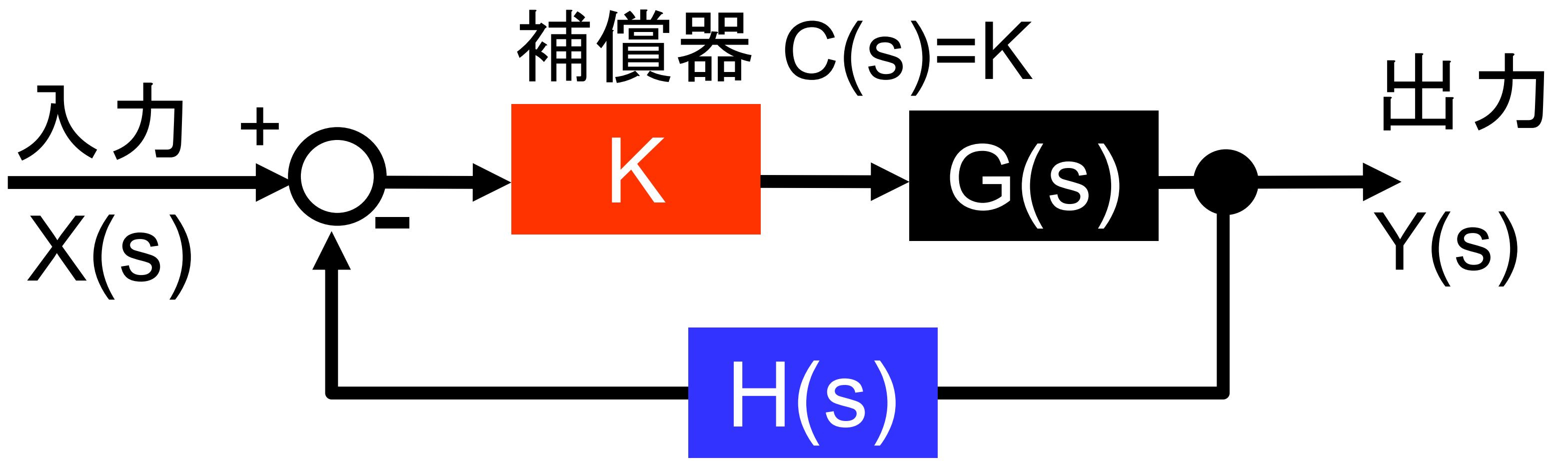


前向き要素に“補償器”を直列に挿入

特性改善

ゲイン補償，位相遅れ補償，位相進み補償

直列補償の例1: ゲイン補償



開ループ伝達関数: KG(jω)H(jω)

ゲイン特性はどのように変わった? (位相特性は変化無し)

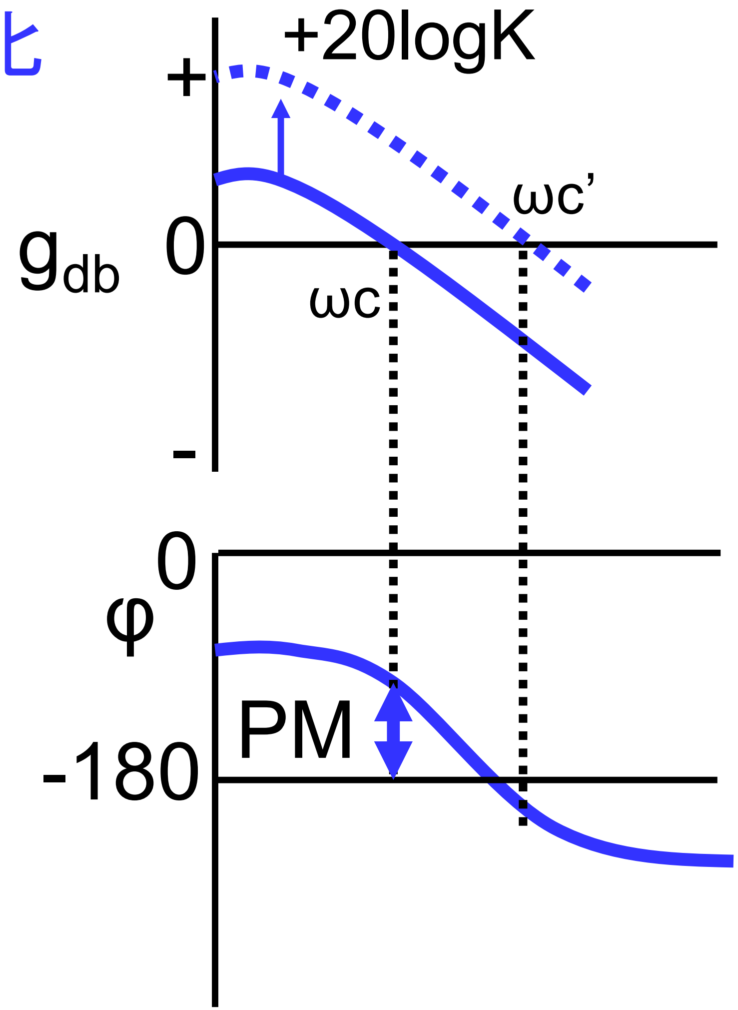
ゲイン補償

C(s)=K　⇒　g_{db}は20logK変化

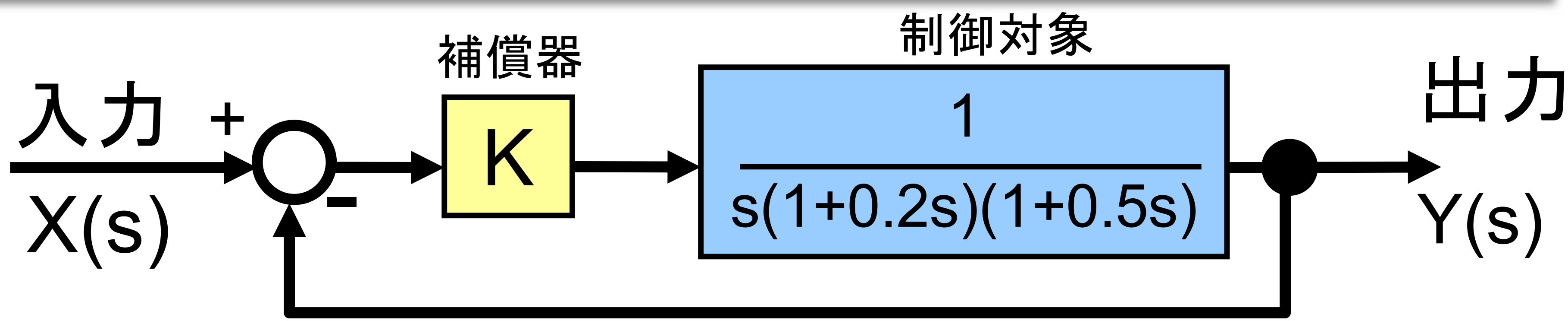
位相特性は変化無し

K>1⇒　ω_c大(定常偏差改善,
速応性向上)
PM減少(安定性劣化)

K<1⇒　ω_c小(定常偏差悪化,
速応性劣化)
PM増加(安定性向上)



演習問題



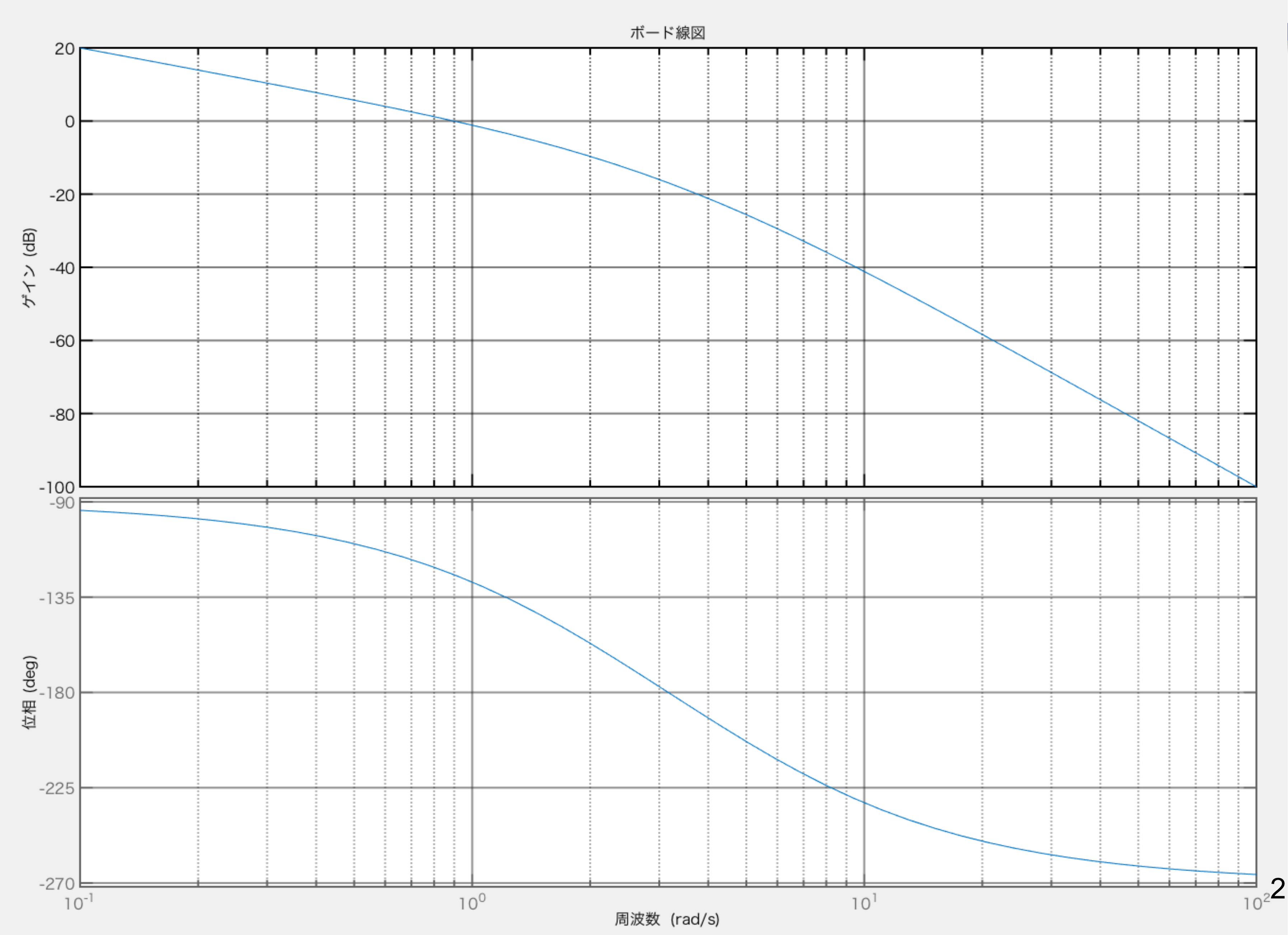
制御対象に対してゲイン補償器を直列接続した制御系を考える.
下記の問いに答えよ

1. 制御系の開ループ伝達関数L(s)を求めよ
2. K=1のときのボード線図から，PMとGMを読み取れ
3. PMが40°となるようにゲイン要素Kの値を調整せよ
4. 閉ループ系が安定になるためのKの範囲を求めよ

解答1 開ループ伝達関数

$$L(s) =$$

解答2: 位相余裕、ゲイン余裕は?



解答3

ゲイン補償→位相特性を変えない

位相余裕(PM)が40°となるのは,

位相が -140°　のとき

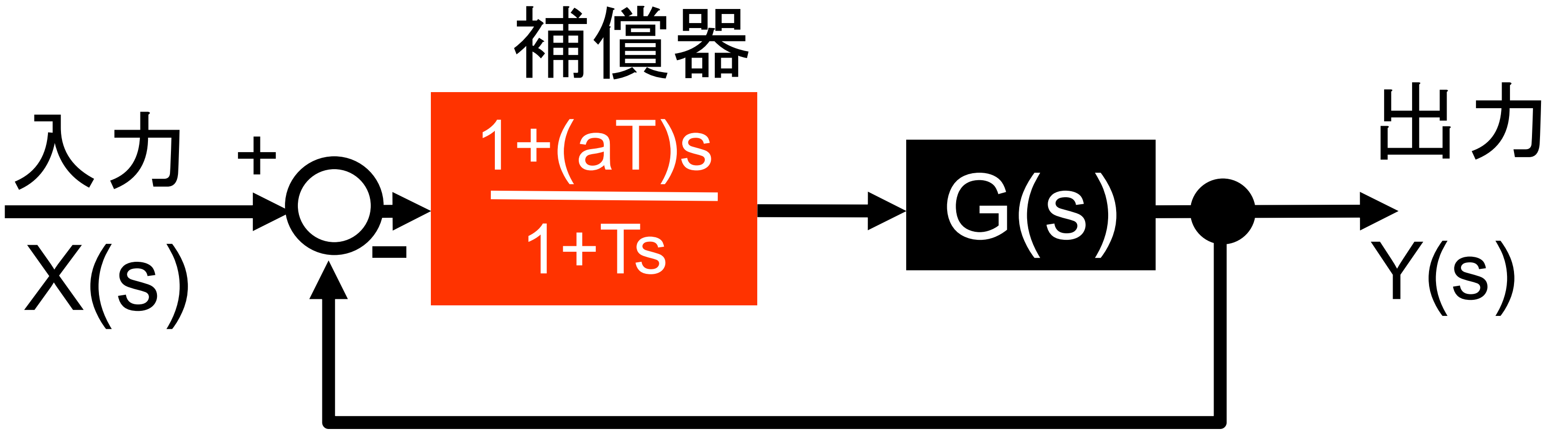
K=1のときのボード図より,

PM=40度 のとき、ゲインg_{dB}= -4.85

ゲイン補償後にdBゲイン=0になればよい

答え : 20logK = 4.85　⇒ K=1.75

直列補償の例2: 位相遅れ補償

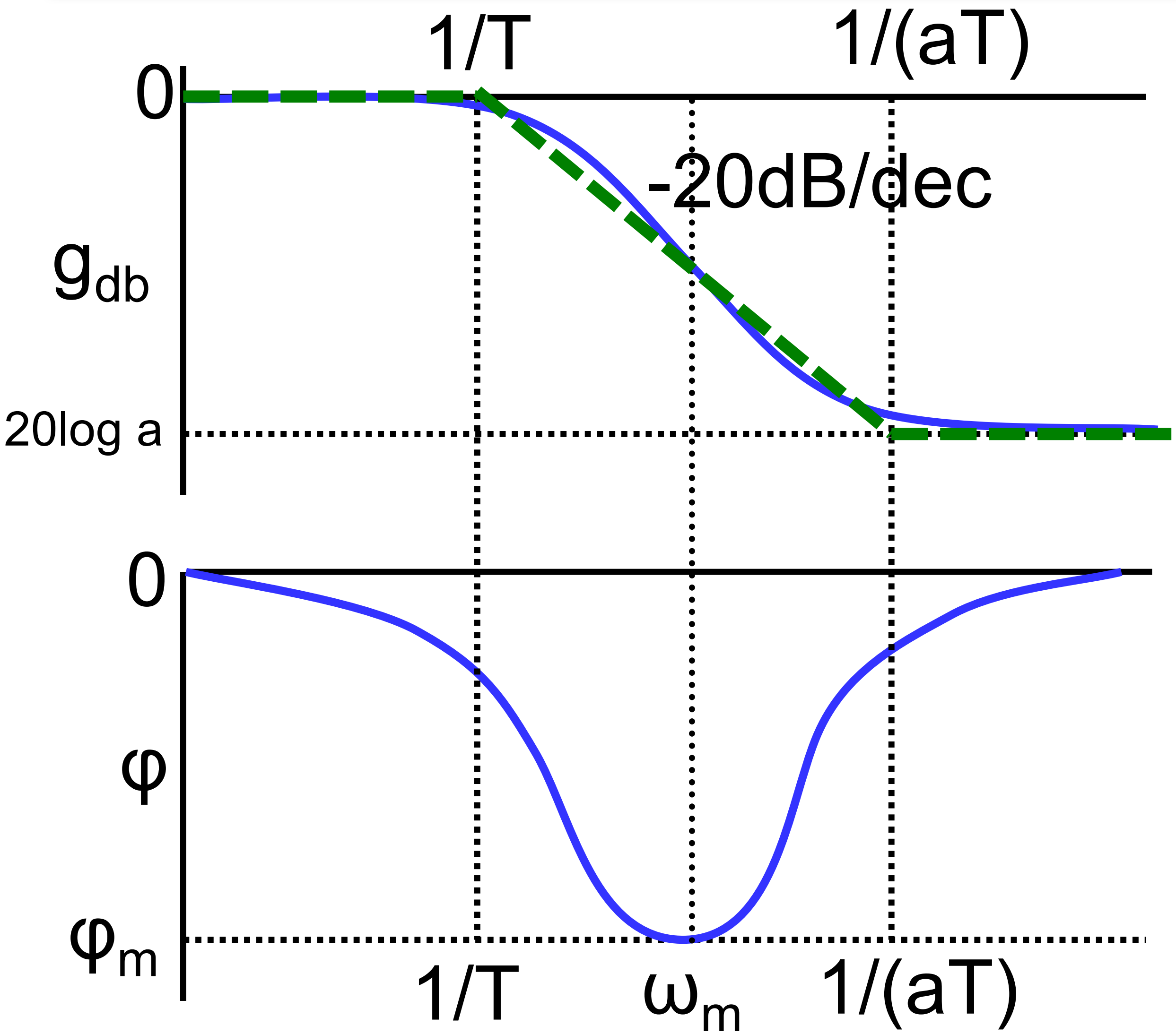


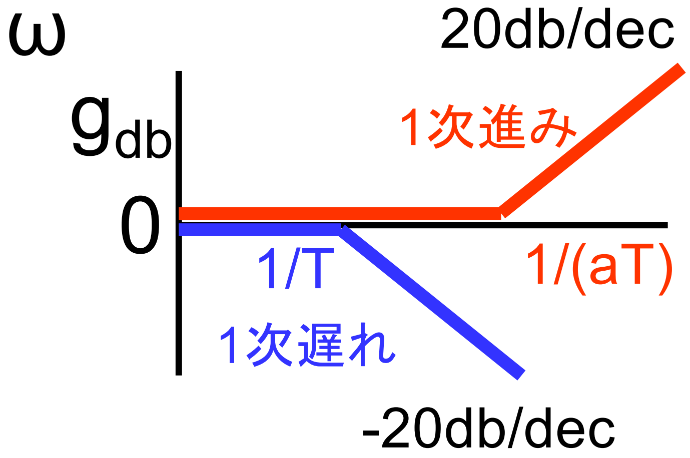
1次進み要素

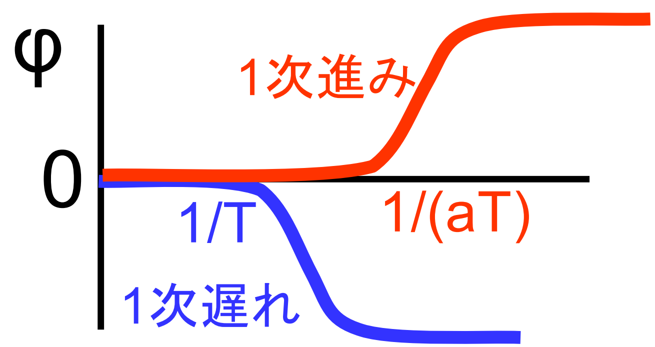
$$C(s)=\frac{1+(aT)s}{1+Ts} \qquad (a<1)$$

1次遅れ要素

位相遅れ補償器の周波数特性

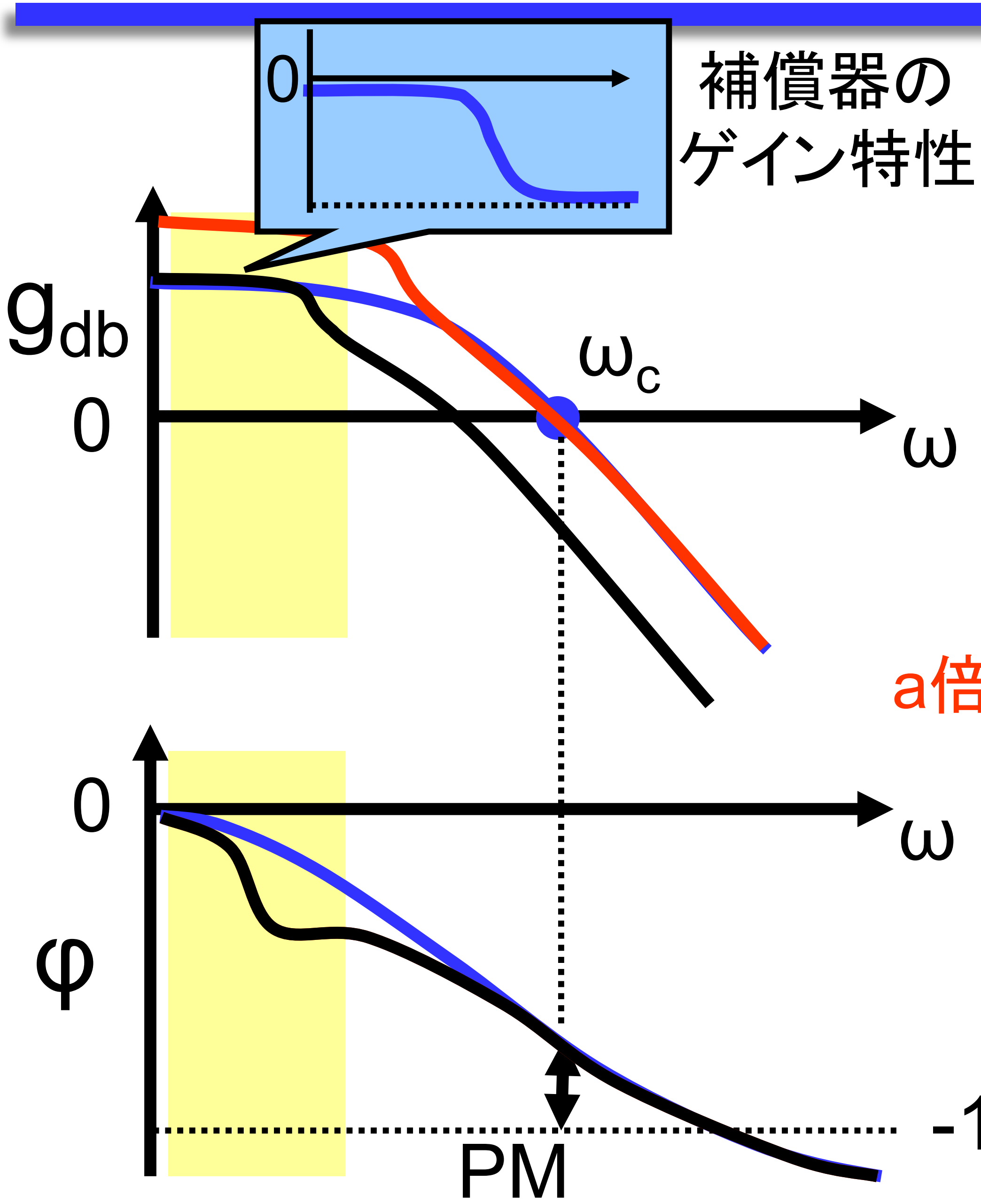






$$\varpi_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} \Rightarrow \phi_m = \tan^{-1}\frac{a-1}{a+1}$$

位相遅れ補償の使い方(低域のゲイン向上)



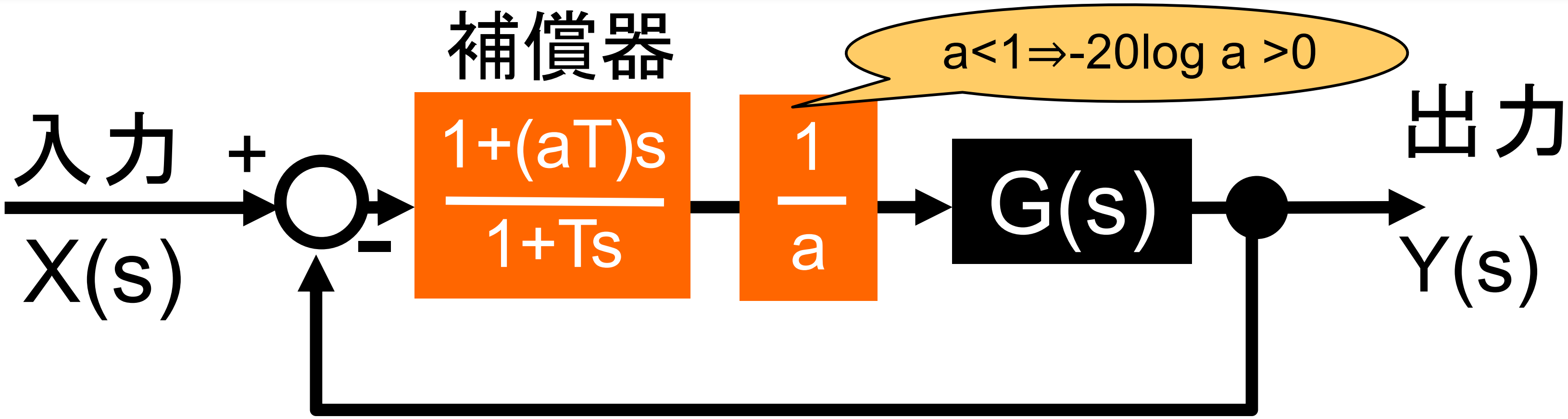
低域に位相遅れ補償

中域高域ゲインが
20log a　減少

a倍のゲイン補償を組み合わせる
(次のページ)

(中高域もとどおり
低域のみゲイン向上)

補足(位相遅れ補償+ゲイン補償)

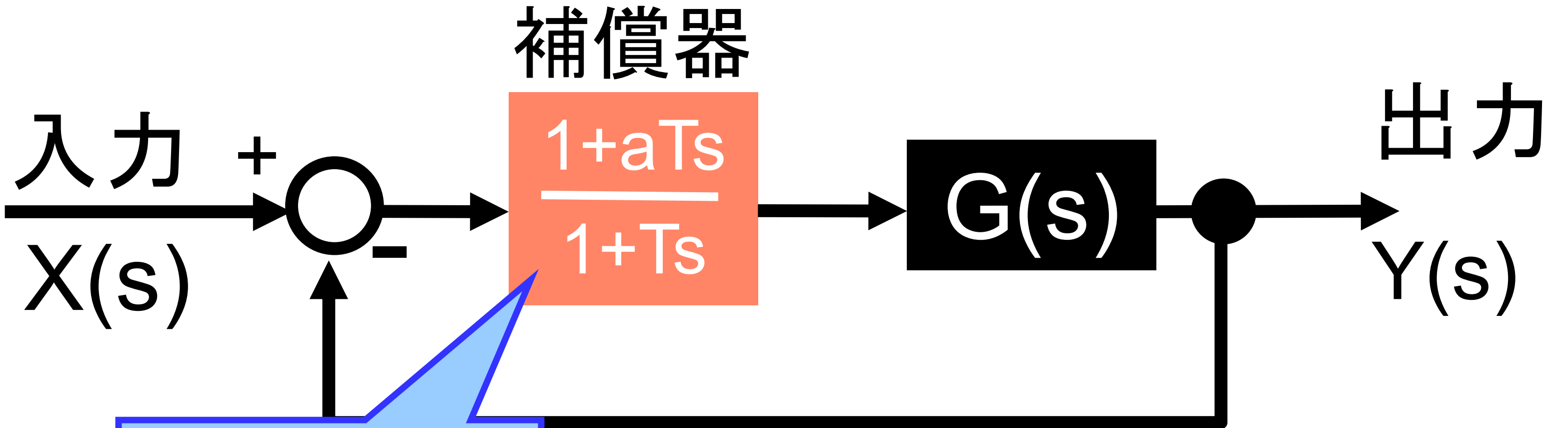


1次進み要素

$$C(s)=\frac{1+(aT)s}{1+Ts} \qquad (a<1)$$

1次遅れ要素

直列補償の例3: 位相進み補償

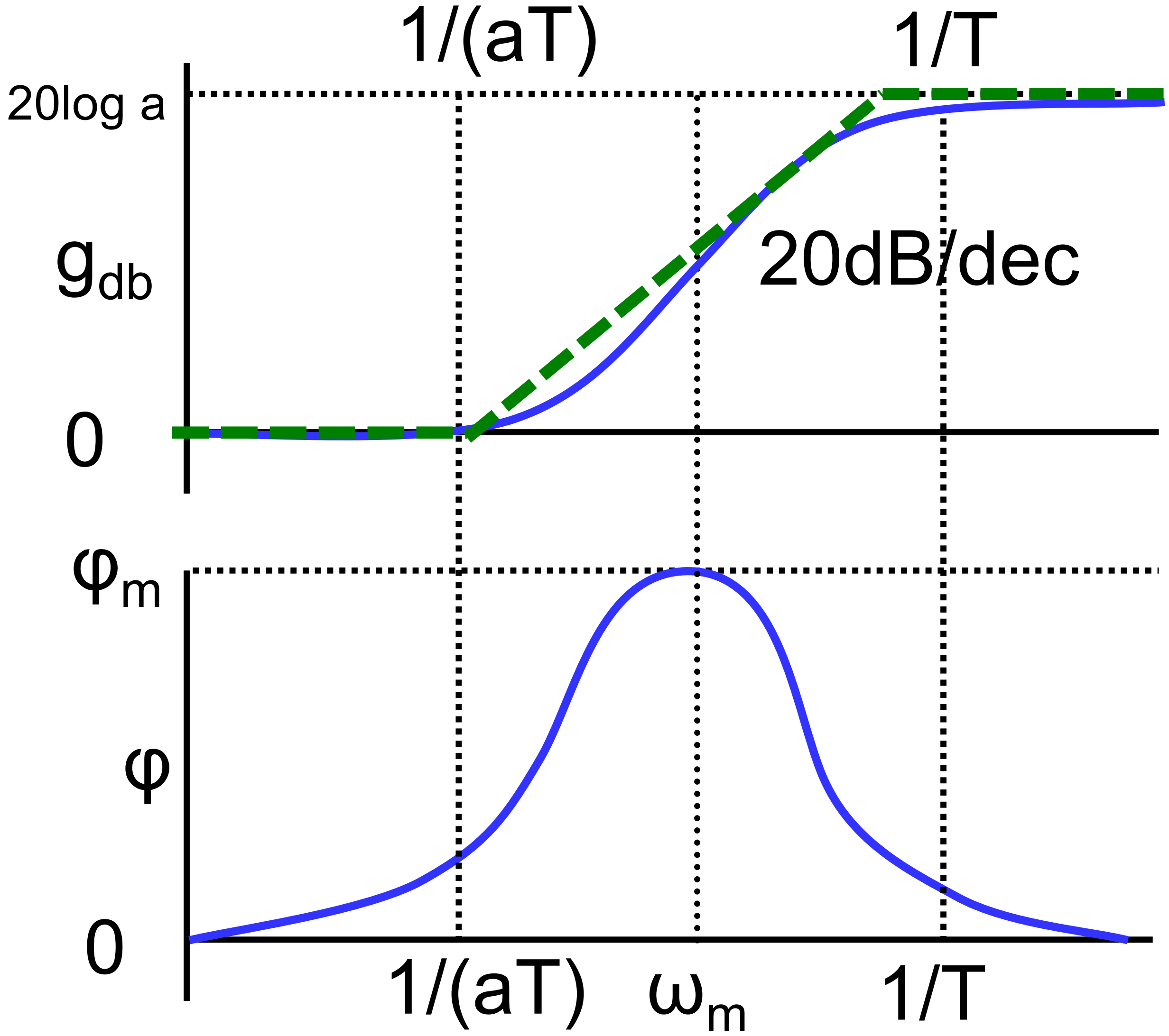


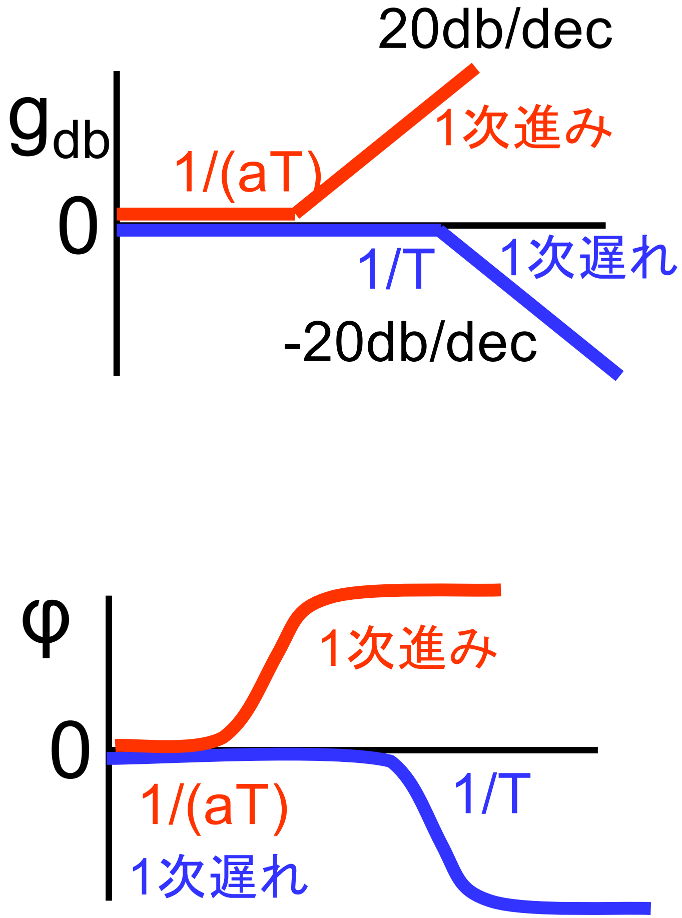
伝達関数は位相遅れと同じ

$$C(s)=\frac{1+aTs}{1+Ts} \quad (a>1)$$

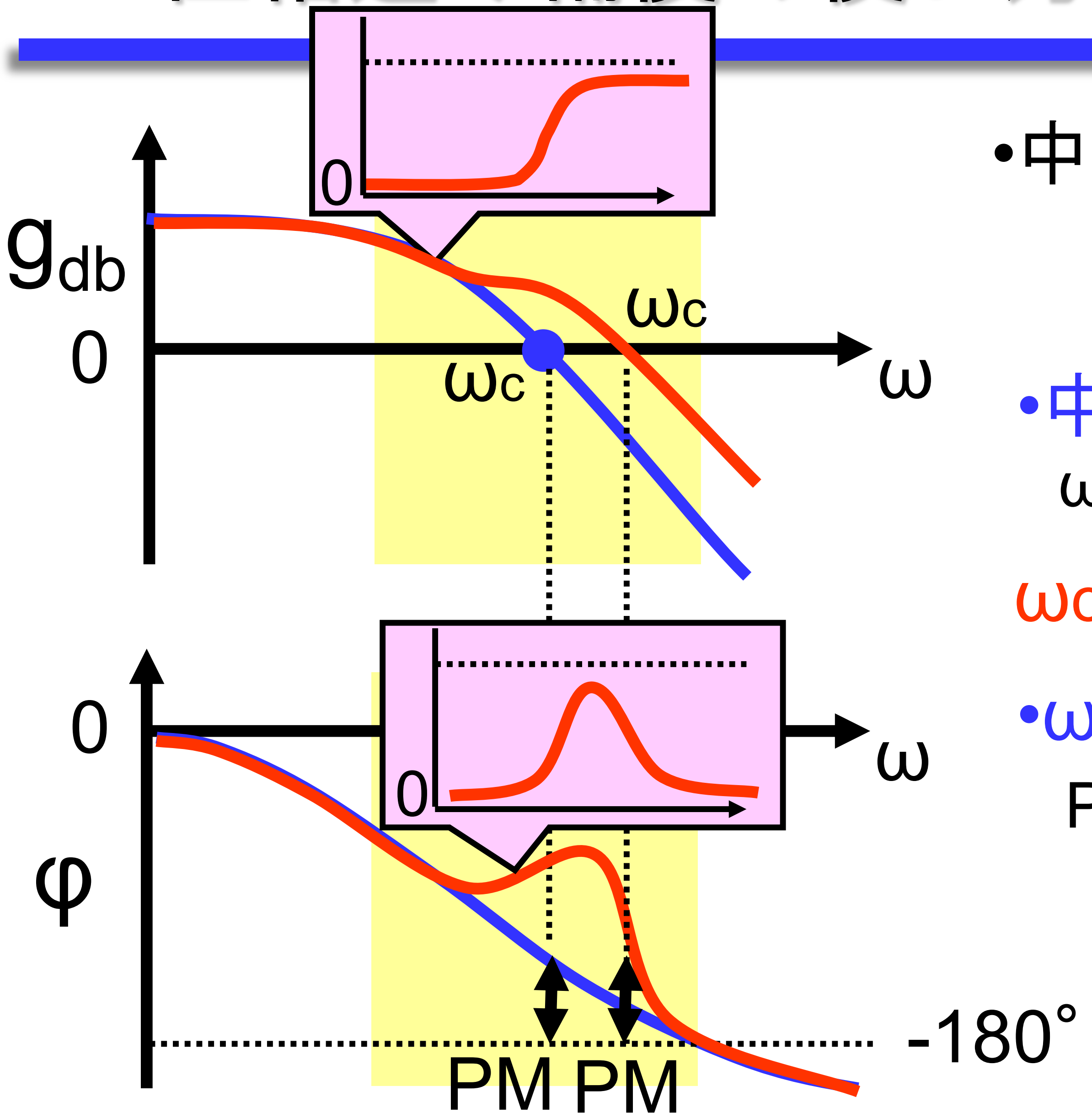
位相遅れ補償とはaの大きさが異なる

位相進み補償器の周波数特性





位相進み補償の使い方(ωcの増加)



•中域に位相進み補償

•中域・高域ゲイン向上

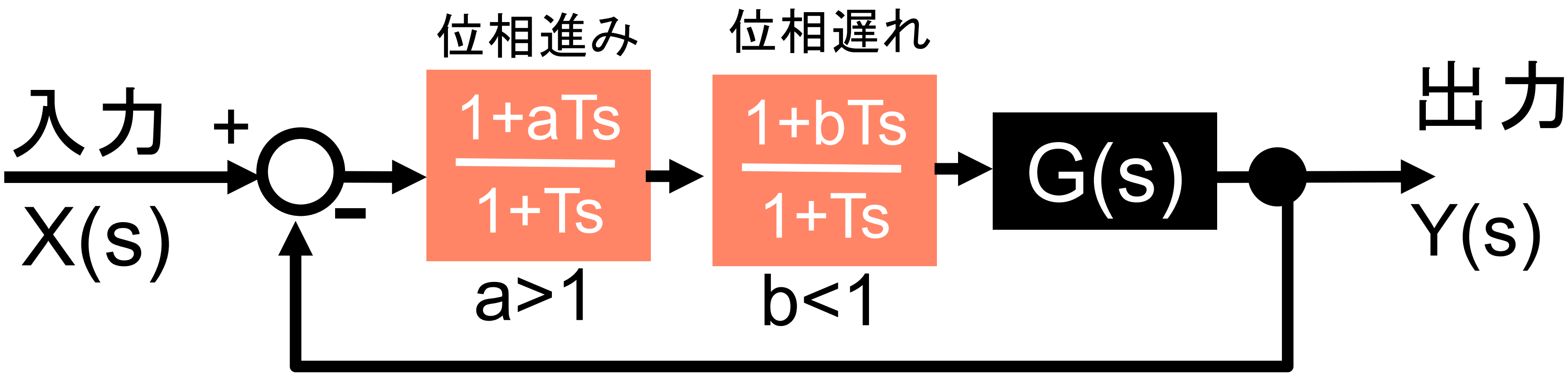
ωc増加⇒速応性

ωcだけ増加⇒PMが減少

•ωc付近の位相進める

PMの増加⇒安定性

位相進み・遅れ補償(189ページから)



位相遅れ(低域における特性改善)

+

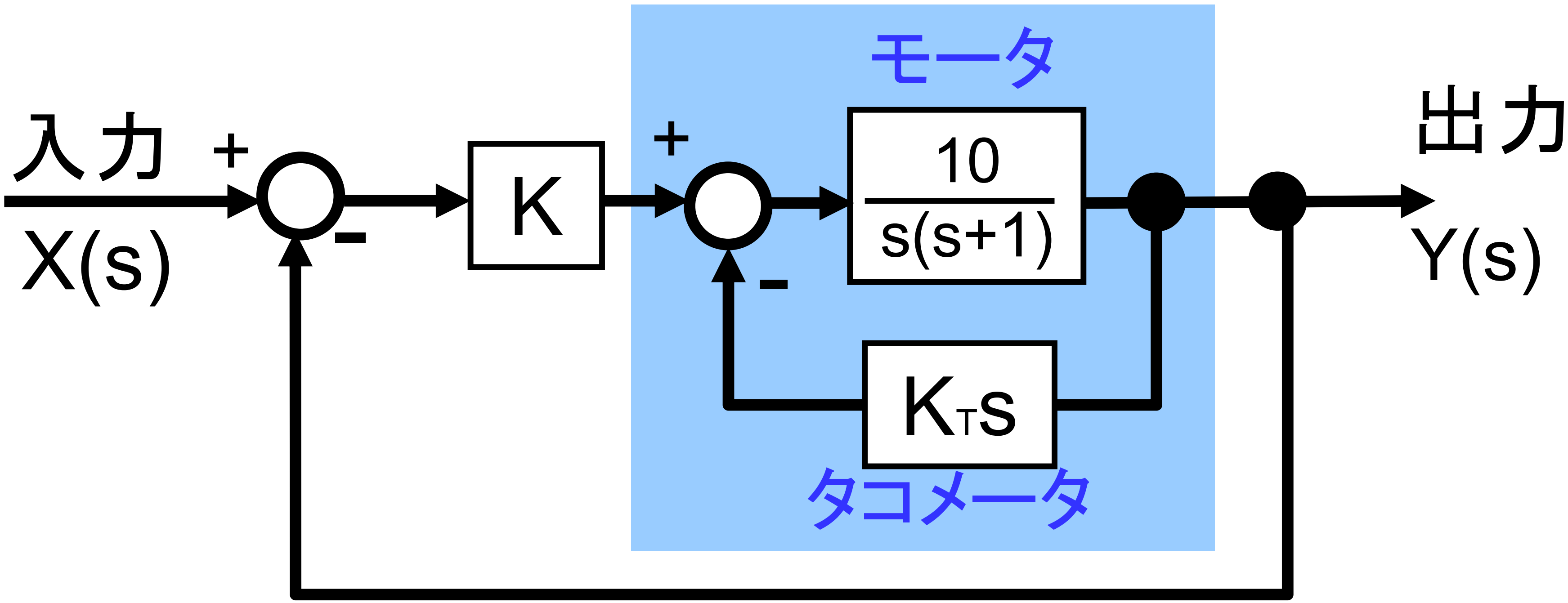
位相進み(中域における特性改善)

とりあえず本授業では省略します．自分でみておくこと

フィードバック補償(P.193)

フィードバック補償～例題を通して

制御対象に対して，補償器をフィードバックで挿入



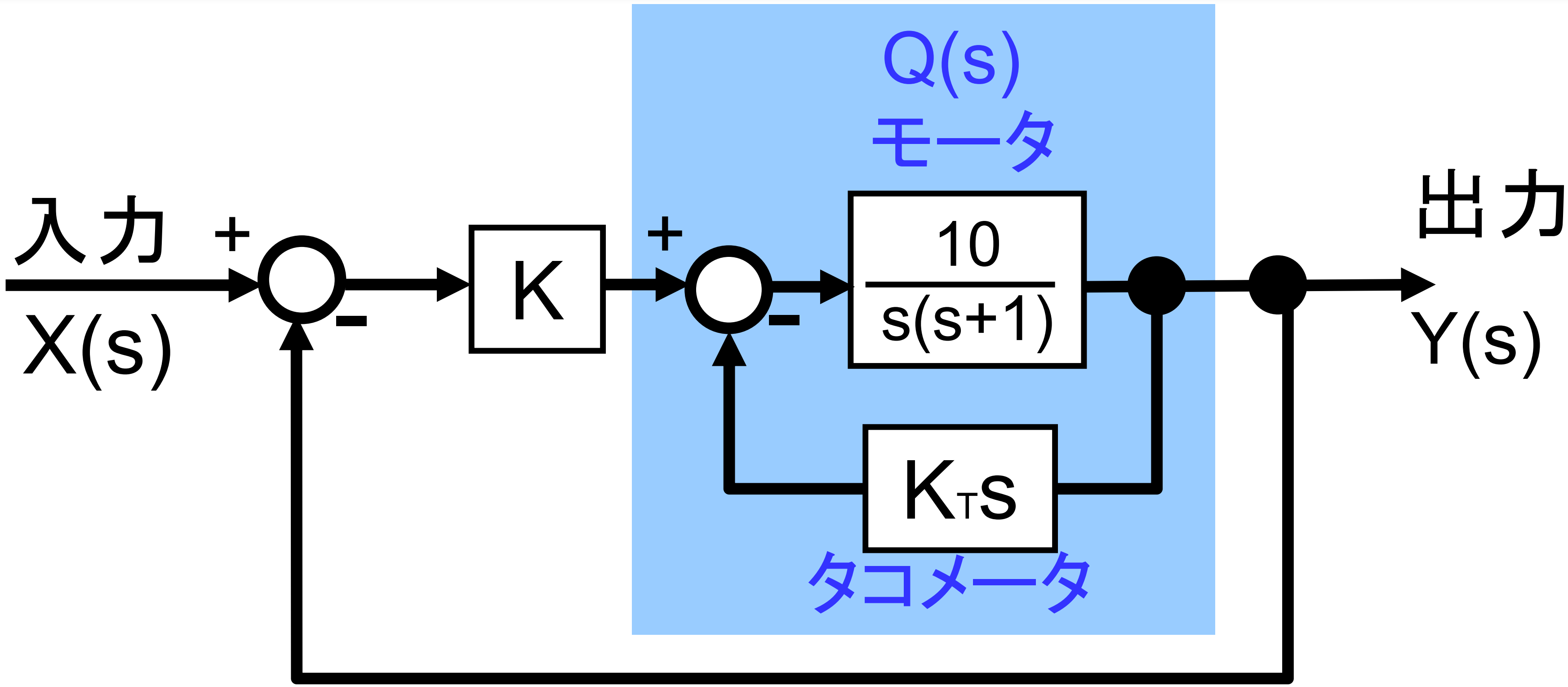
例題8．5

1. 次の順番でこの系の伝達関数を求めよ
   - モータ，タコメータからなるフィードバックループの伝達関数をQ(s)とおき，Q(s)を求める.
   - ゲインK，Q(s)からなる直結フィードバックループ(P.158)の伝達関数G(s)を求める.
2. 次の仕様をみたすK，K_Tを求めよ
   - 減衰率$\xi=0.5$

     ヒント：G(s)を2次系の標準形式にする
   - 定常速度偏差$\varepsilon_v \leqq 0.05$

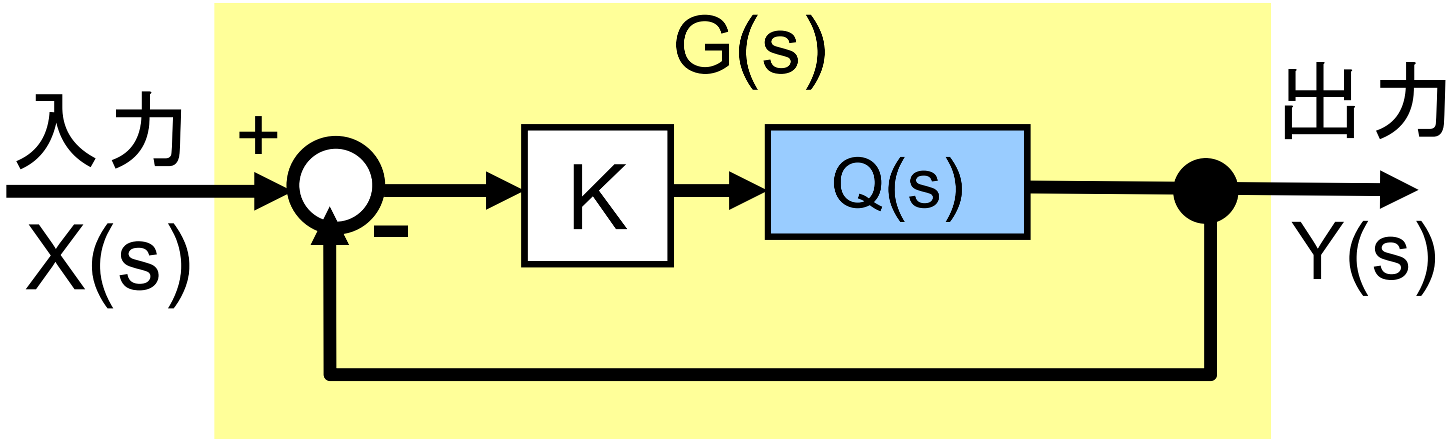
     ヒント：定常速度偏差はP.159　式7．24

解答1 青い部分の伝達関数を求めよ



$$Q(s) =$$

解答1(つづき) 全体の伝達関数を求めよ



※フィードバック要素が1⇒直結フィードバックループ

$$G(s) =$$

解答2 減衰率の条件

2次遅れ系の標準系
覚える！！

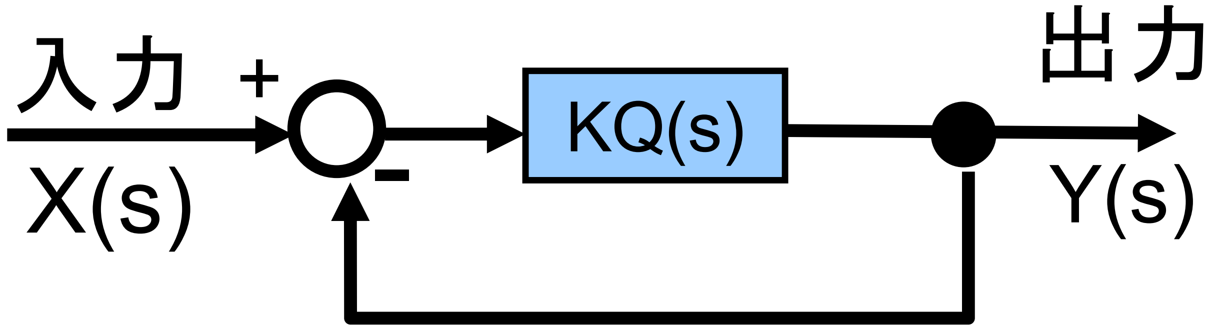
$$G(s) = \boxed{\text{前スライドの答え}} = \frac{\varpi_n^2}{s^2 + 2\zeta\varpi_n s + \varpi_n^2}$$

$$\varpi_n^2 = 10K \rightarrow \varpi_n = \sqrt{10K}$$

$$2\zeta\varpi_n = 2\zeta\sqrt{K}\sqrt{10} = 10K_T + 1$$

$$\zeta = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{10K} = 10K_T + 1$$

解答2(つづき）定常速度偏差の条件



P.159式7．24(直結型フィードバックの定常偏差)より

$$\varepsilon_v = \lim_{s \to 0}\left(s \frac{1}{1+KQ(s)} \quad \right) = \frac{1}{10K}\left(10K_T + 1\right) \le 0.05$$

前述の $\sqrt{10K} = 10K_T + 1$ と併せて解くと,

40≦K，1.9≦K_T