

高信頼システム 05

誤り訂正符号 その2：
畳み込み符号・ビタビ復号法

張山昌論

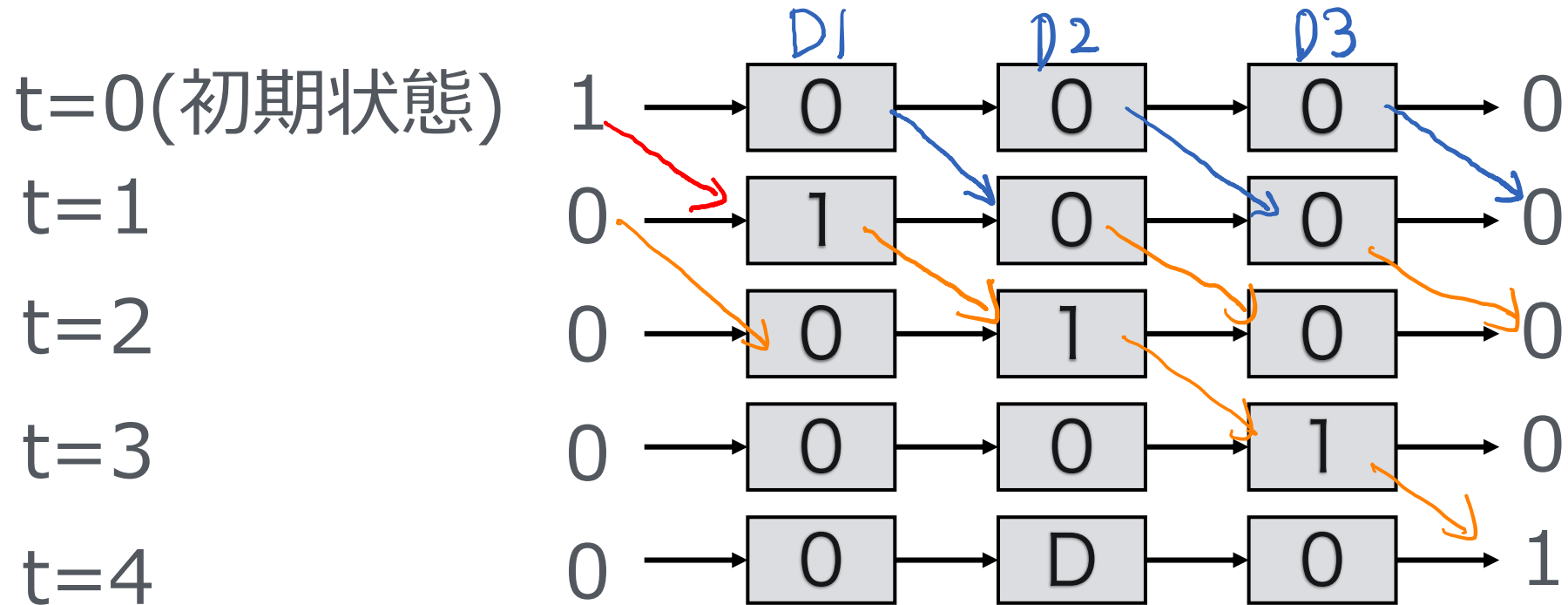
誤り訂正符号の分類

- **ブロック符号**
 - ランダム誤り訂正
 - ハミング符号, BCH符号
 - バースト誤り訂正
 - Reed-Solomon(RS)符号
- **畳み込み符号**
 - ランダム誤り訂正
 - ビタビ(Viterbi)符号
 - バースト誤り訂正
 - Hagelberger符号

(予備知識) シフトレジスタ



1ビットの記憶素子(D)を直列に接続した回路。
1単位時間ごとにデータを取り込む。



畳み込み符号回路の例 (ワイナー・アッシュ回路)

情報系列

$S_0, S_1, S_2 \dots$

1ビットデータ

符号系列

$C_0^{(1)}, C_1^{(1)}, C_2^{(1)} \dots$

$C_0^{(2)}, C_1^{(2)}, C_2^{(2)} \dots$

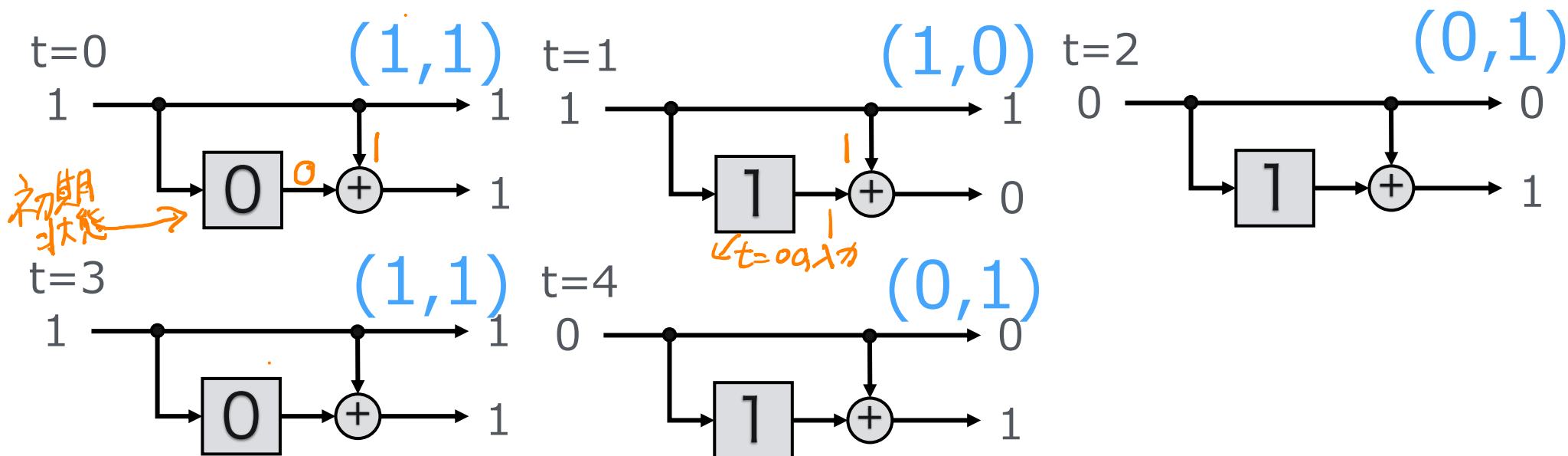
2ビット

排他的
論理和

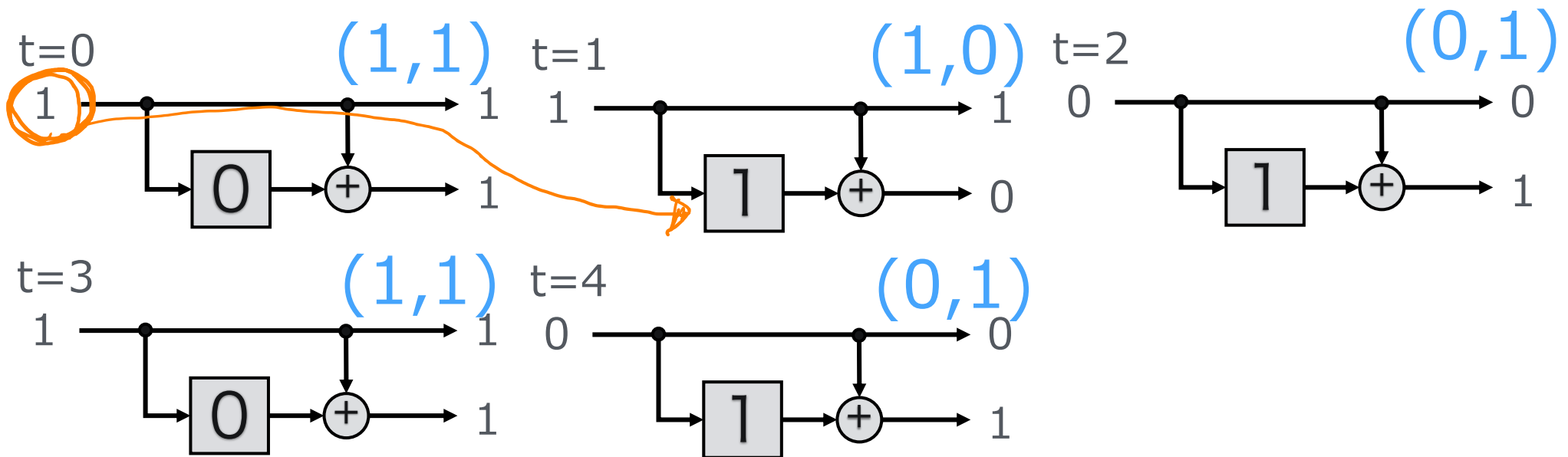
a	b	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

符号化の例) :

情報系列として $(1, 1, 0, 1, 0)$ が入力された場合の符号化を求めよ。ただし、記憶素子の初期状態は0とする



畳み込み符号回路の例(続き)

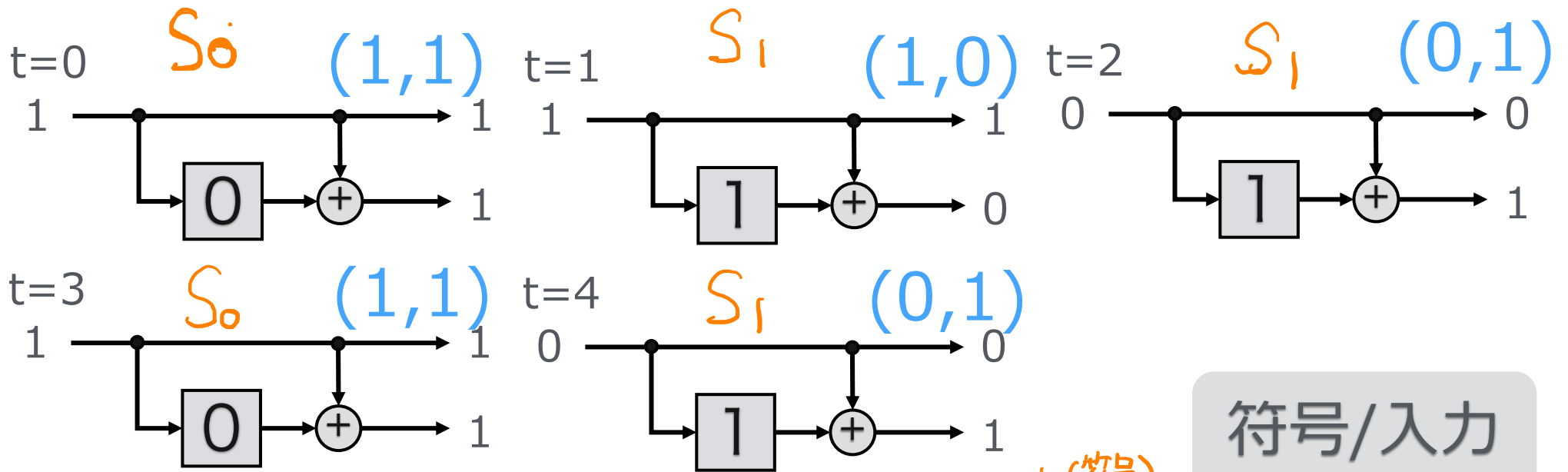


◦ **符号化率** $R = 1/2$ (符号系列に対する情報系列の割合)

◦ **拘束長** $K = 2$ (入力の影響が符号に残る時間,
記憶素子数 + 1)

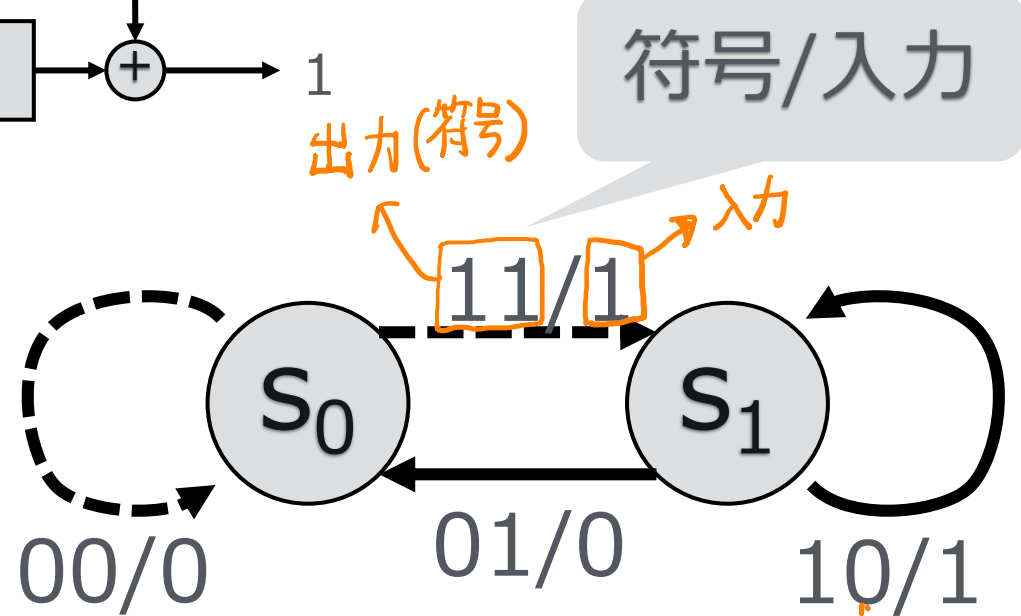
拘束長が大きい → 誤り訂正能力が高い. でも復号処理の計算量が大きい

畳み込み符号回路の例(続き)

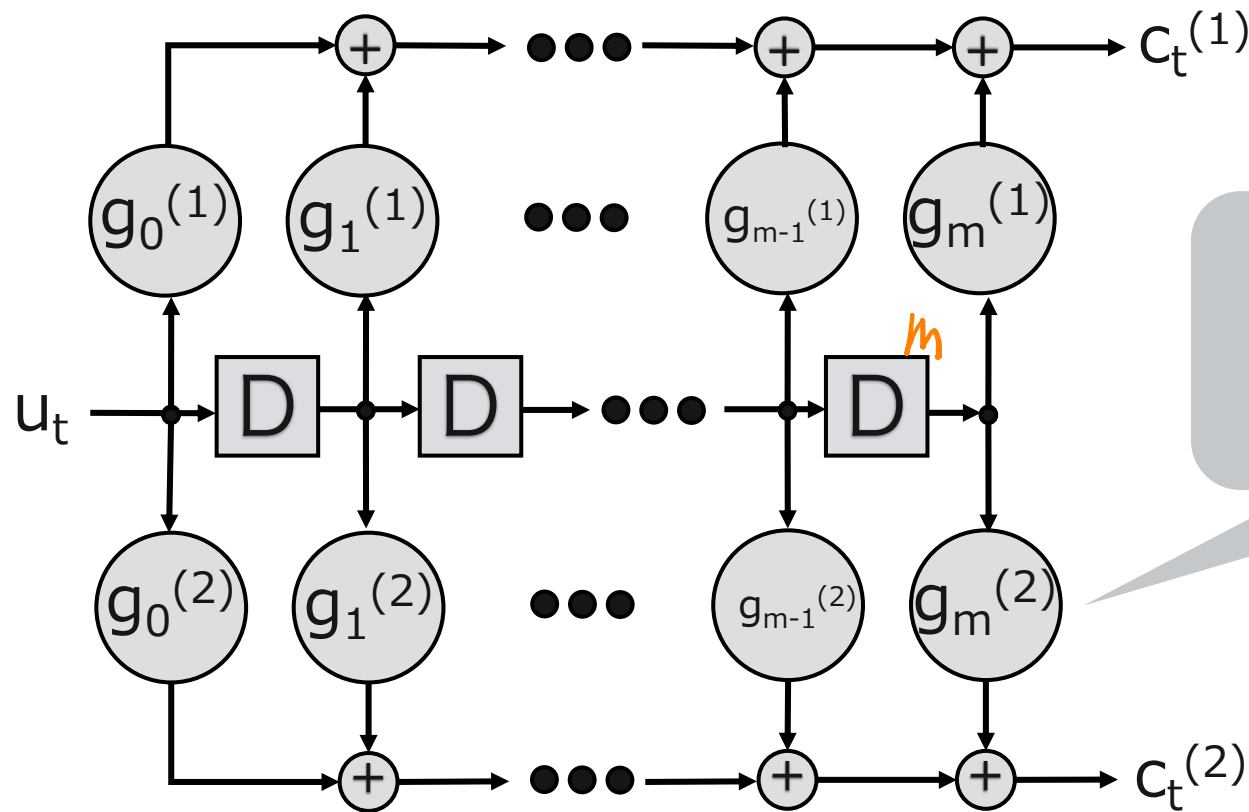


符号の生成→状態遷移図

m個の記憶素子Dの状態:
 2^m 通り



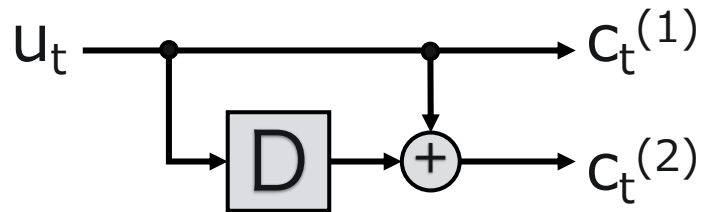
畳み込み符号回路（非再帰型）の一般型



結合係数
0(非接続)
1 (接続)

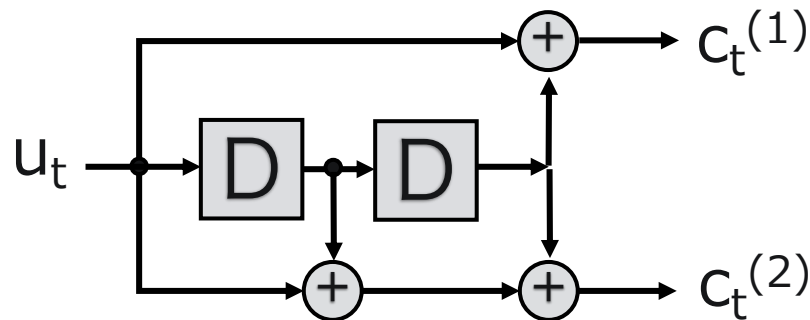
畳み込み符号回路の例

$$m=1, g_0^{(1)}=1, g_1^{(1)}=1, g_0^{(2)}=0, g_1^{(2)}=0$$



ワイナー・アッシュ回路

$$m=2, g_0^{(1)}=1, g_1^{(1)}=0, g_2^{(1)}=1, g_0^{(2)}=1, g_1^{(2)}=1, g_2^{(2)}=1$$

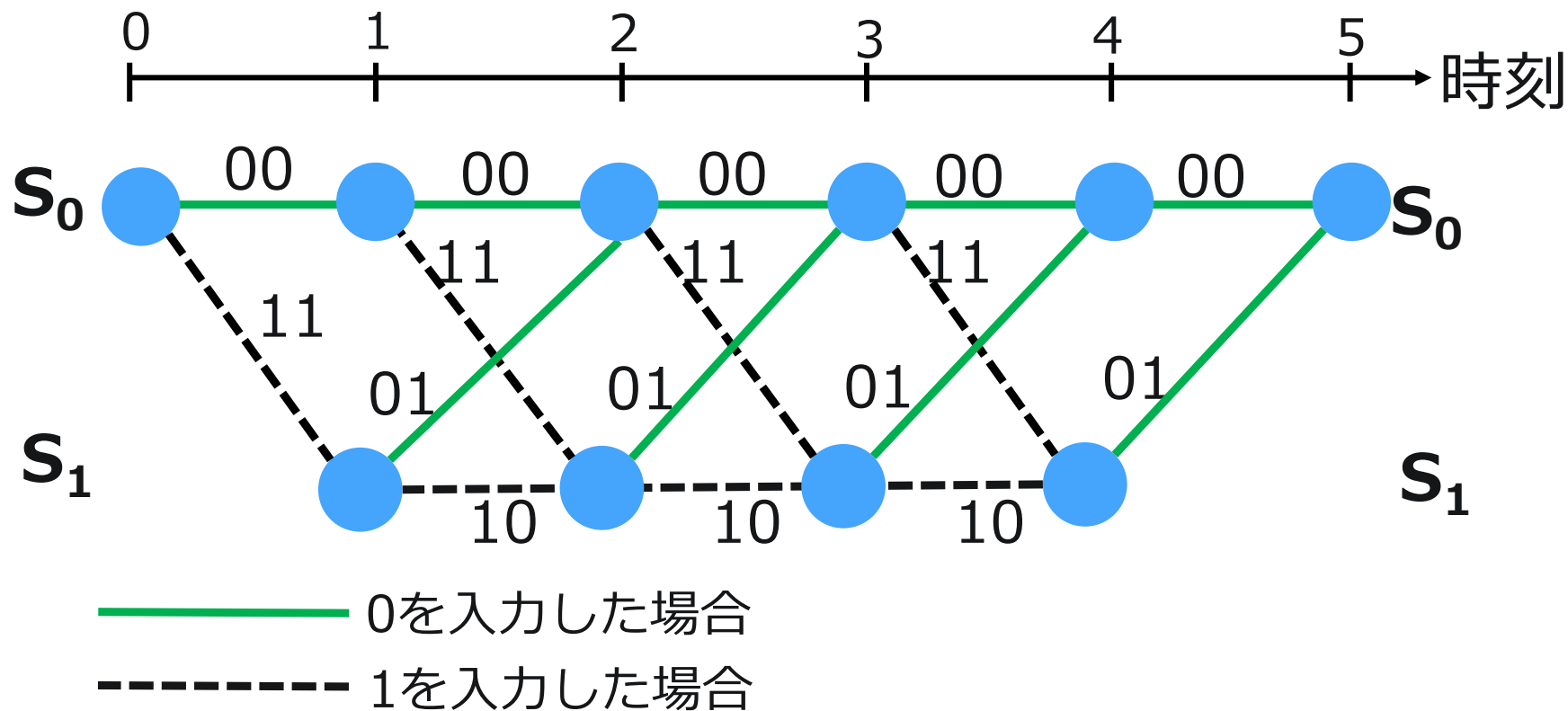


ボーゼンクラフト回路

トレリス表現: たどると符号系列ができる

ワイナー・アッシュ回路のトレリス表現

情報系列 : 1, 1, 0, 1, 0 → 符号系列 : 11, 10, 01, 11, 01



最尤復号とは？

誤りがのっている受信方符号系列から、
「最も尤もらしい(確からしい)」符号を推定すること

尤度：尤もらしさの度合い

尤度の例)

ハミング距離が大きい → **尤度が低い**

最尤推定の代表：ビタビ復号法

ワイナー・アッシュ回路において、

11, 00, 01, 11, 01

を受信した。送信された情報系列を求めよ。

補足説明：

誤り訂正しやすくするため最後に0を挿入

正しい送信符号系列：11, **1**0, 01, 11, 01

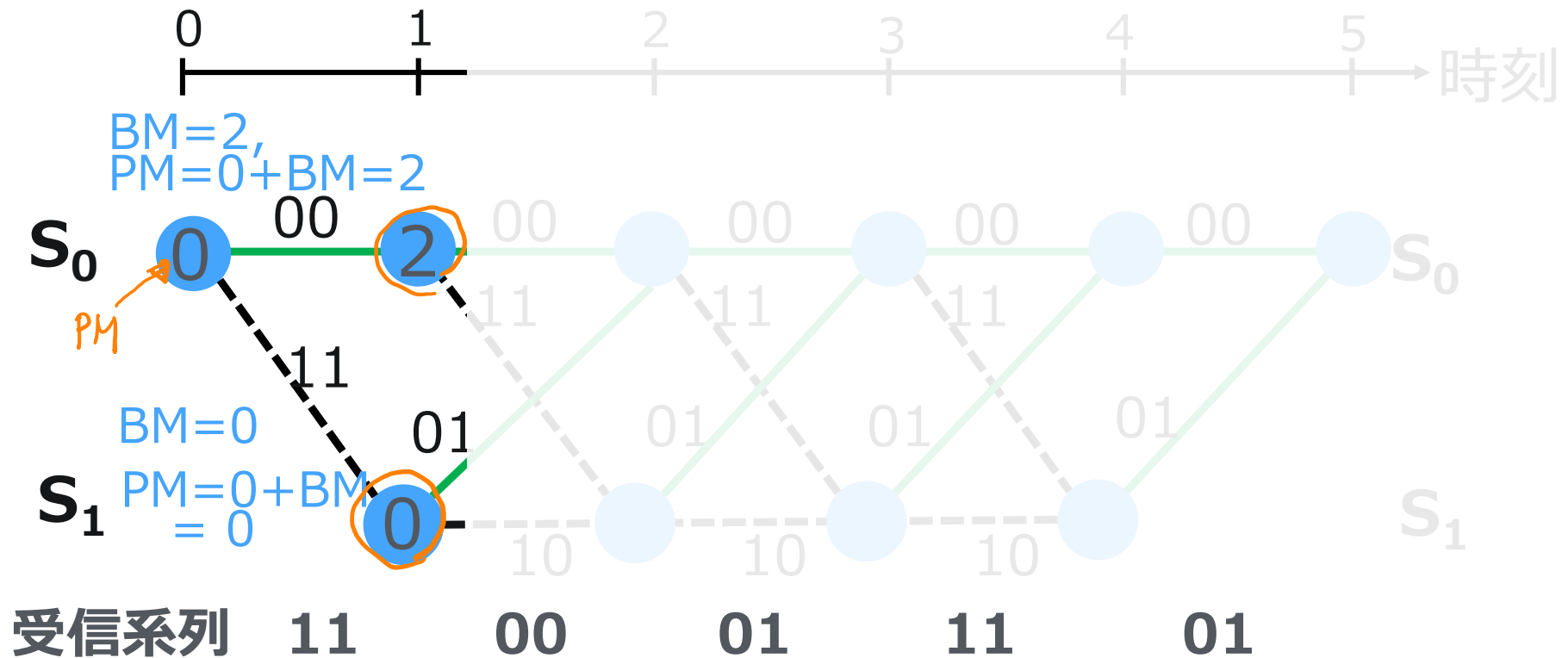
(情報系列：1, 1, 0, 1, **0**)

誤った受信符号系列：11, **0**0, 01, 11, 01

(伝送路で3ビット目に誤りがのった)

So
→ 終了する
ための0

Branch Metric と Path Metric



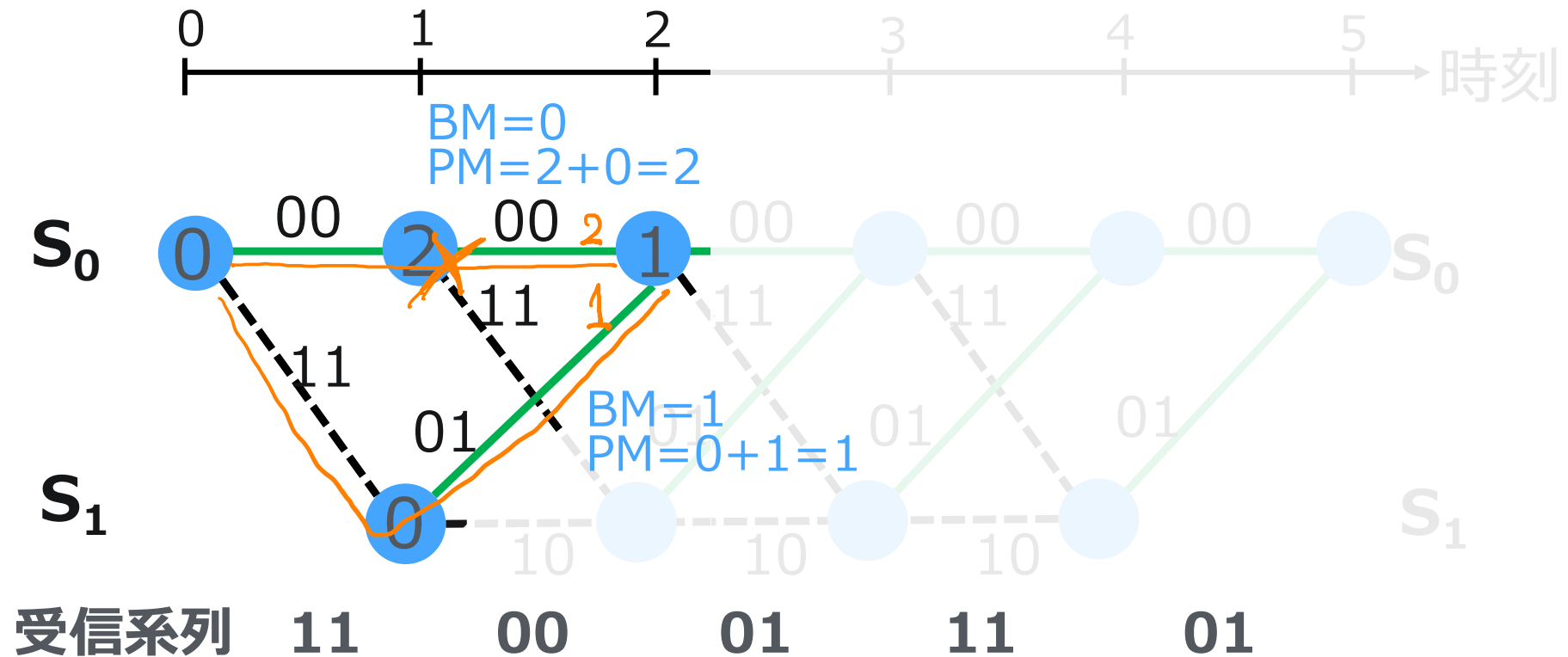
Branch metric(BM):

各枝の符号と受信符号とのハミング距離

Path metric(PM):

各ノードまでのハミング距離 (の最小値)

生き残りパス(Survivor Path)

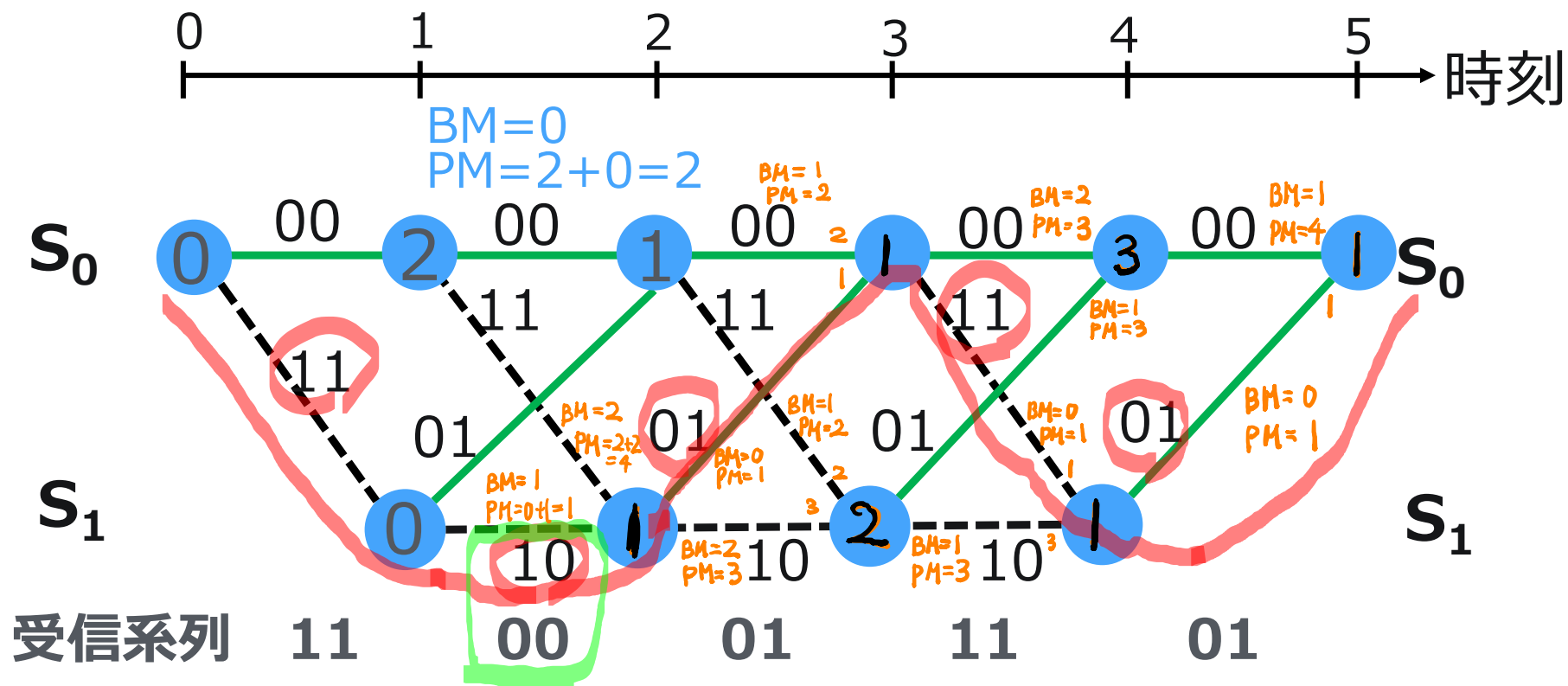


一つのノードに複数のパスが合流

→ PMが最小のパスを残す.

そのPMがノードまでのPMとなる

最終時刻までの Survivor Pathを求めてみましょう

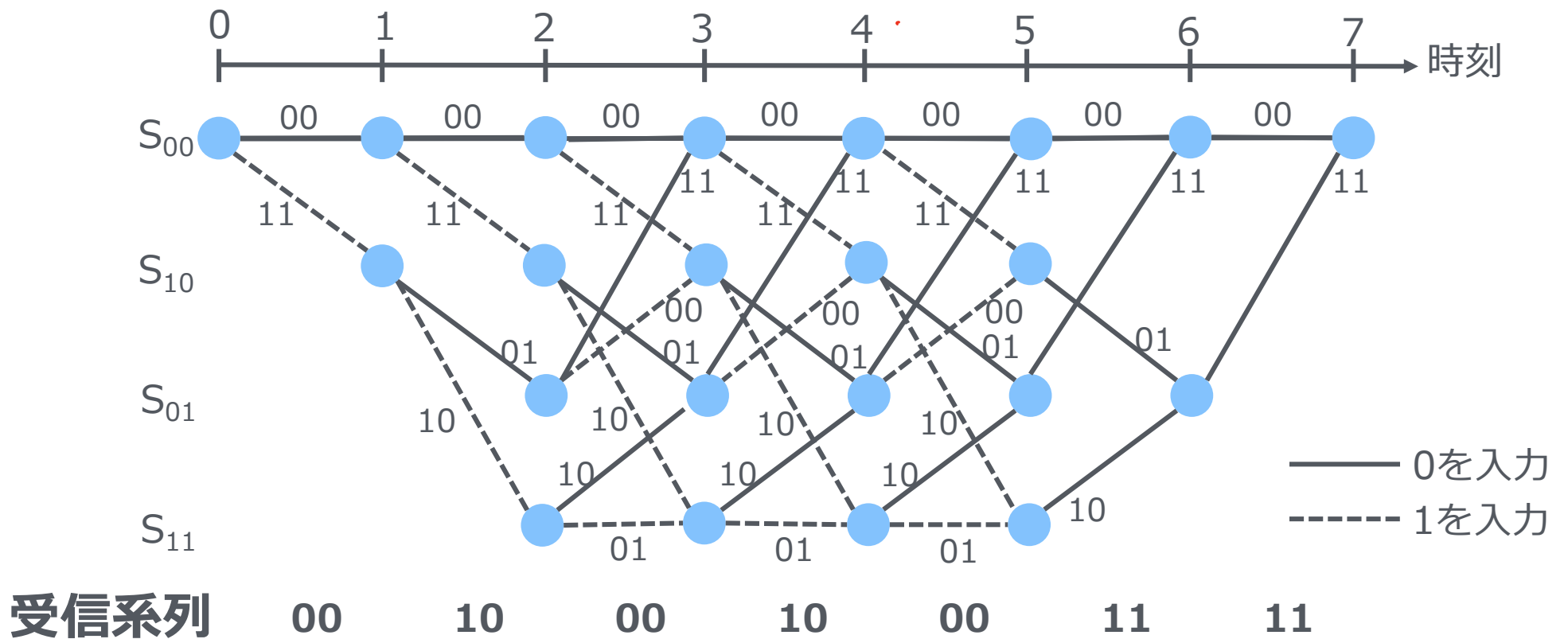


生き残れなかったパスには, "×"などのマークをつけましょう。

ビタビ復号法は, PMを目的関数とした動的計画法

レポート

ボーゼンクラフト回路を用いた符号化を考える。
受信符号系列が00, 10, 00, 10, 00, 11, 11の時、
生き残りパスを示し、送信された系列を推定せよ。
ただし、初期状態と最終状態は S_{00} とする。



レポート提出用

氏名 (学籍番号) _____

ボーゼンクラフト回路を用いた符号化を考える。
受信符号系列が00, 10, 00, 10, 00, 11, 11の時、
生き残りパスを示し、送信された系列を推定せよ。
ただし、初期状態と最終状態は S_{00} とする。

