システム制御工学A
資料 12

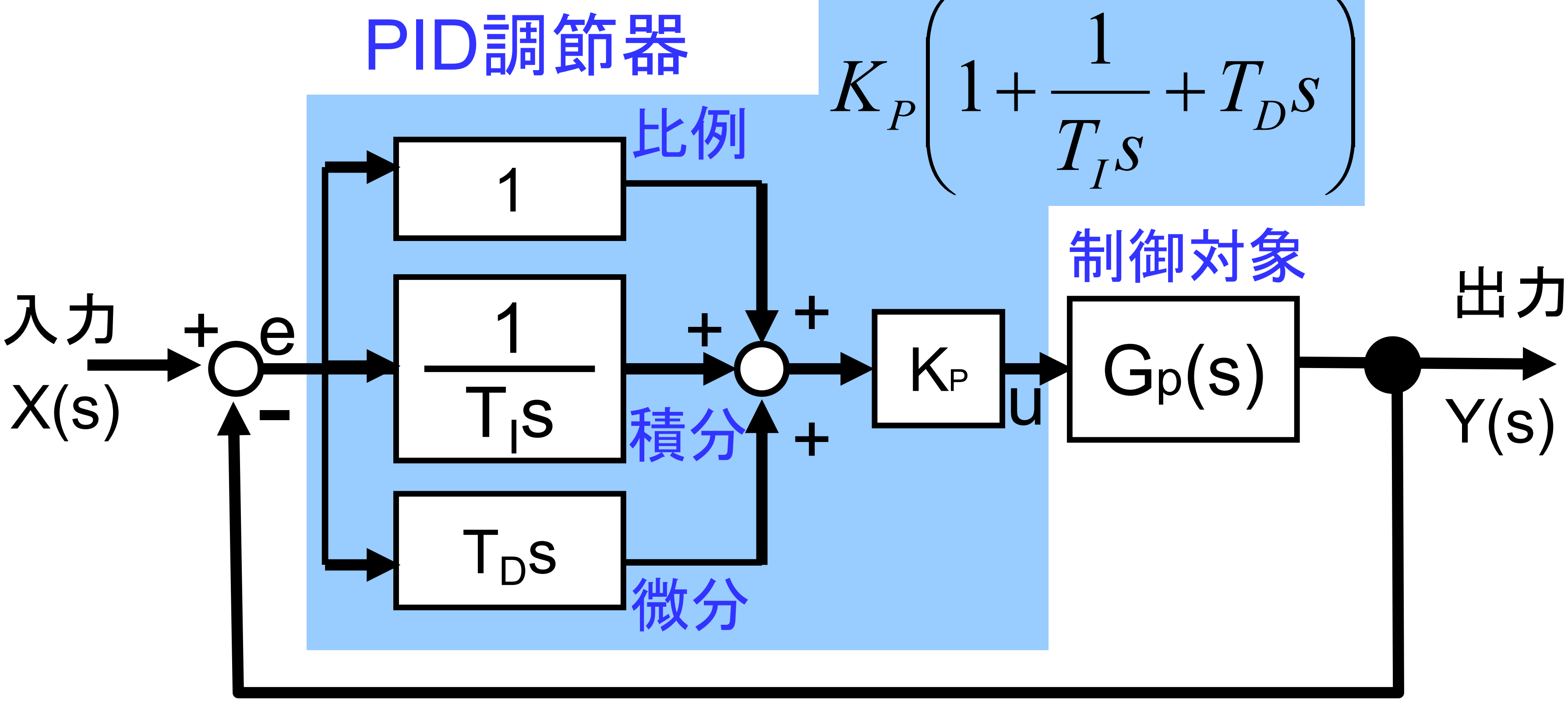
8章 フィードバック制御系の設計 2
PID補償(P.197)

張山昌論

今日の内容

- フィードバック制御系の設計(8章)
  - 周波数領域での設計
    - ・ゲイン・位相進み・遅れ補償
    - ・PID補償
  - ~~根軌跡を用いた設計法~~　テスト範囲外です

PID補償による制御系設計

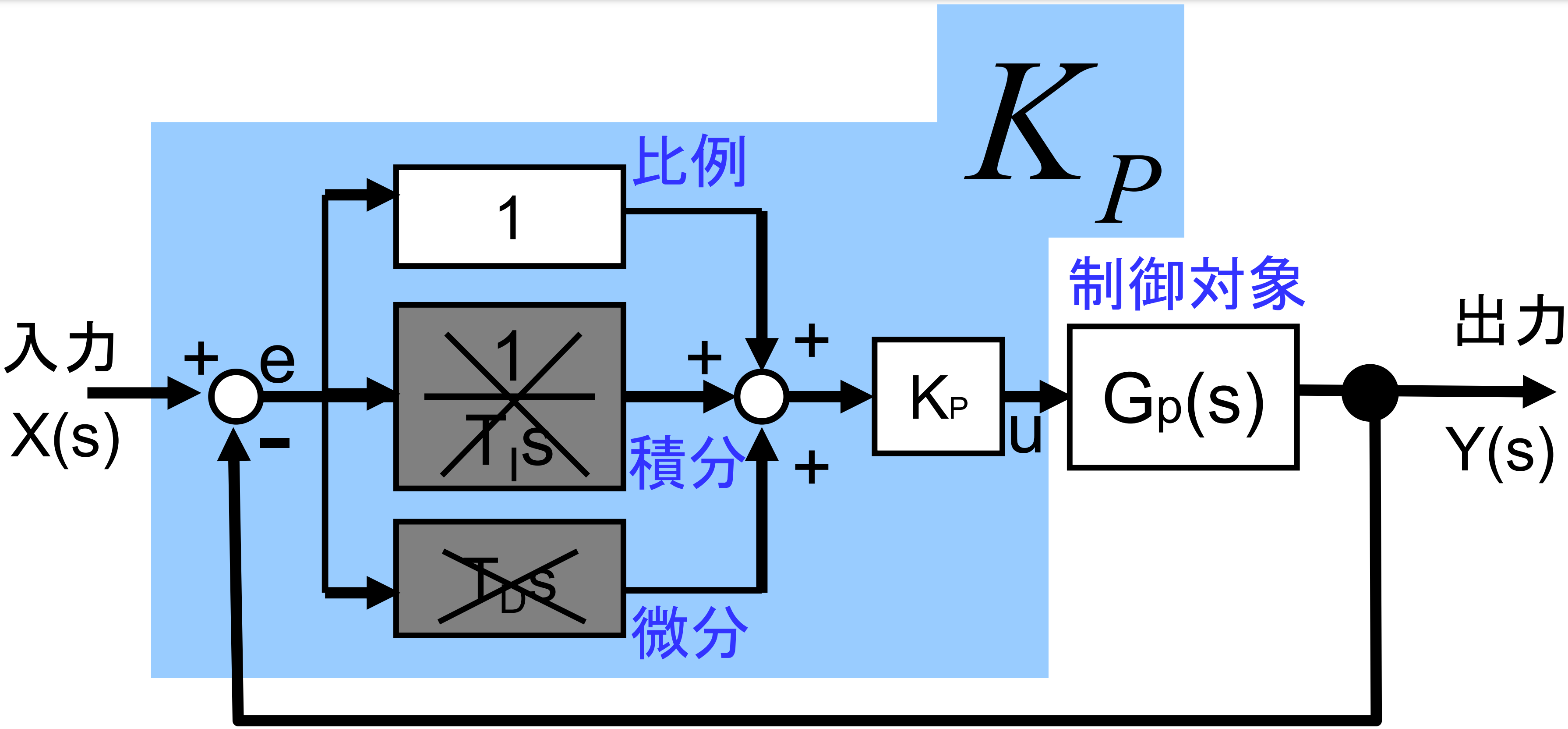


$$K_P\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$$

K_P : 比例ゲイン, T_I:積分時間, T_D:微分時間

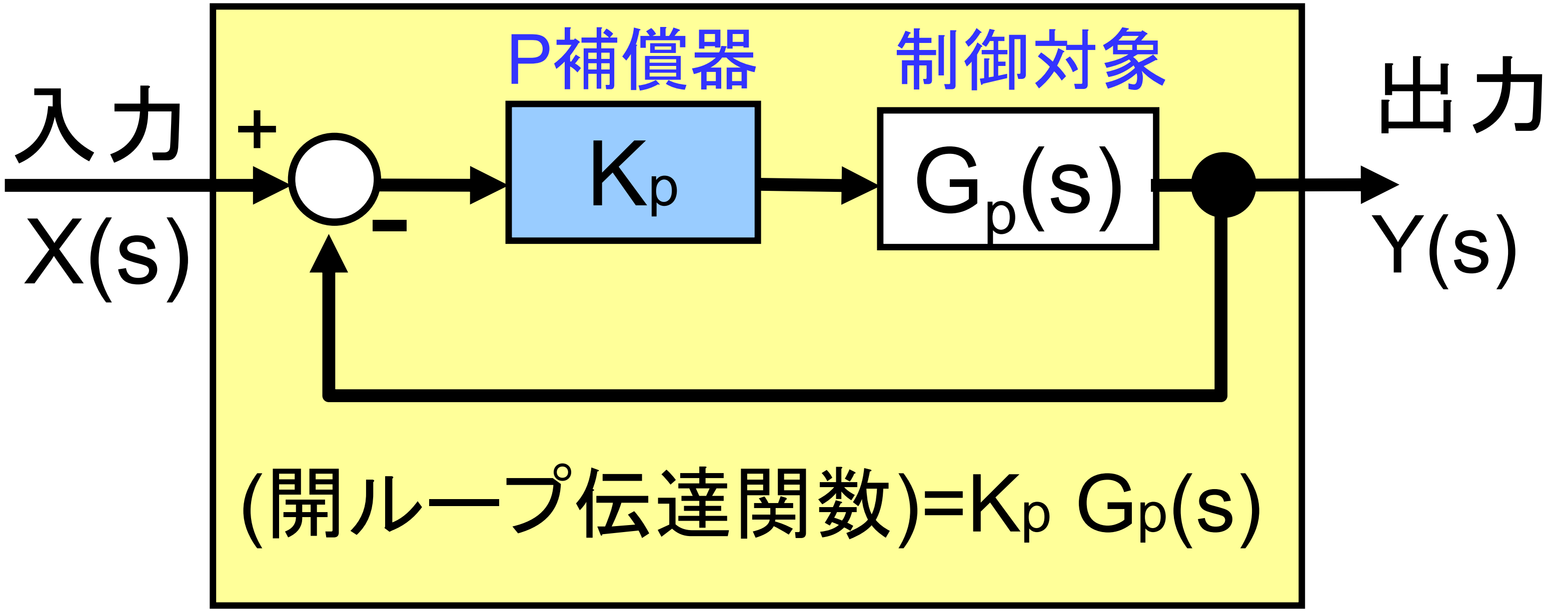
偏差eの比例(Proportional), 積分(Integral), 微分(Derivative)により操作量uを決定

P補償器



K_P
比例
1
制御対象
入力
X(s)
+
e
-
出力
Y(s)
+
+
+
$\cancel{\frac{1}{T_I s}}$
積分
K_P
u
$G_p(s)$
$\cancel{T_D s}$
微分

書き換えられたP補償器(ゲイン補償と同じ)



$$(\text{dBゲイン}) = 20 \log | K_p G_p(j\omega) |$$
$$= \underbrace{20 \log K_p}_{\text{P補償器のdBゲイン}} + \underbrace{20 \log |G_p(j\omega)|}_{\text{制御対象のdBゲイン}}$$

P補償の効果

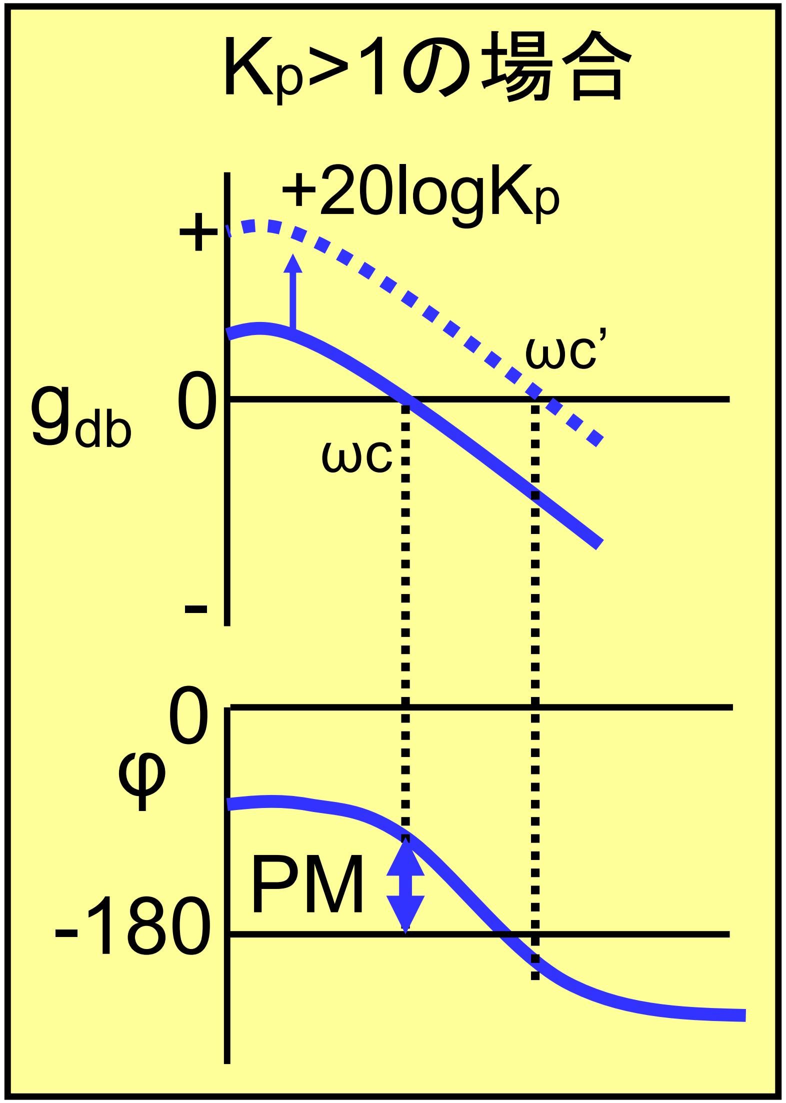
- dBゲインは 20logK_p 変化
- 位相特性は変化無し

$K_p > 1 \Rightarrow 20\log K_p > 0$

😊低域ゲイン向上 (定常偏差小)

😊ω_c大 (速応性向上)

😩 PM減少 (安定性劣化)

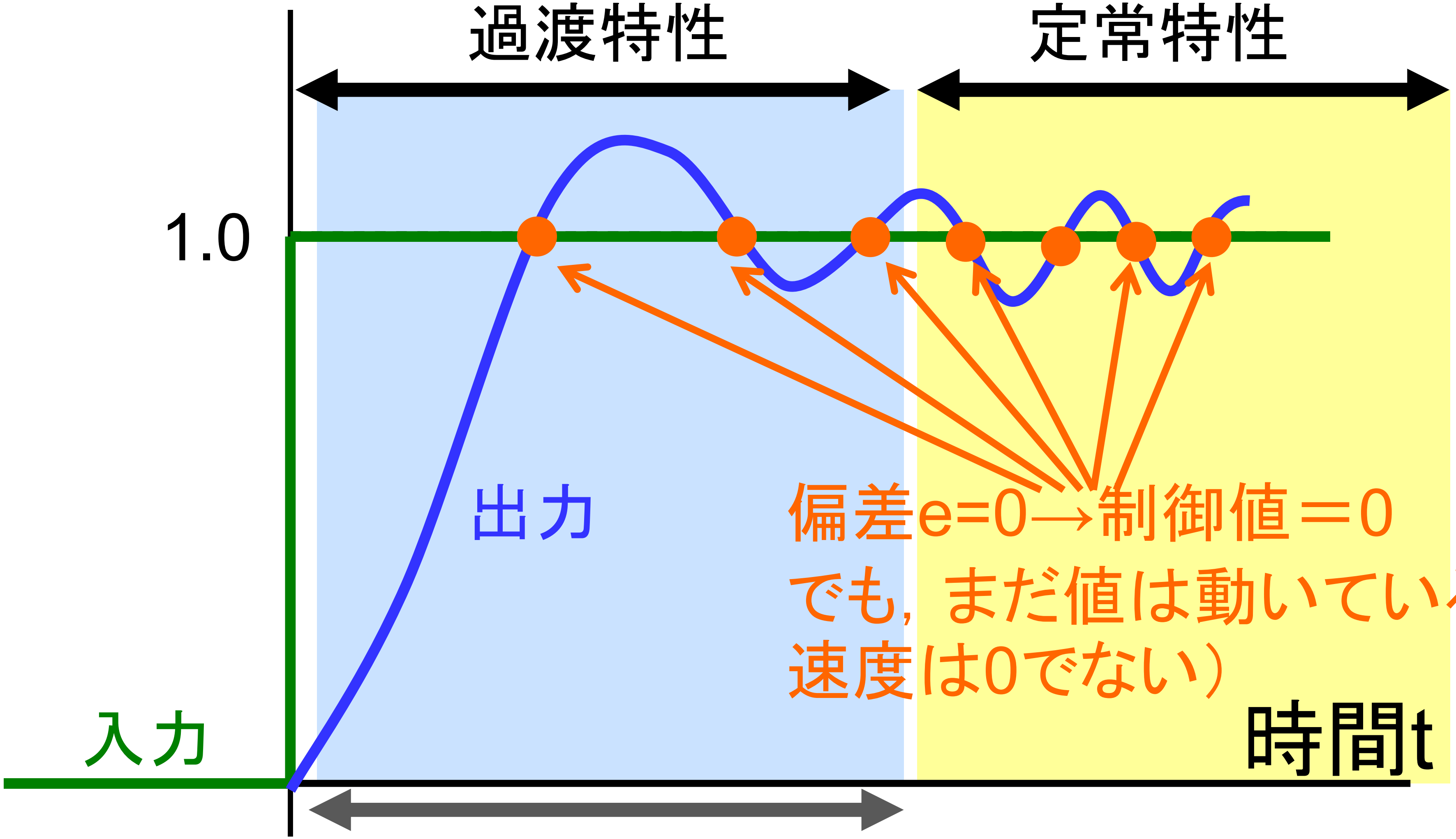


P補償の問題点

- P補償だけではステップ入力に対する定常偏差を0にできない
- ゲイン K_pを大きくしすぎる ⇒ 不安定

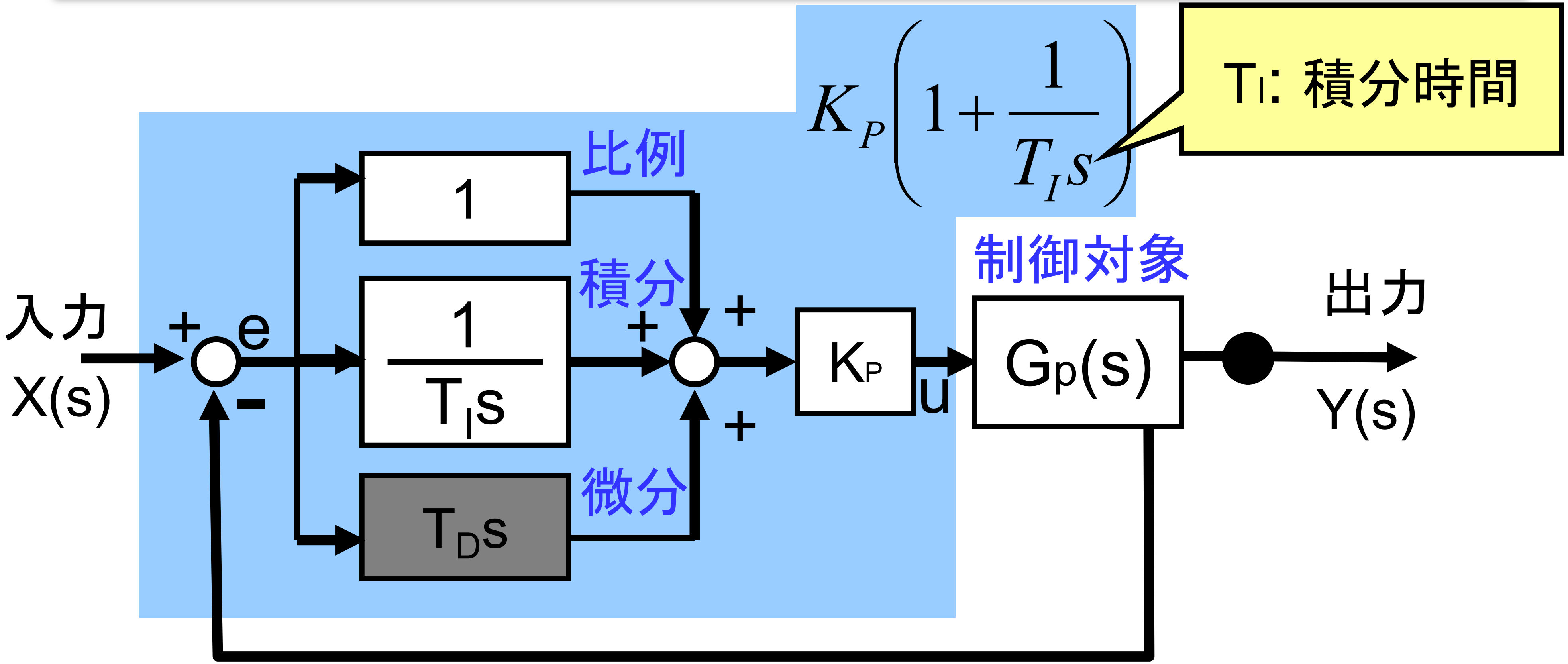
ステップ応答(P.146)における過渡特性と定常特性

P制御は，「現在」の偏差を0にするように制御する



Ts 整定時間：出力が最終値の±5%に収まるまでの時間

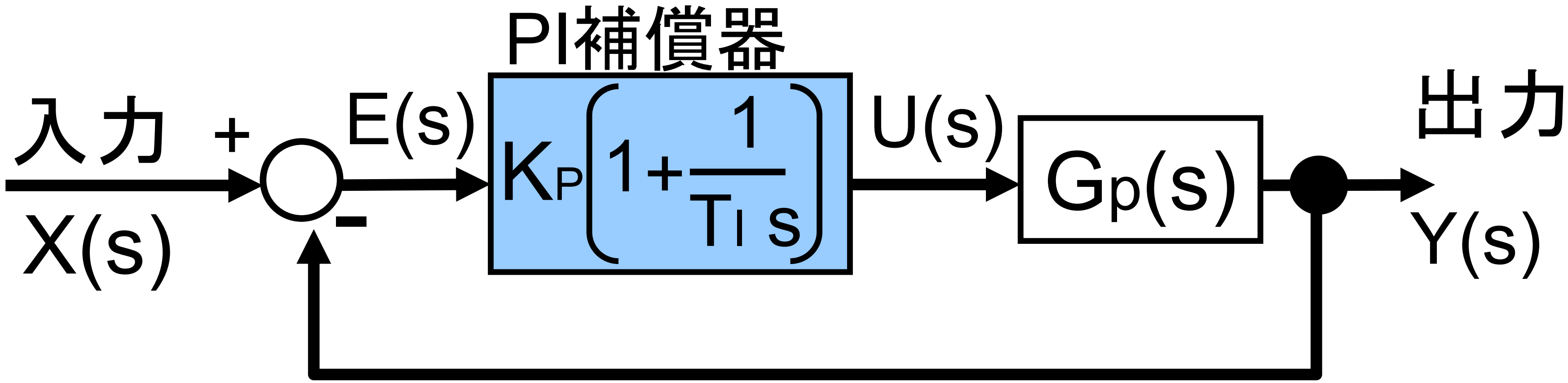
PI補償器:定常特性の改善



比例要素(P)と積分要素(I)の組合せ

目的: 定常特性の改善(定常特性を0にできる)

書き換えられたPI補償器



PI補償の特長

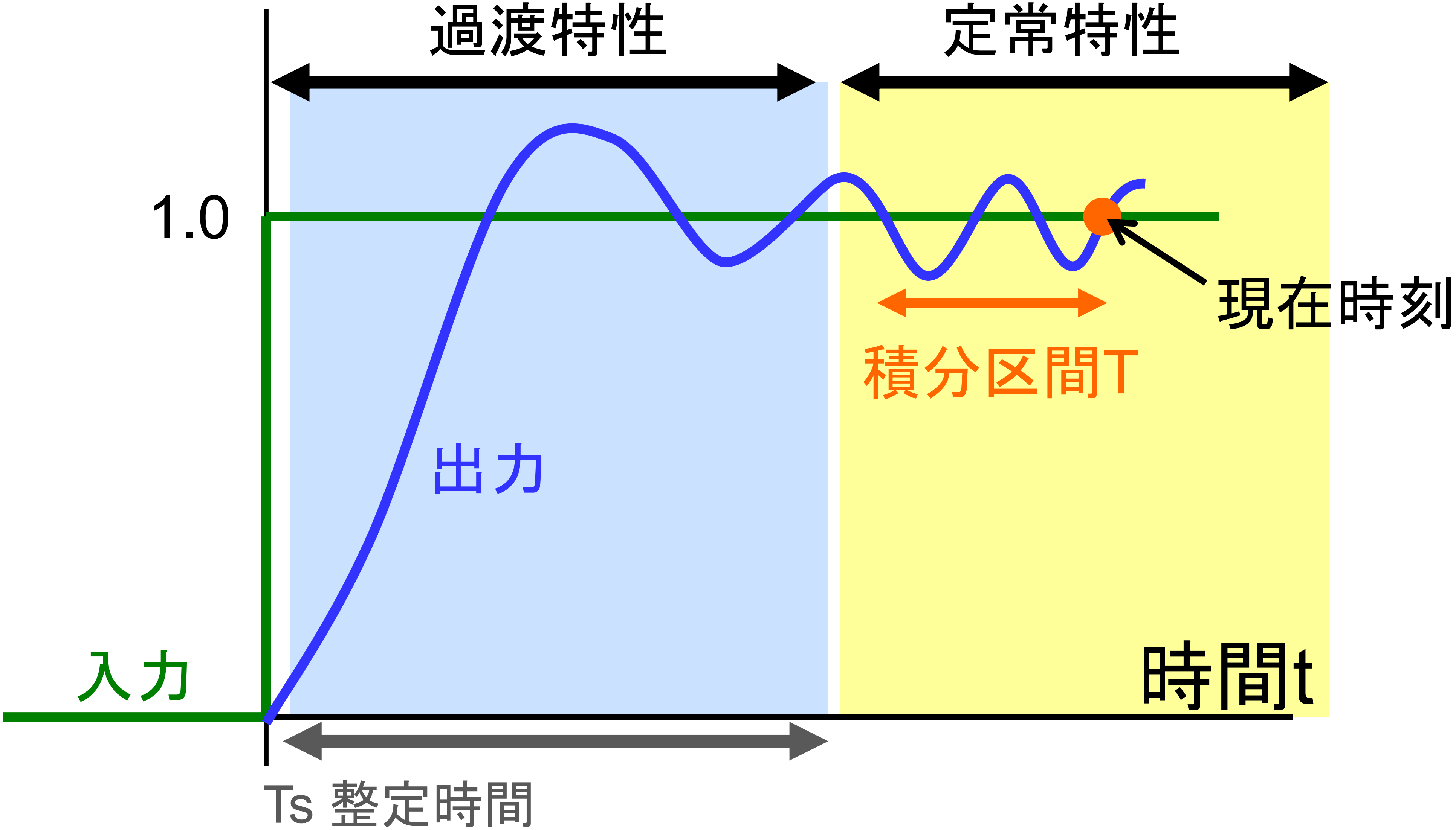
●積分動作

⇒偏差Eが積分され操作量Uに反映

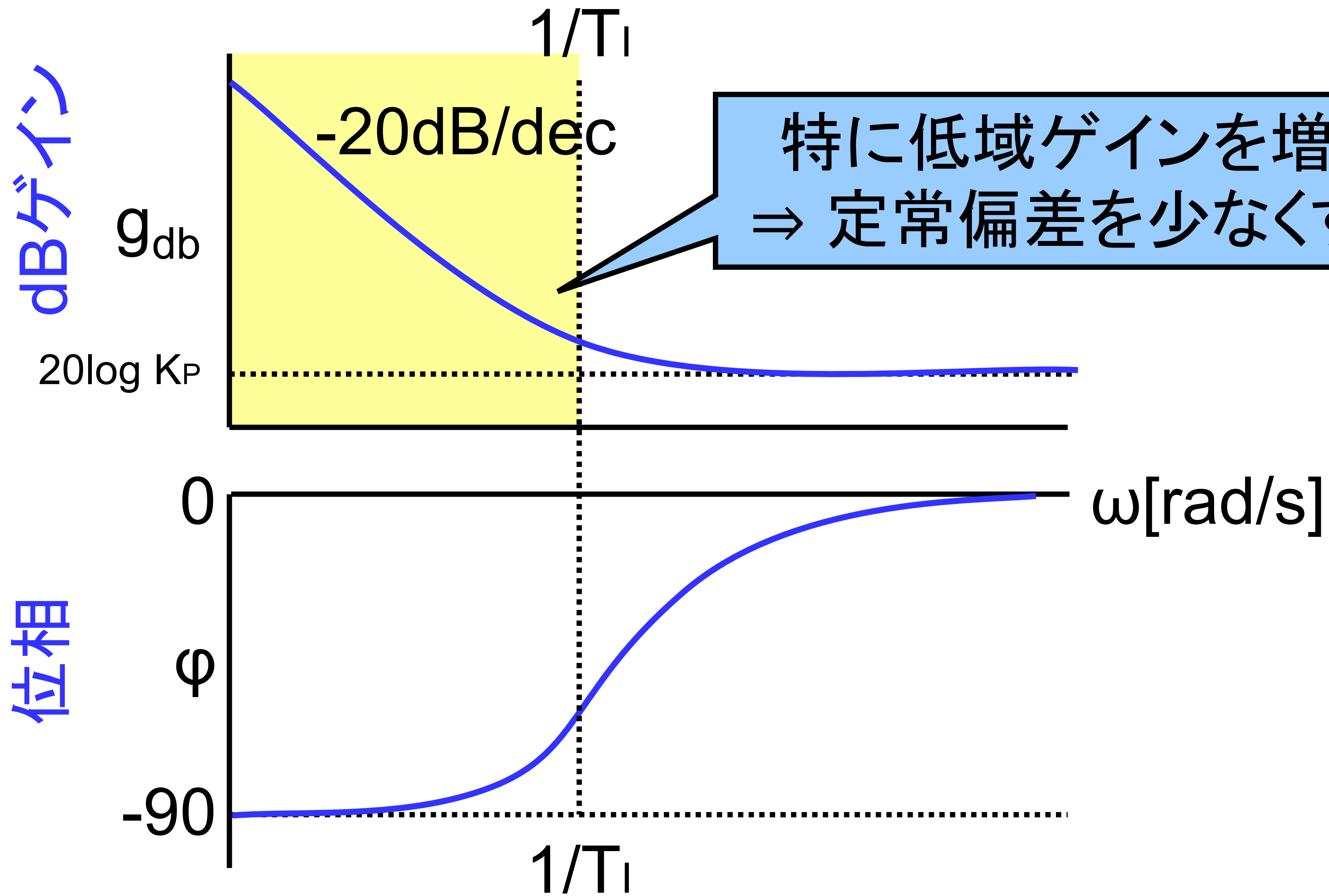
⇒ 偏差が0になって落ち着くまで継続

ステップ応答(P.146)における過渡特性と定常特性

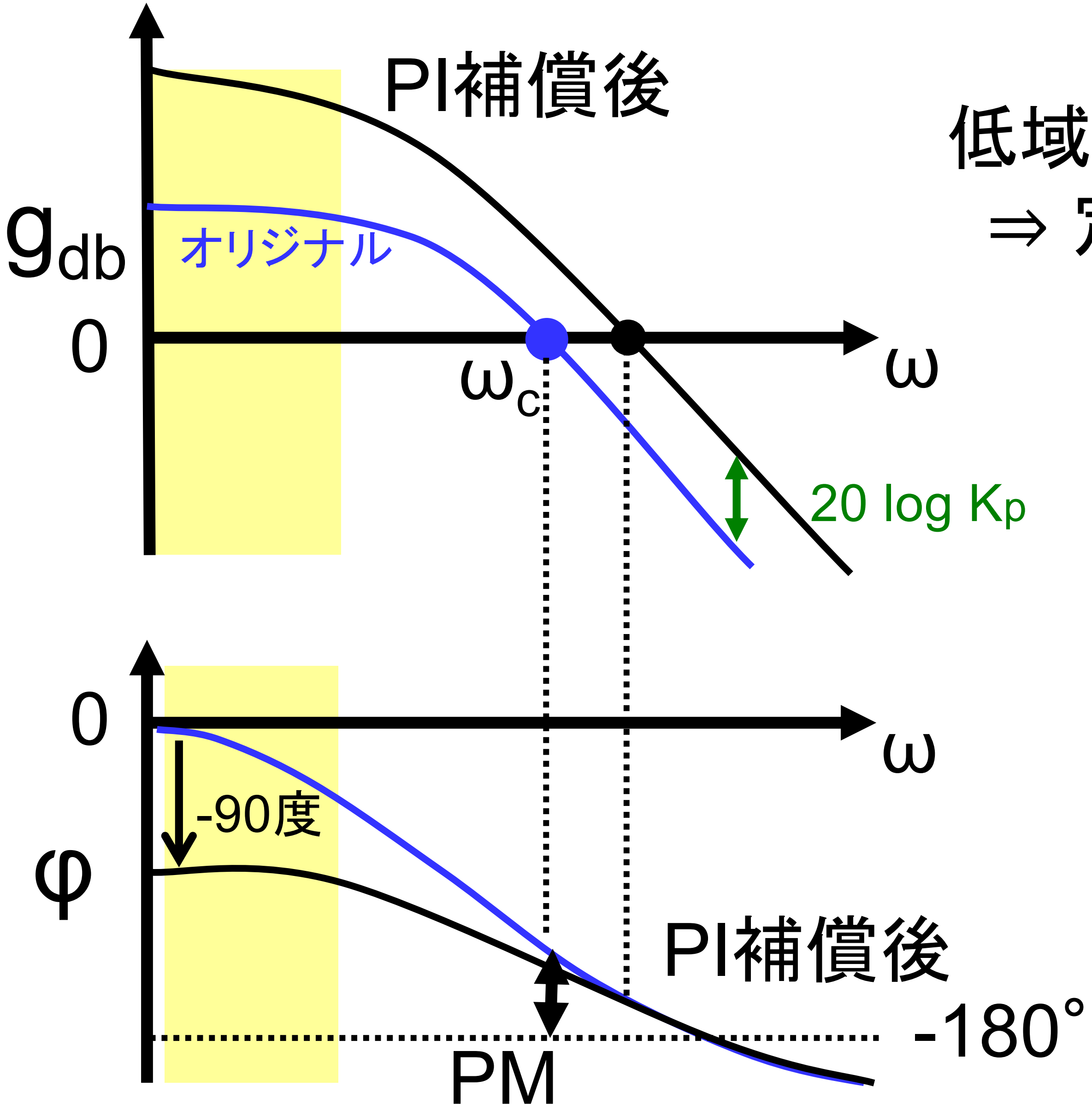
積分制御は,「過去から現在まで」の偏差の和を0に制御



PI補償器の周波数特性



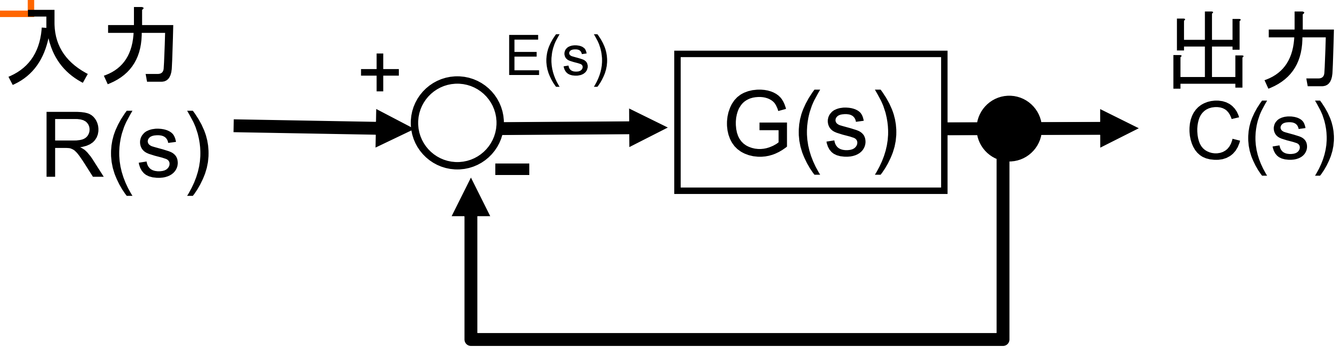
PI補償の効果



低域のゲイン大幅に向上
⇒ 定常偏差0に

PI補償器の効果をみてみる

復習　直結型フィードバックシステムの定常偏差

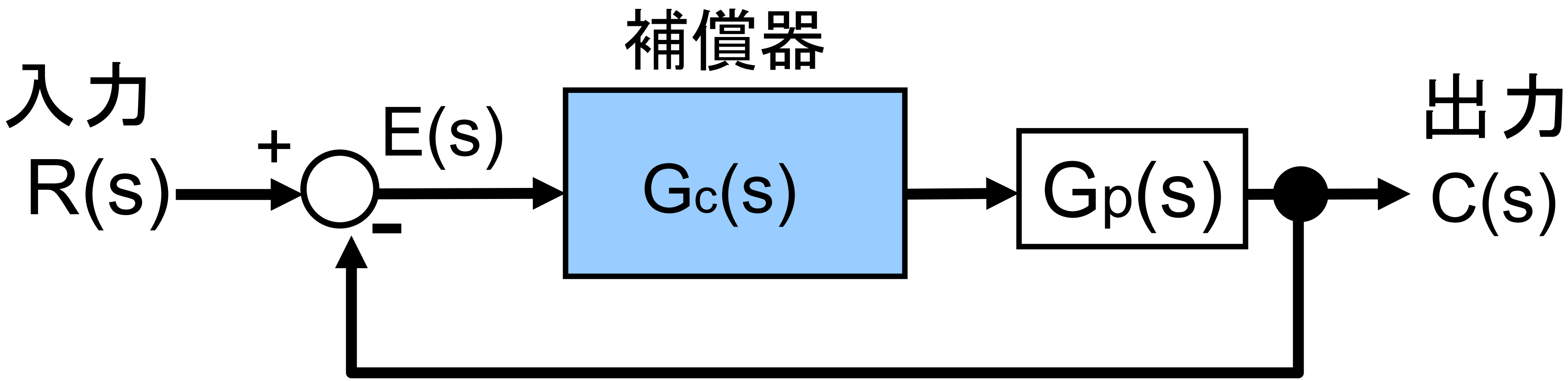


$$e = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{1+G(s)}$$

特に，定常位置偏差の場合，入力R(s)=1/s(単位ステップ)

$$e = \lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{1+G(s)} = \frac{1}{1+G(0)}$$

PI補償器の効果をみる例題



制御対象を Gp(s)= $\dfrac{1}{s+1}$ とする.

補償器として, P補償, PI補償を用いた場合の定常位置偏差を比較せよ

続き

P補償の場合

$$G_c(s) = K_p$$

開ループ伝達関数は

$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = K_p \frac{1}{s+1}$$

(0型)

PI補償の場合

$$G_c(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = K_P\left(\frac{T_I s + 1}{T_I s}\right)$$

ちなみに,
伝達関数の分母の
sの項の次数がj
⇒ j-1型の伝達関数

開ループ伝達関数は $G(s) = G_c(s)G_p(s) = K_p\left(\frac{T_I + 1}{T_I s}\right)\frac{1}{s+1}$

(1型)

続き

P補償の場合

定常位置偏差 $e = \dfrac{1}{1+G(0)} = \dfrac{1}{1+K_p}$

$$G(0) = K_p \frac{1}{0+1} = K_p$$

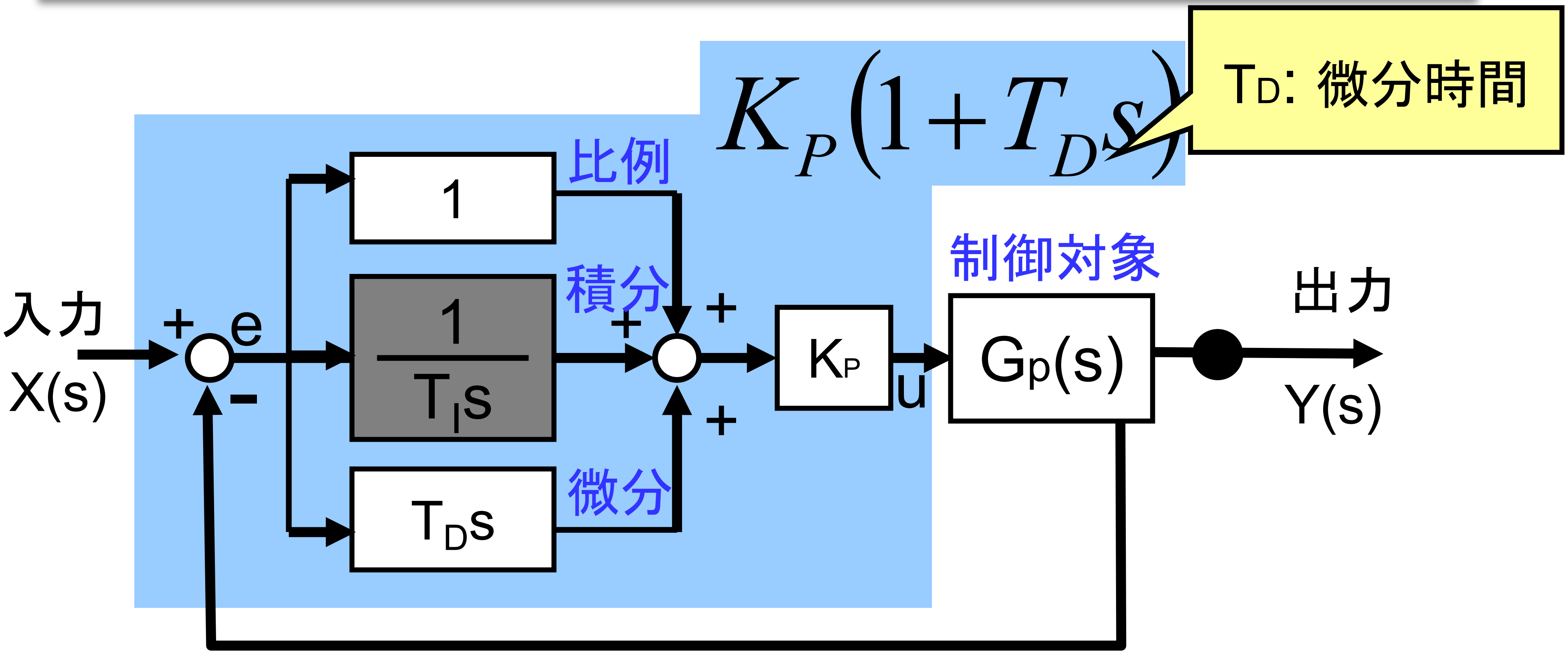
PI補償の場合

定常位置偏差 $e = \dfrac{1}{1+G(0)} = \dfrac{1}{1+\infty} = 0$

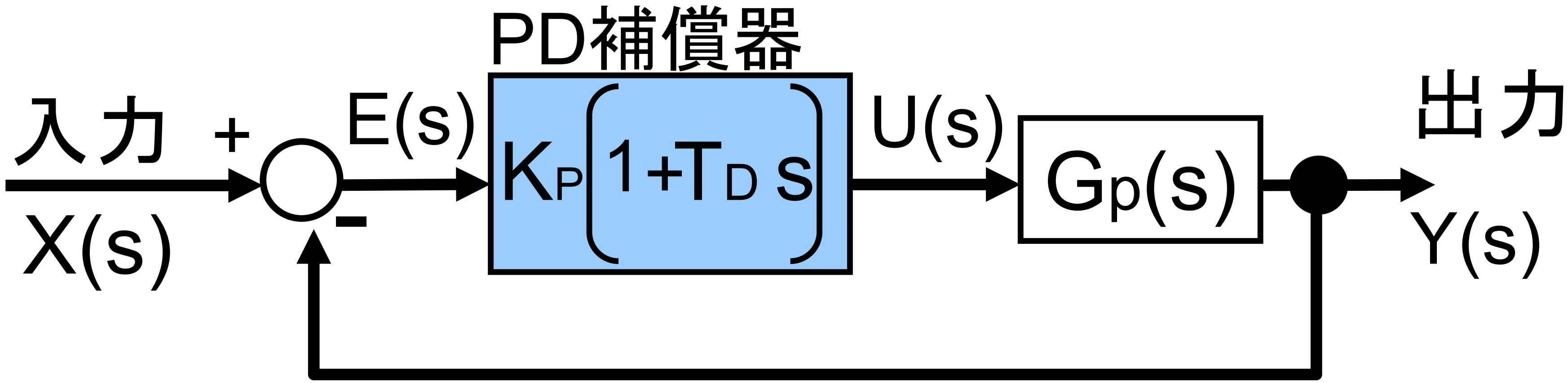
$$G(0) = K_p \left(\frac{T_I + 1}{T_I \times 0} \right) \frac{1}{0+1} = \infty$$

定常位置偏差⇒開ループ伝達関数が1次型以上の場合0

PD補償器: 速応性の向上



書き換えられたPD補償器



PD補償の特長 → 即応性

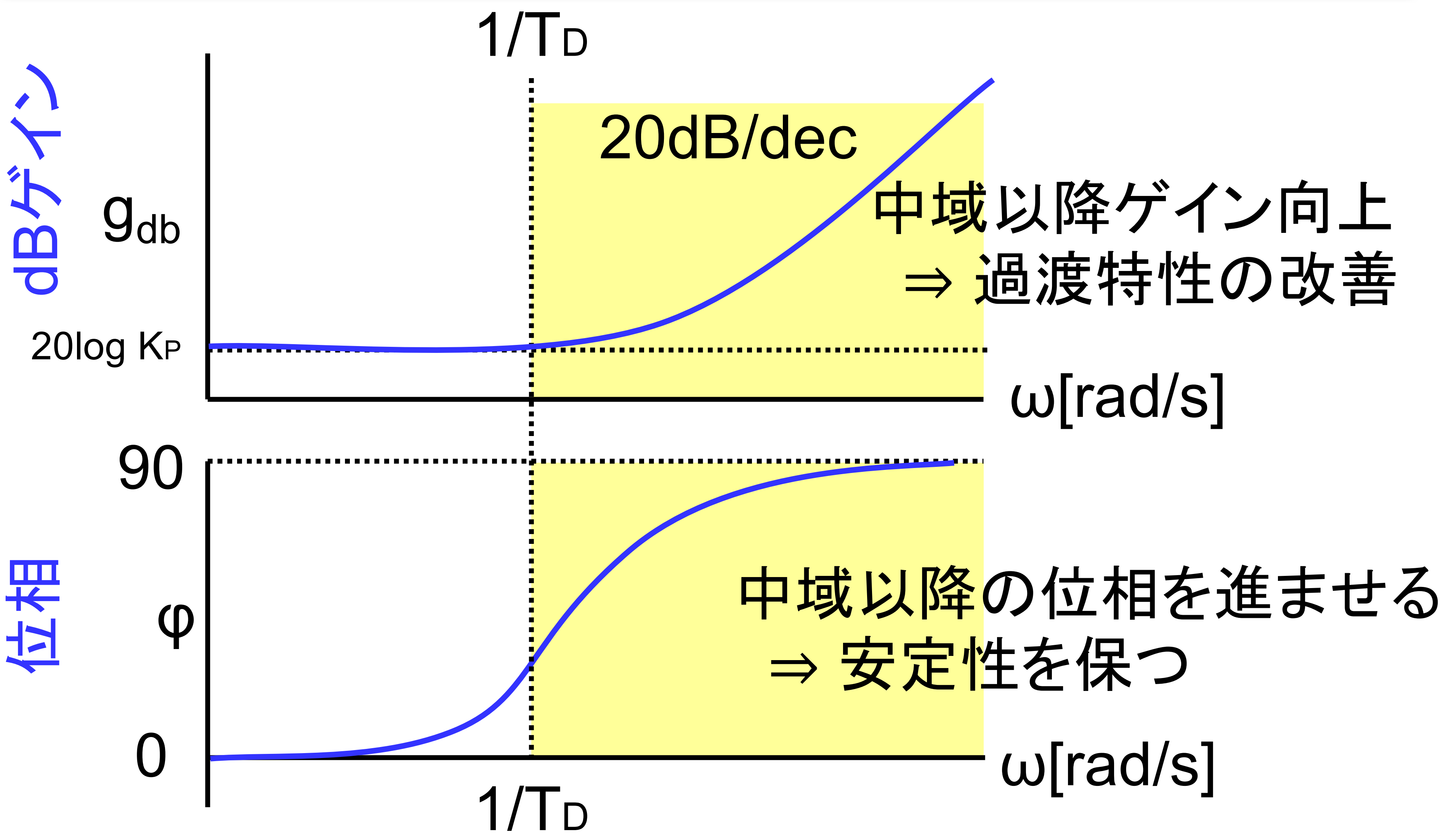
●微分動作

⇒偏差Eが増加(減少)しつつある

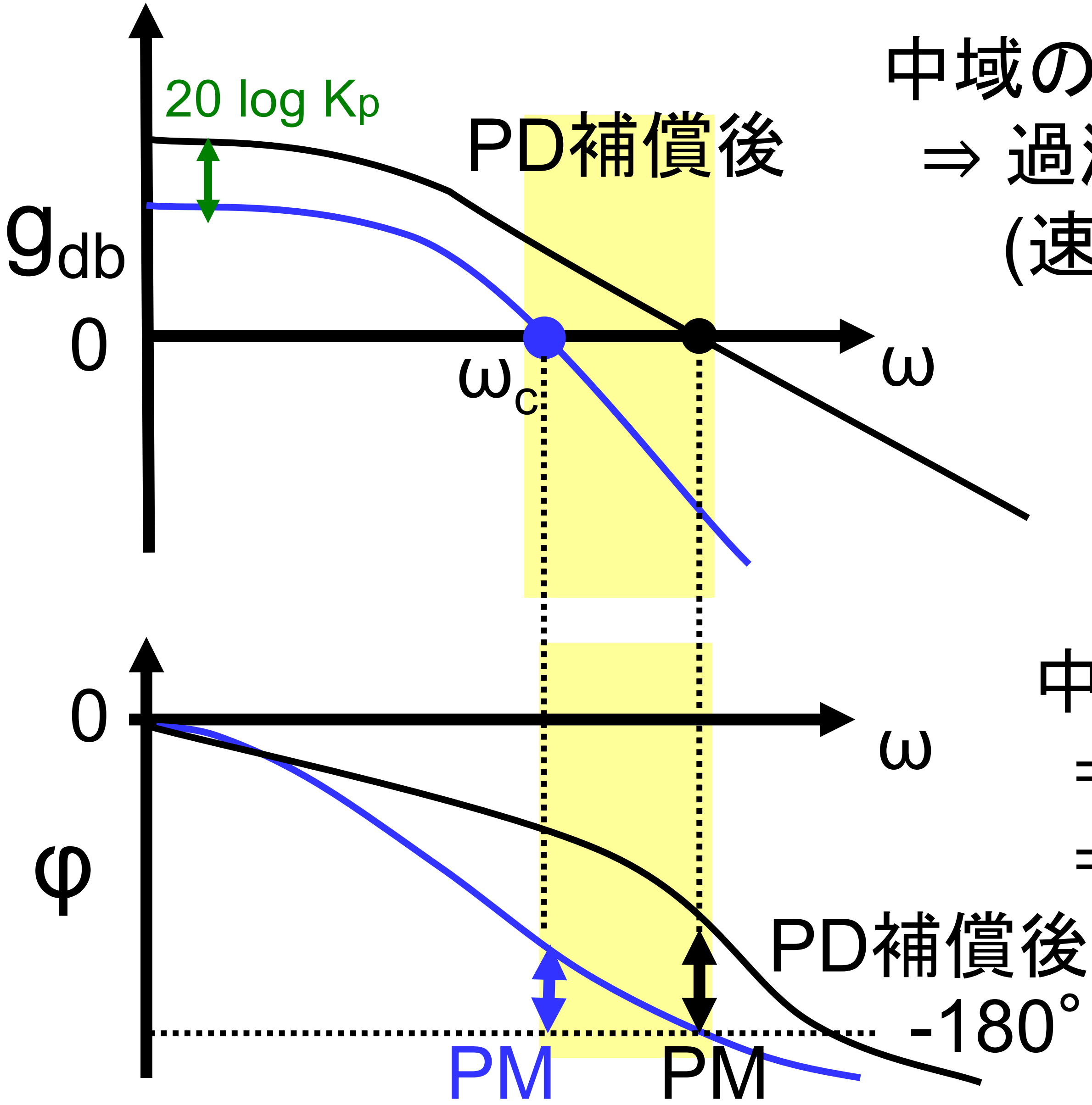
⇒先を見越して，操作量Uを大きく(小さく)する

⇒ 偏差の変化を抑え，目標値にすばやく一致

PD補償器の周波数特性



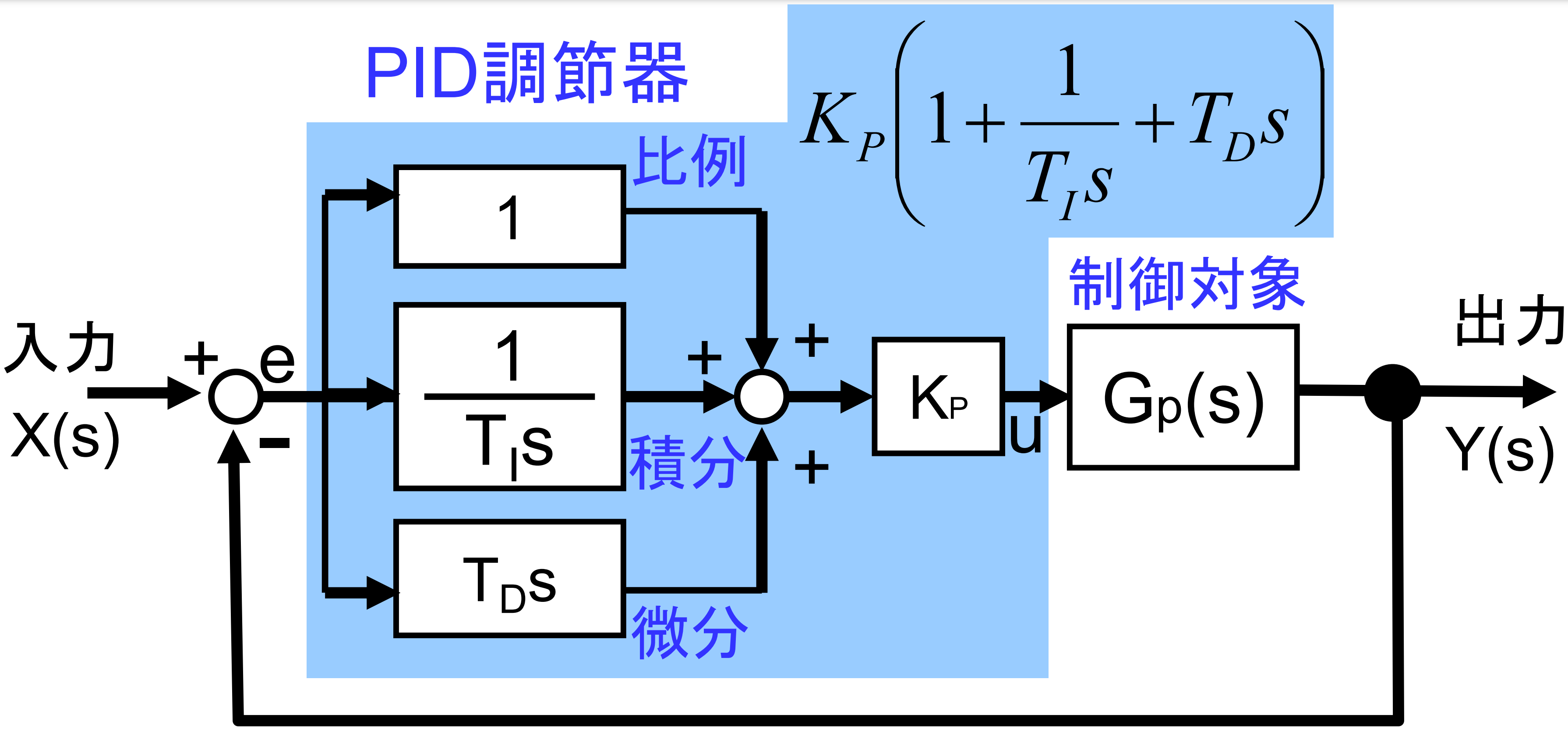
PD補償の効果



中域のゲイン大幅に向上
⇒ 過渡特性向上
(速応性・減衰性)

中低域の位相増加
⇒ PMを減少させない
⇒ 安定性維持

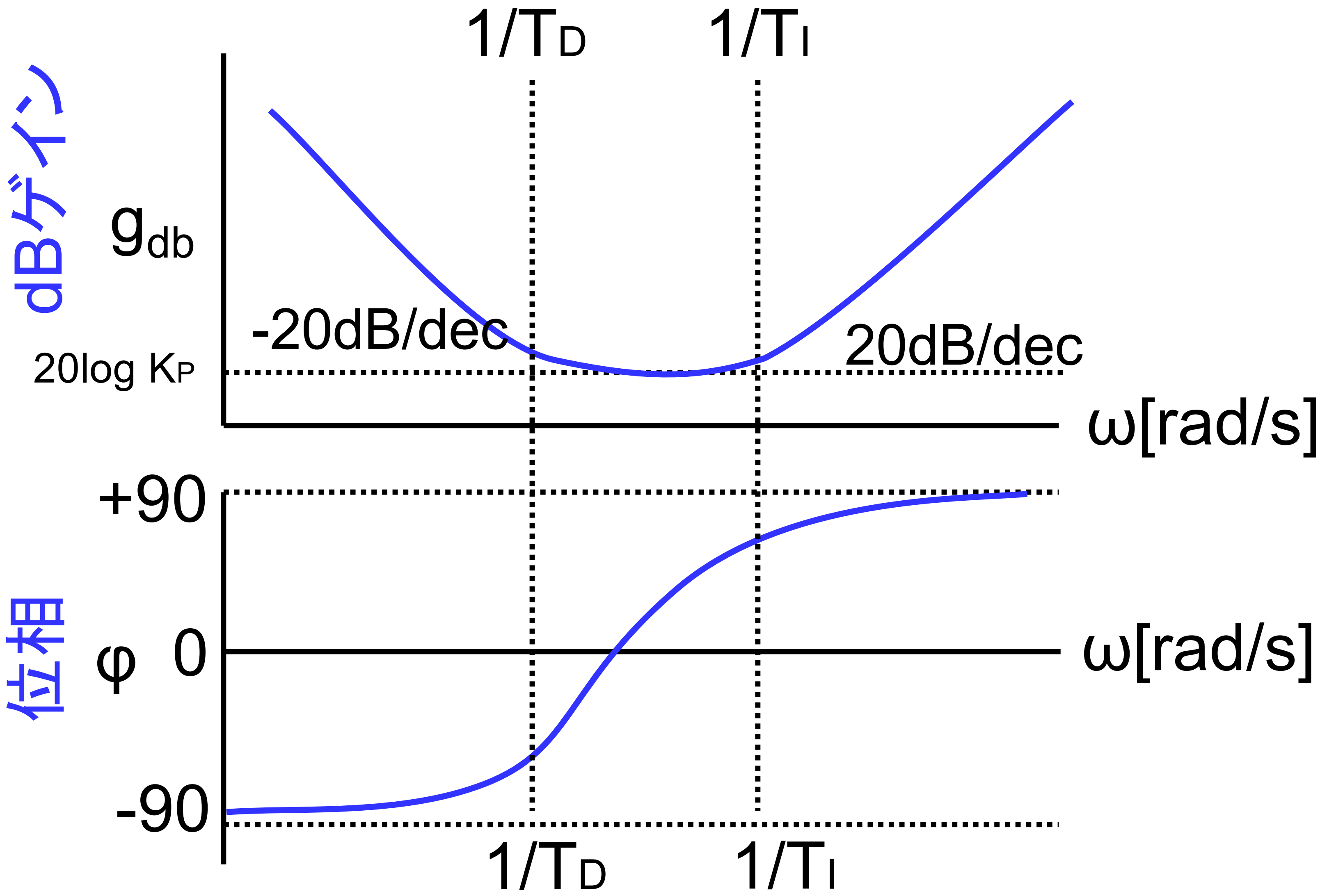
PID補償による制御系設計



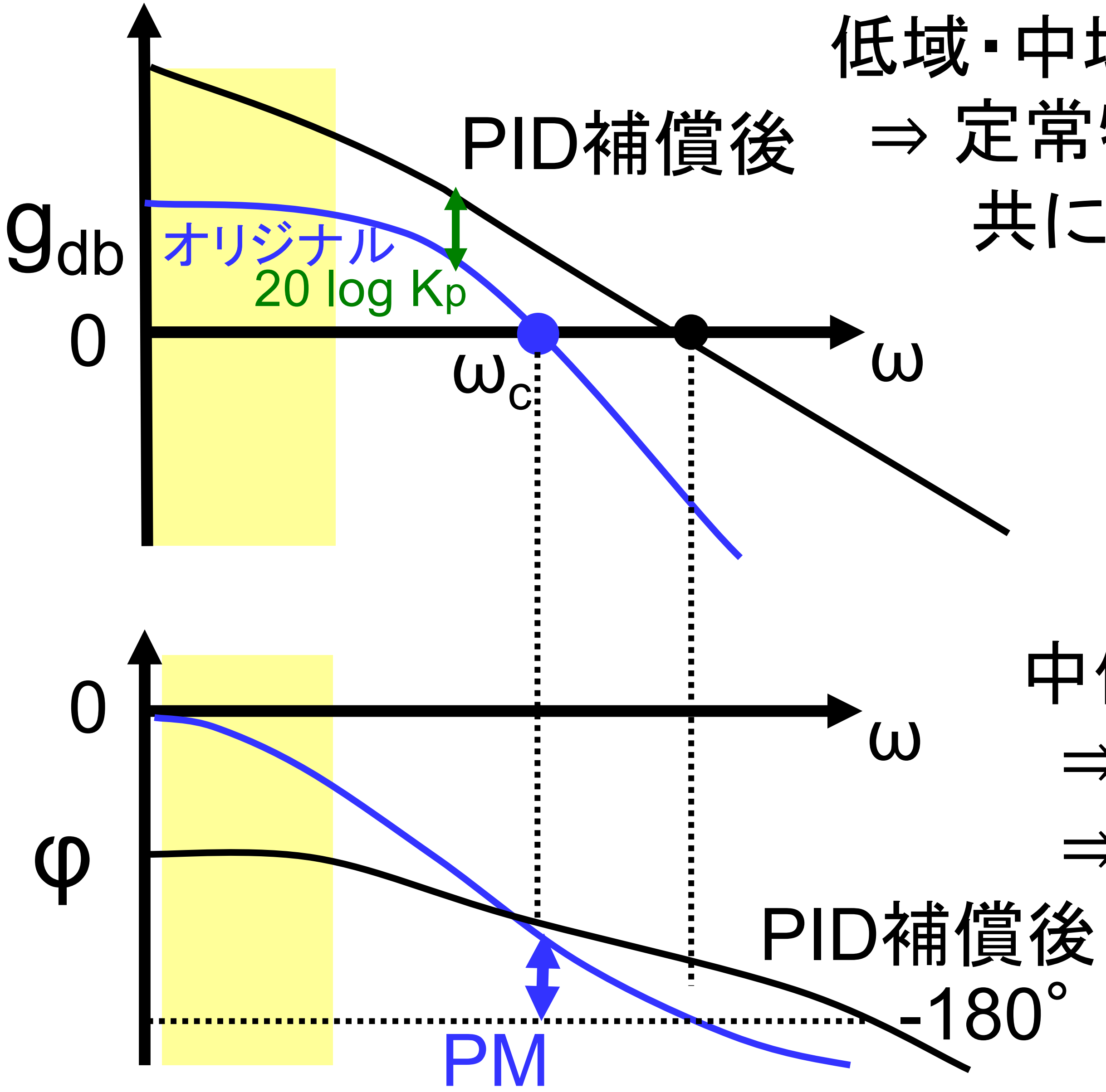
K_P : 比例ゲイン, T_I:積分時間, T_D:微分時間

偏差eの比例(Proportional), 積分(Integral), 微分(Derivative)により操作量uを決定

PID補償器の周波数特性



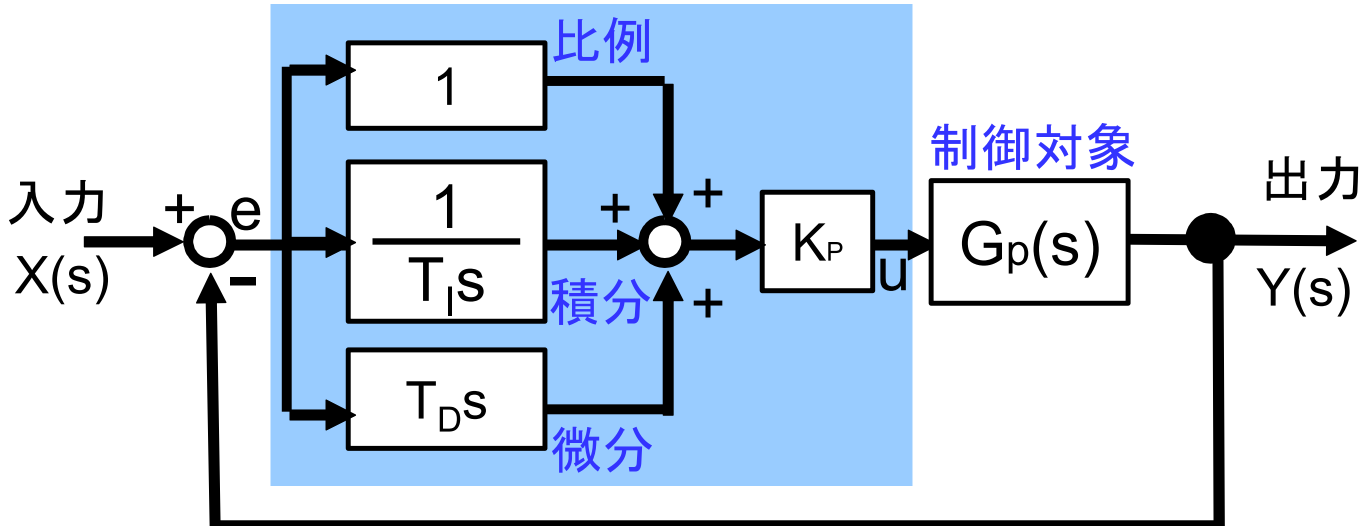
PID補償の効果



低域・中域のゲイン大幅に向上
⇒ 定常特性，過渡特性
共に改善

中低域の位相増加
⇒ PMを減少させない
⇒ 安定性維持

PIDの効果を確かめる例題



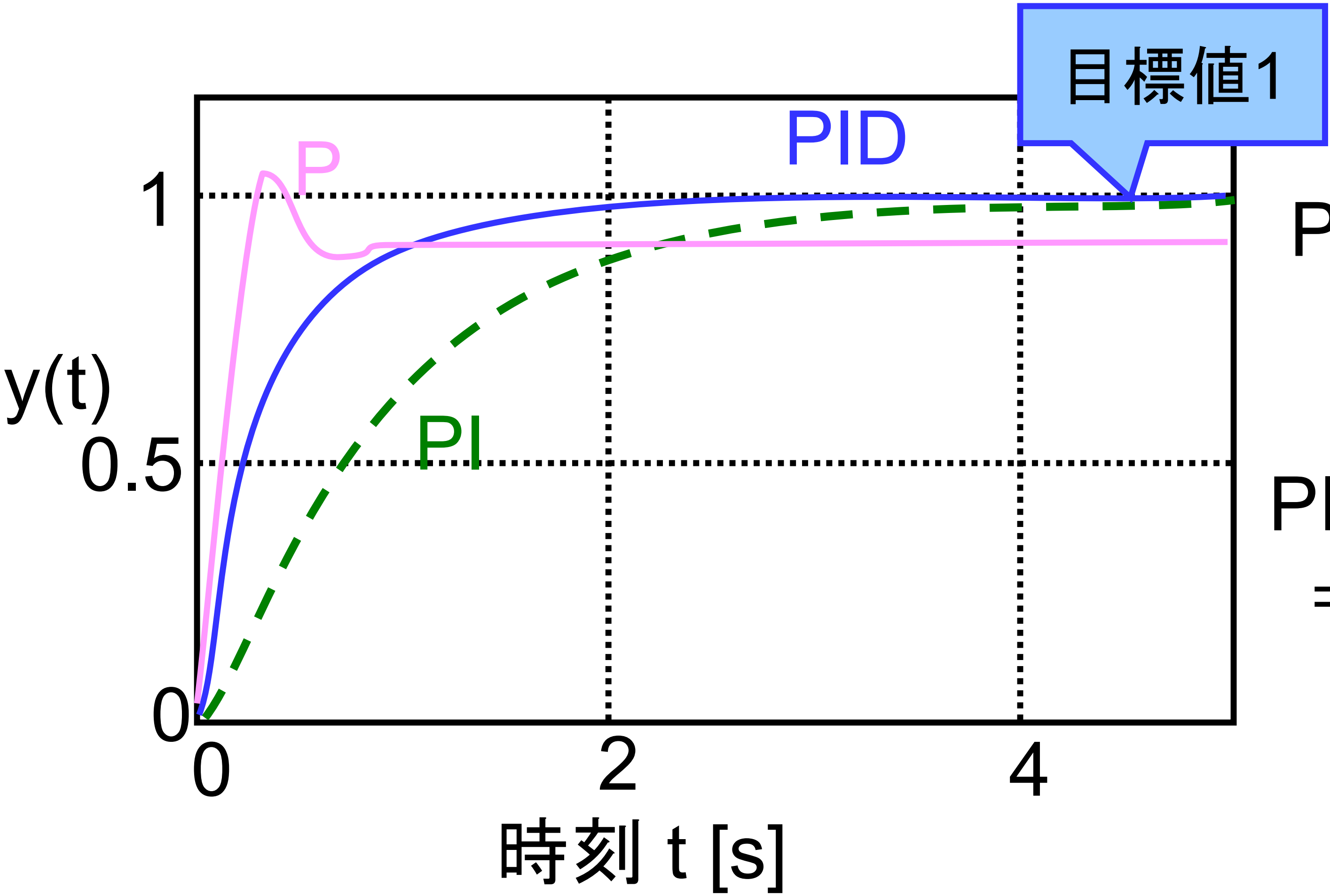
$$制御対象\ G_P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$$

P補償のパラメータ　: K_P=10

PI補償のパラメータ　: K_P=1, K_I=1

PID補償のパラメータ: K_P=2.75, K_I=2.5, K_D=0.25

ステップ応答



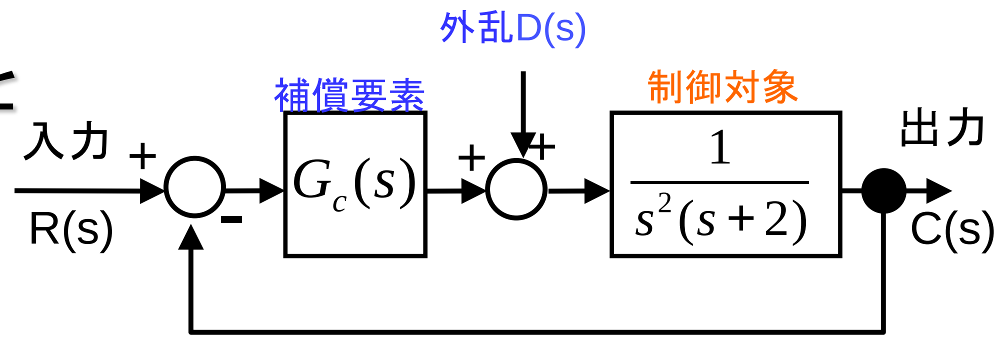
PID, PI
⇒ 積分の効果で
定常偏差0

PID
⇒微分効果で
過渡特性改善

PD補償の演習(P.217　8・3改)

教科書P.217 図8・45について次の問に答えよ

1. ゲイン補償Gc(s)=Kのみでは安定化することができないことを，ボード線図の位相特性から説明せよ



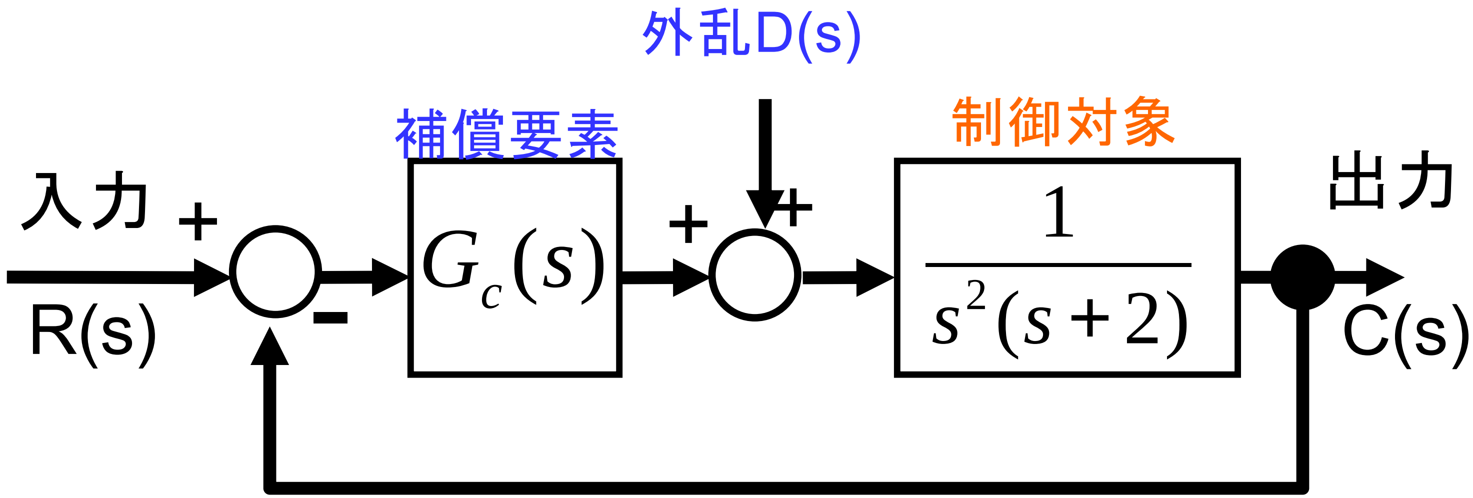
2. PD補償$G_c(s)=K_p(1+T_D s)$を用いたとき，系を安定にするK_P, T_Dを求めよ

ここでは
ラウスの安定性判別を
使ってみましょう

3. PD補償を用いたとき，単位ステップの外乱に対して定常偏差を0．2以下にするK_Pを求めよ

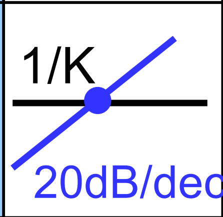
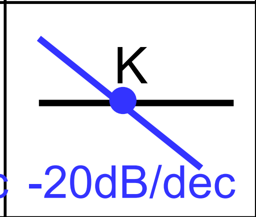
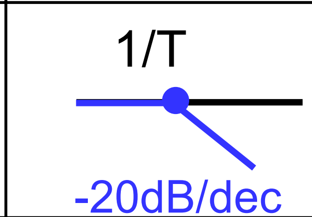
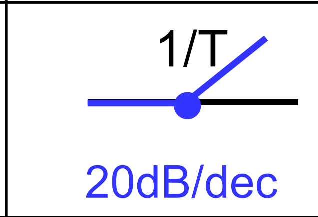
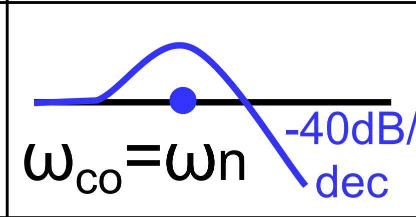
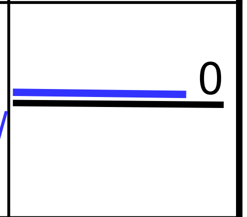
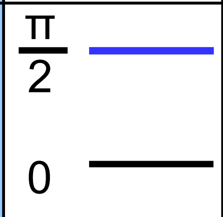
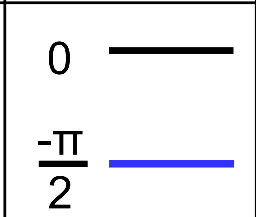
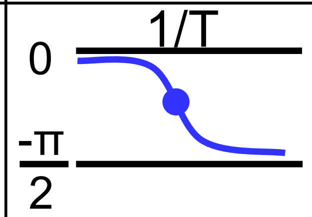
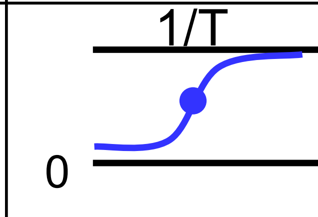
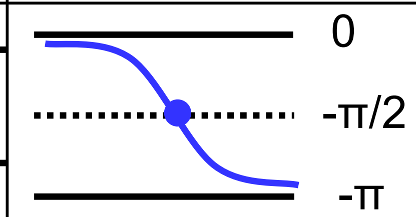
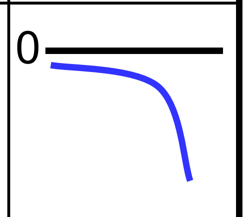
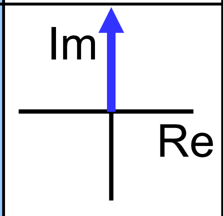
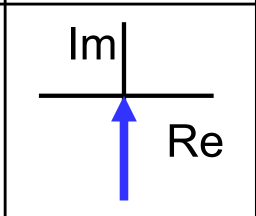
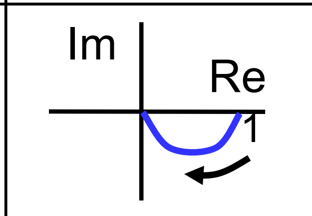
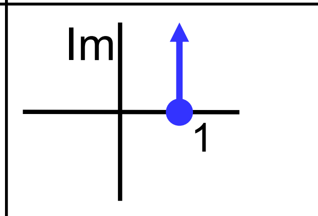
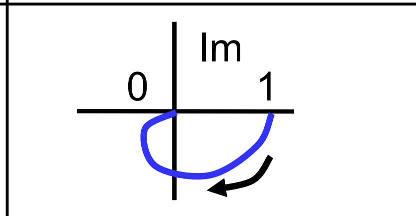
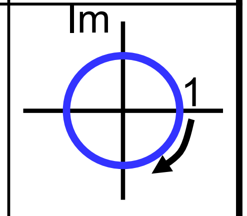
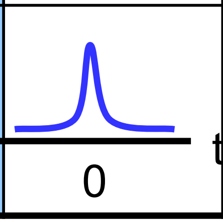
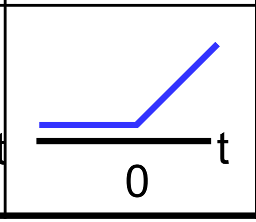
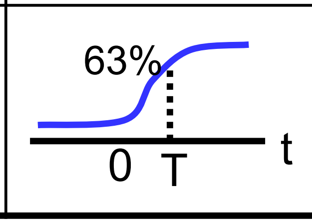
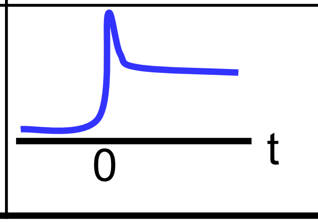
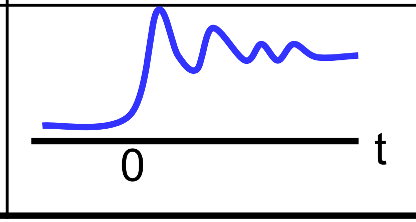
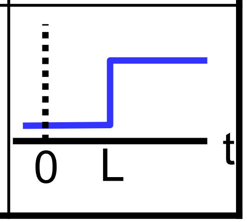
復習

3の補足：外乱に対する定常偏差



基本伝達関数のまとめ

復習

伝達関数	Ks	$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{(1+sT)}$	$1+sT$	$\frac{\omega_n^2}{S^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	e^{-Ls}
ボード線図のゲイン						
ボード線図の位相						
ナイキスト線図						
ステップ応答						

解答1

Gc(s)=Kのとき開ループ伝達関数は

$$\frac{K}{s^2(s+2)} = \frac{0.5K}{s}\frac{1}{s}\frac{1}{1+0.5s}$$

2個の積分系と1個の1次遅れ⇒位相特性は?

位相余裕が　　　　　　　　　　なので, {安定/不安定}

解答2 まずは特性方程式!

特性方程式： (伝達関数の分母)＝0 とする方程式

開ループ伝達関数G(s)は

特性方程式は

解答2つづき

ラウス配列は

(奇数番目の係数)

(偶数番目の係数)

ラウスの安定判別条件(左1列目の符号)

解答3

$$G_1 = G_c(s) = K_P(1+T_D s) \quad G_2 = G_p(s) = \frac{1}{s^2(s+2)} \quad D(s) = \boxed{}$$

外乱に対する 定常偏差の大きさは

$$\left|\lim_{s\to 0}\left\{ s\left(-\frac{G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)} \right) D(s) \right\}\right| = \boxed{} \le 0.2$$

$$\boxed{} \le K_p$$