2016年8月実施
問題1　電気工学
(1頁目／2頁中)

(1) Fig. 1(a)に示す電気回路を考える．この回路の伝達関数を $G(s)$ とする．ここで，$v_1(t)$ と $v_2(t)$ は，それぞれこの電気回路の入力電圧と出力電圧である．次の問に答えよ．

(a) 伝達関数 $G(s)$ を求めよ．

(b) $R_1 = 1\ \Omega$，$R_2 = 3\ \Omega$，$C = 0.5$ F，$L = 0.5$ H のとき，伝達関数 $G(s)$ の単位ステップ応答を求め，主な特徴がわかるようにその波形を描け．必要があれば $e^{-1} \approx 0.4$ を用いよ．ここで，eは自然対数の底である．

(2) ある電気回路の伝達関数が

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

で与えられる．次の問に答えよ．

(a) 周波数伝達関数 $G(j\omega)$ のゲイン $|G(j\omega)|$ と位相 $\angle G(j\omega)$ を求めよ．

(b) 周波数伝達関数 $G(j\omega)$ のナイキスト線図の概形を描け．

(3) Fig. 1(b)に示すフィードバック制御系を考える．$r(t)$ と $y(t)$ は，それぞれ目標値と制御量である．次の問に答えよ．

(a) このフィードバック制御系の開ループ伝達関数 $G(s)$ を求めよ．

(b) このフィードバック制御系が安定になるための K の範囲を求めよ．

(1) Consider the electrical circuit shown in Fig. 1(a). The transfer function of this circuit is $G(s)$. Here, $v_1(t)$ and $v_2(t)$ are an input and output voltages in the electrical circuit, respectively. Answer the following questions.

(a) Find the transfer function $G(s)$.

(b) Derive the unit step response of the transfer function $G(s)$ assuming that $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $C = 0.5$ F, and $L = 0.5$ H, and sketch the waveform highlighting the key characteristics. Use $e^{-1} \approx 0.4$, if necessary. Here, e is the base of the natural logarithm.

(2) The transfer function of an electrical circuit is given by

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}.$$

Answer the following questions.

(a) Derive the gain $|G(j\omega)|$ and phase $\angle G(j\omega)$ of the frequency transfer function $G(j\omega)$.

(b) Sketch the Nyquist diagram of the frequency transfer function $G(j\omega)$.

(3) Consider the feedback control system shown in Fig. 1(b). $r(t)$ and $y(t)$ denote the reference input and the controlled variable, respectively. Answer the following questions.

(a) Derive the open–loop transfer function $G(s)$ of the feedback control system.

(b) Find the range of values of K so that the feedback control system is stable.

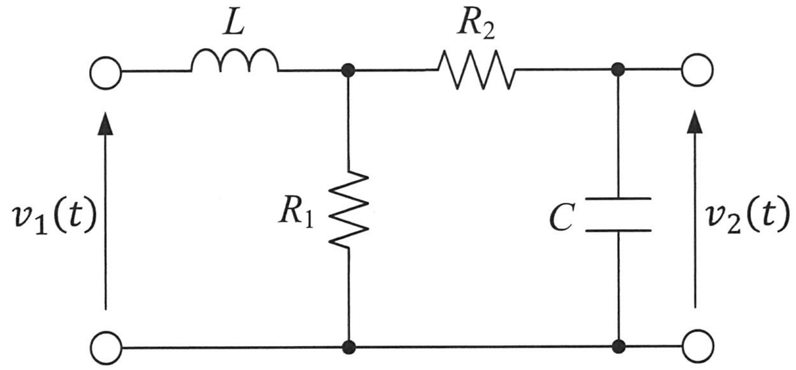

Fig. 1 (a)

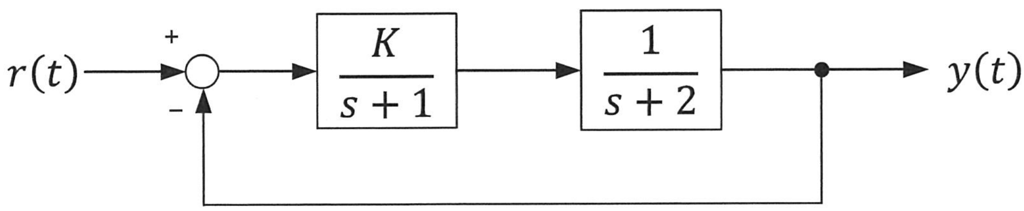

Fig. 1 (b)

2016年 8月実施
問題2 通信工学
(1頁目／2頁中)

変調信号 $s(t)$ および搬送波 $\cos(2\pi f_c t)$ を用いた振幅変調を考える．これらにより生成される振幅変調波を $g_{\mathrm{AM}}(t) = \{1 + m \cdot s(t)\}\cos(2\pi f_c t)$ とする．Fig. 2 はこの変調波 $g_{\mathrm{AM}}(t)$ を復調する整流検波器である．ただし LPF は低域通過フィルタを表し，$0 < m \leq 1$ であるとする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) 回路素子 A および B にはそれぞれ何を用いるべきか答えよ．

(2) Fig. 2 の節点 X における波形 $\hat{g}_{\mathrm{AM}}(t)$ は次式で与えられる．

$$\hat{g}_{\mathrm{AM}}(t) = \{1 + m \cdot s(t)\}\, q(t)$$

$$q(t) = \begin{cases} \cos(2\pi f_c t) & (n - 1/4)/f_c \leq t \leq (n + 1/4)/f_c \text{ のとき} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

(a) $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ $(0 < f_m \ll f_c)$ であるとき，$\hat{g}_{\mathrm{AM}}(t)$ の概形を図示せよ．

(b) $q(t)$ をフーリエ級数に展開し，$q(t) = \dfrac{1}{\pi} - \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1}\cos(4\pi n f_c t)$ となることを示せ．

(3) 変調信号 $s(t)$ が周波数帯域 $[-f_m, f_m]$ に帯域制限されており，LPF の帯域幅が $B(f_m \ll B \ll f_c)$ であるとき，LPF の出力 $\bar{g}_{\mathrm{AM}}(t)$ を求めよ．

(4) Fig. 2 の節点 Y における出力 $v_o(t)$ を求めよ．

Consider amplitude modulation using a modulation signal $s(t)$ and a carrier wave $\cos(2\pi f_c t)$. Let the amplitude modulation wave generated by these signals be $g_{\mathrm{AM}}(t) = \{1+m\cdot s(t)\}\cos(2\pi f_c t)$. Fig. 2 shows a rectifying detector by which the modulation wave $g_{\mathrm{AM}}(t)$ is demodulated. Here, LPF stands for low pass filter, and m satisfies $0 < m \leq 1$. Answer the following questions.

(1) What should be used for circuit elements A and B?

(2) The waveform $\hat{g}_{\mathrm{AM}}(t)$ at node X in Fig. 2 is given by

$$\hat{g}_{\mathrm{AM}}(t) = \{1 + m\cdot s(t)\}\, q(t)$$

$$q(t) = \begin{cases} \cos(2\pi f_c t) & \text{if } (n - 1/4)/f_c \leq t \leq (n + 1/4)/f_c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(a) Sketch the waveform $\hat{g}_{\mathrm{AM}}(t)$ when $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ $(0 < f_m \ll f_c)$.

(b) Expand $q(t)$ to a Fourier series, and show that $q(t) = \dfrac{1}{\pi} - \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}\cos(4\pi n f_c t)$.

(3) Derive the output $\bar{g}_{\mathrm{AM}}(t)$ of the LPF when the frequency band of the modulation signal $s(t)$ is limited to $[-f_m, f_m]$ and the bandwidth of the LPF is $B(f_m \ll B \ll f_c)$.

(4) Derive the output $v_o(t)$ at node Y in Fig. 2.

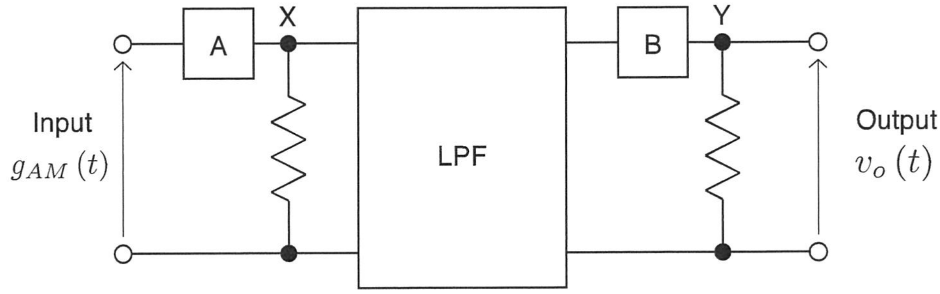

Fig. 2

2016 年 8 月実施
問題 3　電子工学
(1 頁目／2 頁中)

n チャネル MOS 電界効果トランジスタ（n-channel MOSFET）を用いた Fig. 3 (a)の増幅回路を考える．このトランジスタや増幅回路について，以下の問に答えよ．

(1) Fig. 3 (a)中のトランジスタの動作原理について考える．
  (a) トランジスタ内でゲート（G）電極とソース（S）電極の間の電気抵抗が極めて大きくなる理由を，トランジスタの断面構造を描いて説明せよ．
  (b) トランジスタのしきい値電圧以上の正電圧 V_G をゲート電極に印加した時，ドレイン（D）電極とソース電極の間に電流が流れる理由を，エネルギーバンド図を描いて説明せよ．

(2) Fig. 3 (a)に示す増幅回路の微小信号等価回路を考える．ここで電圧 v_i および v_o は，それぞれ入力および出力端子の微小信号交流電圧であり，出力回路は開放である．さらにトランジスタモデルとして Fig. 3 (b)の微小信号モデルを用いるとともに，この増幅回路で使用する周波数の範囲では，結合コンデンサ C_C のインピーダンスは小さく，ゼロと見なせるものとする．
  (a) この増幅回路の微小信号等価回路を描け．
  (b) v_o を相互コンダクタンス g_m，微小信号電圧 v_{GS} および抵抗 R_B を用いて表せ．
  (c) この増幅回路の出力開放電圧利得 K_V $(= v_o / v_i)$ を g_m，R_B および抵抗 R_A を用いて表せ．

Consider the amplifier circuit using an n-channel MOS field-effect transistor (n-channel MOSFET), as shown in Fig. 3 (a). Answer the following questions on the transistor and the amplifier circuit.

(1) Consider the operation principle of the transistor in Fig. 3 (a).
  (a) Explain the reason why the electrical resistance is extremely high between the gate (G) and source (S) electrodes in the transistor, by drawing the cross-sectional transistor structure.
  (b) Explain the reason why a current flows between the drain (D) and source electrodes, when a positive voltage V_G higher than the threshold voltage of the transistor is applied to the gate electrode, by drawing the energy band diagram.

2016 年 8 月実施
問題 3 電子工学
(2 頁目／2 頁中)

(2) Consider the small-signal equivalent circuit for the amplifier circuit shown in Fig. 3 (a). Here, the voltages of v_i and v_o are the small-signal alternating voltages at the input and output terminals, respectively, and the output circuit is open. Furthermore, the small-signal model shown in Fig. 3 (b) is used as the transistor model, and the impedance of the coupling capacitor C_C is small and is regarded as zero for the frequency range used for the amplifier circuit.

(a) Draw the small-signal equivalent circuit for the amplifier circuit.

(b) Express v_o in terms of the transconductance g_m, the small-signal voltage v_GS and the resistance R_B.

(c) Express the open-circuit voltage gain K_V $(= v_\mathrm{o}/v_\mathrm{i})$ of the amplifier circuit in terms of g_m, R_B and the resistance R_A.

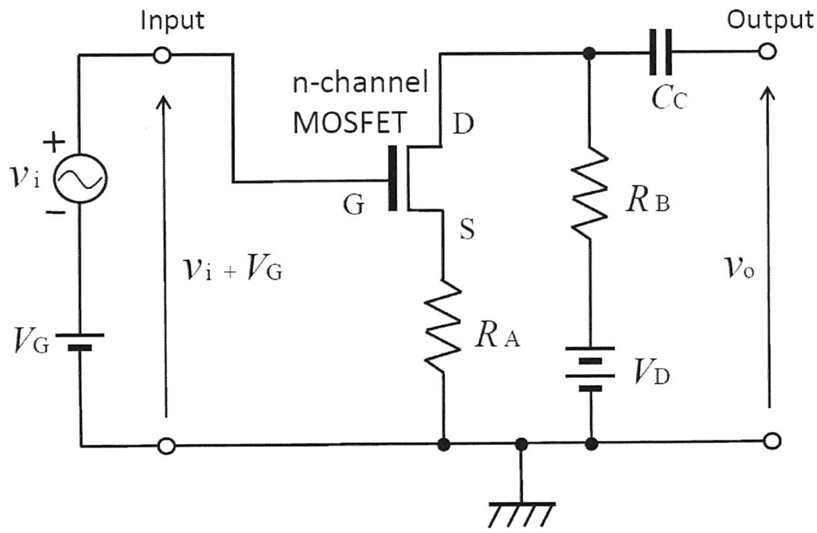

Fig. 3 (a)

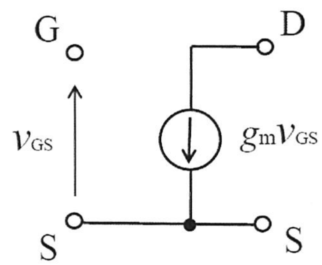

Fig. 3 (b)

2016 年 8 月実施
問題 4　計算機 1
(1 頁目／3 頁中)

各番地に整数が格納されるメモリと，1 つの整数レジスタ A を持つ計算機を考える．Fig. 4(a) の命令を用いて，以下の問に答えよ．

(1) Fig. 4(b) のプログラム（命令の列）を実行した後に，レジスタ A に格納されている値は何か．

(2) メモリの 80 番地に格納されている整数 m と，メモリの 81 番地に格納されている整数 n との差 m-n を計算し，m-n≧0 ならば m-n を，m-n<0 ならば 0 をメモリの 82 番地に格納して停止するプログラムを書け．82 番地以外のメモリの値を変更してはならない．

(3) Fig. 4(c) は，メモリの 80 番地に格納されている正の整数 m を，メモリの 81 番地に格納されている正の整数 n で割ったときの商をメモリの 82 番地に，剰余を 83 番地にそれぞれ格納して停止するプログラムである．Fig. 4(c) にある $\boxed{\text{w}}$，$\boxed{\text{x}}$ に対する適切な整数，および $\boxed{\text{y}}$，$\boxed{\text{z}}$ に対する適切な命令をそれぞれ答えよ．

Consider a computer with a memory in which an integer is stored at each address, and with an integer register A. Answer the following questions using the instructions in Fig. 4(a).

(1) What is the value of the register A after executing the program (the sequence of instructions) in Fig. 4(b)?

(2) Write a program that computes the difference m-n of the integer m stored at the address 80 of the memory and the integer n stored at the address 81 of the memory, stores m-n to the address 82 of the memory if m-n≧0, stores 0 to the address 82 of the memory if m-n<0, and stops the execution of the program. Do not change the values of the memory other than that of the address 82.

(3) Fig. 4(c) is a program that computes the division of the positive integer dividend m stored at the address 80 of the memory and the positive integer divisor n stored at the address 81 of the memory, stores the quotient to the address 82 of the memory, stores the remainder to the address 83 of the memory, and stops the execution of the program. Give appropriate integers for $\boxed{\text{w}}$ and $\boxed{\text{x}}$, and appropriate instructions for $\boxed{\text{y}}$ and $\boxed{\text{z}}$, in Fig. 4(c).

命令 Instruction	動作 Operation
SET i	A に整数 i を格納する． Store the integer i to A.
LDR i	メモリの i 番地に格納されている値を A に格納する． Store the value stored at the address i of the memory to A.
STR i	メモリの i 番地に，A の値を格納する． Store the value of A to the address i of the memory.
SUB i	A の値から，メモリの i 番地に格納されている値を減算し，結果を A に格納する． Subtract the value stored at the address i of the memory from the value of A, and store the result to A.
INCR	A の値に 1 を足し，結果を A に格納する． Add 1 to the value of A, and store the result to A.
BLTZ	A の値が 0 未満ならば，次の命令をスキップする． If the value of A is less than 0, skip the next instruction.
BLA i	先頭の命令から数えて i 番目の命令にジャンプする（ただし先頭の命令を 1 番目と数える）． Jump to the i-th instruction counted from the initial instruction (where the initial instruction is counted as the 1st).
HALT	プログラムの実行を停止する． Stop the execution of the program.

Fig. 4(a)

2016 年 8 月実施
問題 4　計算機 1
(3 頁目／3 頁中)

```
1:    SET 10
2:    STR 80
3:    INCR
4:    SUB 80
5:    BLTZ
6:    BLA 8
7:    LDR 80
8:    HALT
```

Fig. 4(b)

```
1:    SET 0
2:    STR 82
3:    LDR 80
4:    SUB 81
5:    BLTZ
6:    BLA [ w ]
7:    BLA [ x ]
8:    STR 80
9:    LDR 82
10:   [ y ]
11:   STR 82
12:   BLA 3
13:   [ z ]
14:   STR 83
15:   HALT
```

Fig. 4(c)

2016年 8月実施
問題5　計算機2
(1頁目／4頁中)

Fig. 5 (a) の構文を持つプログラミング言語を考える．$f(x_1, \dots, x_k) = e$ によって定義されている関数呼出式 $f(e_1, \dots, e_k)$ の評価方法として，以下の2つの戦略を考える．

戦略1　まず各 e_i，ただし $1 \le i \le k$，を評価し，その値を x_i とする．そして，関数の本体 e を評価する．

戦略2　$e_1, \dots, e_k$ は評価せずに，関数の本体 e 中の各 x_i, ただし $1 \le i \le k$，の全ての出現を e_i で置き換えた式 e' を求める．そして，その式 e' を評価する．

ただし，いずれの戦略においてもその他の式の評価方法は以下の通りである．

n	評価結果は n となる．
$(e_1 + e_2)$	まず e_1 と e_2 を評価し，その結果をそれぞれ n_1 と n_2 とする．すると全体の式の評価結果は $n_1 + n_2$ となる．
$(e_1 - e_2)$	まず e_1 と e_2 を評価し，その結果をそれぞれ n_1 と n_2 とする．すると全体の式は評価結果は $n_1 - n_2$ となる．
$(\textbf{ifz}\ e_1\ \textbf{then}\ e_2\ \textbf{else}\ e_3)$	まず e_1 を評価する．その評価結果が 0 であれば e_2 を評価し，そうでなければ e_3 を評価する．

たとえば，Fig. 5 (b) のプログラムで定義される関数の下で，式 $f(1)$ は戦略1の下では

$$f(1) \twoheadrightarrow g(1,1) \twoheadrightarrow g(0,2) \twoheadrightarrow 2$$

と評価され，戦略2の下では

$$f(1) \twoheadrightarrow g(1,1) \twoheadrightarrow g(1-1, 1+1) \twoheadrightarrow 1+1 \twoheadrightarrow 2$$

と評価される．このプログラムに関する以下の問に答えよ．

(1) 戦略1の下で $f(2)$ および $f(3)$ を評価せよ．評価の過程も示せ．

(2) 戦略1の下で，式 e の評価で実行される加算の回数を $\#\mathsf{add1}(e)$ とおく．非負整数 n に対し $\#\mathsf{add1}(f(n))$ を n を用いて表せ．

(3) 戦略2の下で $f(2)$ を評価せよ．評価の過程も示せ．さらに，そのときに実行される加算の回数を数えよ．

(4) 戦略2の下で，式 e の評価で実行される加算の回数を $\#\mathsf{add2}(e)$ とおく．非負整数 n に対し $\#\mathsf{add2}(f(n))$ を n を用いて表せ．

(5) あるプログラムの下の式 e で，$\#\mathsf{add1}(e) > \#\mathsf{add2}(e)$ となるものが存在するか否かを判定し，その根拠を示せ．

Consider the programming language whose syntax is given in Fig. 5 (a). Given a function definition $f(x_1, \ldots, x_k) = e$, we consider the following two strategies to evaluate a function call $f(e_1, \ldots, e_k)$.

Strategy 1 Evaluate each e_i, $1 \leq i \leq k$, and let x_i be its evaluation result. Then, evaluate the function body e.

Strategy 2 Find the expression e' obtained from the function body e by replacing all occurrences of each variable x_i, $1 \leq i \leq k$, by e_i without evaluating $e_1, \ldots, e_k$. Then evaluate the expression e'.

Under both strategies, other expressions are evaluated as follows.

n	Its evaluation result is n.
$(e_1 + e_2)$	Evaluate e_1 and e_2, and let n_1 and n_2 be their results, respectively. Then, the evaluation result of the whole expression is $n_1 + n_2$.
$(e_1 - e_2)$	Evaluate e_1 and e_2, and let n_1 and n_2 be their results, respectively. Then, the evaluation result of the whole expression is $n_1 - n_2$.
$(\textbf{ifz } e_1 \textbf{ then } e_2 \textbf{ else } e_3)$	Evaluate e_1. If its evaluation result is 0, evaluate e_2, and otherwise evaluate e_3.

For example, with the functions defined in the program given in Fig. 5 (b), the expression $f(1)$ will be evaluated under Strategy 1 as

$$f(1) \twoheadrightarrow g(1,1) \twoheadrightarrow g(0,2) \twoheadrightarrow 2,$$

and will be evaluated under Strategy 2 as

$$f(1) \twoheadrightarrow g(1,1) \twoheadrightarrow g(1-1, 1+1) \twoheadrightarrow 1+1 \twoheadrightarrow 2.$$

Answer the following questions on this program.

(1) Evaluate $f(2)$ and $f(3)$ under Strategy 1. Show your working.

(2) Let $\#\mathtt{add1}(e)$ be the number of addition operations performed in the evaluation of an expression e under Strategy 1. Express $\#\mathtt{add1}(f(n))$ in terms of n for a non-negative integer n.

(3) Evaluate $f(2)$ under Strategy 2. Show your working. Also, show the number of addition operations performed in this evaluation.

(4) Let #$\mathsf{add2}(e)$ be the number of addition operations performed in the evaluation of an expression e under Strategy 2. Express #$\mathsf{add2}(f(n))$ in terms of n for a non-negative integer n.

(5) Determine whether there exists an expression e with some program such that #$\mathsf{add1}(e) >$ #$\mathsf{add2}(e)$. Justify your answer.

プログラム／program

$p ::= d_1 \dots d_n$

関数定義／function definition

$d ::= f(x_1, \dots, x_n) = e$

式／expression

$e ::= n$	(整数定数／integer constant)
$\mid\ x$	(変数／variable)
$\mid\ (e_1 - e_2)$	(整数減算／integer subtraction)
$\mid\ (e_1 + e_2)$	(整数加算／integer addition)
$\mid\ f(e_1, \dots, e_n)$	(関数呼出／function call)
$\mid\ (\textbf{ifz}\ e_1\ \textbf{then}\ e_2\ \textbf{else}\ e_3)$	(条件分岐／conditional branching)

関数定義 "$f(x_1, \dots, x_n) = e$" において，e 中に出現する変数の集合は $\{x_1, \dots, x_n\}$ の部分集合であるとする.

For a function definition "$f(x_1, \dots, x_n) = e$", the set of variables occurring in e must be a subset of $\{x_1, \dots, x_n\}$.

Fig. 5 (a)

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x, 1) \\ g(x, y) &= (\textbf{ifz}\ x\ \textbf{then}\ y\ \textbf{else}\ g((x-1), (y+y))) \end{aligned}$$

Fig. 5 (b)

2016年8月実施
問題6　物理専門1
(1頁目／3頁中)

Fig. 6のように，$x=0$ に対して対称で下に凸な1次元ポテンシャル $V(x)$ に束縛された電子の状態を考える．この電子のエネルギー固有値を，エネルギーの低いものから順に $E_n = \hbar\omega_n$ $(n = 0, 1, 2, ...)$ とし，その各々に対応する固有状態の規格化された波動関数を $\psi_n(x)$ とする．各々の固有状態に縮退はなく，$\psi_n(x)$ は実関数で，n が偶数（奇数）のとき偶関数（奇関数）である．以下の問に答えよ．ただし，i を虚数単位，m を電子の質量，$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$（h はプランク定数）とする．必要に応じ，記号

$$x_{nn'} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n(x) x \psi_{n'}(x) dx$$

を用いよ．

(1) 電子が固有状態 $\psi_n(x)$ にあるときの電子の位置 $\hat{x}$ $(=x)$ の期待値を X_n とする．$X_n = 0$ となることを示せ．

(2) 電子が波動関数

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi_0(x) + \psi_1(x)\}$$

で表される状態にあったとき，電子の位置 $\hat{x}$ の期待値 X を求めよ．

(3) 時刻 $t=0$ における電子の波動関数が $\psi_n(x)$ であったとき，時刻 t における波動関数 $\Psi_n(x,t)$ を，$\psi_n(x)$ および ω_n を用いて表せ．

(4) 時刻 $t=0$ における電子の波動関数が問 (2) の $\psi(x)$ であったとき，時刻 t における電子の位置 $\hat{x}$ の期待値 $X(t)$ を求めよ．

(5) 問 (4) において，時刻 t における電子の運動量 $\hat{p}$ の期待値 $P(t)$ を求め，

$$P(t) = m\frac{d}{dt}X(t)$$

となることを示せ．ここで，関係式

$$\hat{p} = \frac{im}{\hbar}[\hat{H}, \hat{x}] = \frac{im}{\hbar}(\hat{H}\hat{x} - \hat{x}\hat{H})$$

を用いて良い．$\hat{H}$ は系のハミルトニアンである．

2016年8月実施
問題6　物理専門1
(2頁目／3頁中)

Consider the state of an electron bound in a downward-convex potential $V(x)$ symmetric about $x=0$, as shown in Fig. 6. Let the energy eigenvalues of the electron be $E_n = \hbar\omega_n$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$) in order of increasing energy and the normalized wave functions of the corresponding eigenstates be $\psi_n(x)$. Each eigenstate is non-degenerate and $\psi_n(x)$ are real functions; they are even (odd) functions when n is an even (odd) number. Answer the following questions. In the following, m is the electron mass, $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ (h: Planck constant), i is the imaginary unit. If necessary, use the symbol

$$x_{nn'} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n(x) x \psi_{n'}(x) dx.$$

(1) Let X_n be the expectation value of the position $\hat{x}$ ($=x$) of the electron staying in its eigenstate $\psi_n(x)$. Show that $X_n = 0$.

(2) Obtain the expectation value X of the position $\hat{x}$ of the electron staying in the state expressed by the wave function

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \psi_0(x) + \psi_1(x) \right\}.$$

(3) Assuming that the wave function of the electron at the time $t=0$ is $\psi_n(x)$, obtain the wave function $\Psi_n(x,t)$ at the time t in terms of $\psi_n(x)$ and ω_n.

(4) Assuming that the wave function of the electron at the time $t=0$ is $\psi(x)$ in question (2), obtain the expectation value $X(t)$ of the position $\hat{x}$ of the electron at the time t.

(5) In question (4), obtain the expectation value $P(t)$ of the momentum $\hat{p}$ of the electron at the time t, and show that

$$P(t) = m\frac{d}{dt}X(t).$$

Here, you may use the relation

$$\hat{p} = \frac{im}{\hbar}[\hat{H}, \hat{x}] = \frac{im}{\hbar}(\hat{H}\hat{x} - \hat{x}\hat{H}),$$

where $\hat{H}$ is the Hamiltonian of the system.

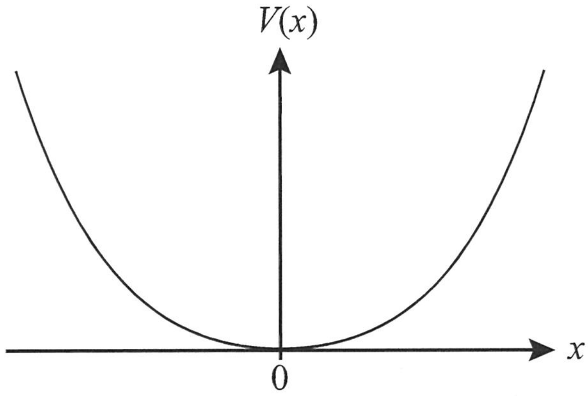

Fig. 6

2016 年 8 月実施
問題 7　物理専門 2
(1 頁目／3 頁中)

複素変数 z の関数

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{\cosh(z)}$$

を考える．また，C_1，C_2，C_3 及び C_4 は，以下のように定義された積分路である(Fig. 7).

$$\begin{aligned}
&C_1:\ z = t && (-R \le t \le R),\\
&C_2:\ z = R + it && (0 \le t \le \pi),\\
&C_3:\ z = -t + \pi i && (-R \le t \le R),\\
&C_4:\ z = -R + i(\pi - t) && (0 \le t \le \pi).
\end{aligned}$$

ただし，t は媒介変数であり，i は虚数単位である．R は $R > 0$ を満たす実数である．
以下の問に答えよ．

(1) $f(z)$ のすべての孤立特異点を求めよ．

(2) 複素積分 $I = \int_{C_1+C_2+C_3+C_4} f(z)dz$ の値を求めよ．

(3) $\int_{C_3} f(z)dz = e^{-\pi} \int_{C_1} f(z)dz$ となることを示せ．

(4) $\lim\limits_{R\to+\infty} \left|\int_{C_2} f(z)dz\right| = 0$ 及び $\lim\limits_{R\to+\infty} \left|\int_{C_4} f(z)dz\right| = 0$ となることを示せ．

(5) 実定積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{\cosh(x)} dx$$

の値を求めよ．ただし，x は実変数である．

Consider a function

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{\cosh(z)}$$

of a complex variable z. Here C_1, C_2, C_3, and C_4 are integral paths defined as follows (Fig. 7),

$$\begin{aligned} &C_1:\ z = t && (-R \le t \le R), \\ &C_2:\ z = R + it && (0 \le t \le \pi), \\ &C_3:\ z = -t + \pi i && (-R \le t \le R), \\ &C_4:\ z = -R + i(\pi - t) && (0 \le t \le \pi). \end{aligned}$$

Here t is a parameter, and i is the imaginary unit. R is a real number satisfying $R > 0$. Answer the following questions.

(1) Find all the isolated singular points of $f(z)$.

(2) Find the value of the complex integral $I = \int_{C_1+C_2+C_3+C_4} f(z)dz$.

(3) Show that $\int_{C_3} f(z)dz = e^{-\pi} \int_{C_1} f(z)dz$.

(4) Show that $\lim_{R\to+\infty} \left|\int_{C_2} f(z)dz\right| = 0$ and $\lim_{R\to+\infty} \left|\int_{C_4} f(z)dz\right| = 0$.

(5) Find the value of the real definite integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{\cosh(x)} dx.$$

Here x is a real variable.

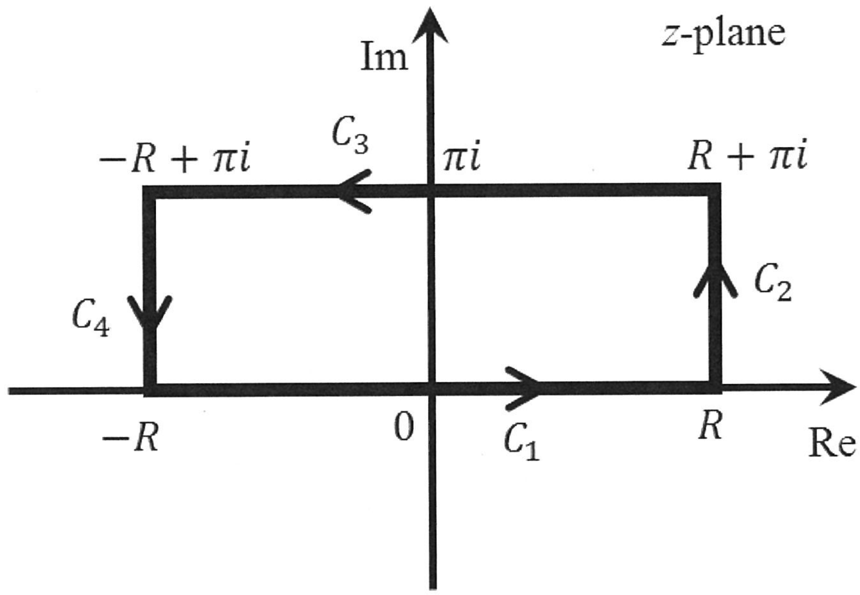

Fig. 7