

2018年8月実施
問題1 電気工学
(1頁目/3頁中)

- (1) Fig. 1(a)のような電気回路がある。同図において、 $e(t)$ 、 $v(t)$ は電圧の瞬時値、 $i(t)$ は電流の瞬時値である。以下の間に答えよ。
- (a) $e(t)$ を入力信号、 $v(t)$ を出力信号とする伝達関数 $G_1(s)$ を考える。 R 、 C を使って $G_1(s)$ を表わせ。
 - (b) 周波数伝達関数 $G_1(j\omega)$ から、ナイキスト線図を描け。同図には、 $\omega=0[\text{rad/s}]$ 、 $1[\text{rad/s}]$ 、および ∞ の $G_1(j\omega)$ の点を示すこと。ただし、 $-\infty \leq \omega \leq \infty$ 、 $R=1[\Omega]$ 、 $C=1[\text{F}]$ とする。
- (2) Fig. 1(b)のような電気回路がある。同図において、 $e(t)$ 、 $v(t)$ は電圧の瞬時値、 $i(t)$ は電流の瞬時値である。以下の間に答えよ。
- (a) $e(t)$ を入力信号、 $v(t)$ を出力信号とする伝達関数 $G_2(s)$ を考える。 R 、 L 、 C を使って $G_2(s)$ を表わせ。
 - (b) 周波数伝達関数 $G_2(j\omega)$ から、ゲインと位相をそれぞれ求めよ。ただし、 $R=1[\Omega]$ 、 $L=1[\text{H}]$ 、 $C=1[\text{F}]$ とする。
 - (c) Fig. 1(c)は Fig. 1(b)の電気回路に直流電圧源 E とスイッチ S を追加した電気回路である。スイッチ S を閉じてから十分な時間が経過し、回路は定常状態に達した。 $v(t)$ の定常状態における電圧 v_0 を求めよ。
- (3) Fig. 1(d)のような制御系がある。同図において、 $r(t)$ 、 $e(t)$ 、 $y(t)$ はそれぞれ目標値、偏差、制御量を表す。次の間に答えよ。ただし、 K は定数 ($K > 0$) である。
- (a) この制御系が安定であるための K の値の範囲を求めよ。
 - (b) この制御系が安定で、かつ定常位置偏差が 0.1 以下であるための K の値の範囲を求めよ。

Question No. 1: Electrical engineering (2/3)

2018年8月実施
問題1 電気工学
(2頁目/3頁中)

- (1) Consider the electrical circuit shown in Fig. 1(a), where $e(t)$ and $v(t)$ denote instantaneous voltages, and $i(t)$ denotes the instantaneous current. Answer the following questions.
- (a) Consider the transfer function $G_1(s)$, where the input signal is $e(t)$, and the output signal is $v(t)$. Express $G_1(s)$ using R and C .
 - (b) Illustrate a Nyquist diagram of the frequency transfer function $G_1(j\omega)$. Express marks of $G_1(j\omega)$ for $\omega = 0$ [rad/s], 1 [rad/s], and ∞ on the diagram. Let $-\infty \leq \omega \leq \infty$, $R = 1$ [Ω], and $C = 1$ [F].
- (2) Consider the electrical circuit shown in Fig. 1(b), where $e(t)$ and $v(t)$ denote instantaneous voltages, and $i(t)$ denotes the instantaneous current. Answer the following questions.
- (a) Consider the transfer function $G_2(s)$, where the input signal is $e(t)$, and the output signal is $v(t)$. Express $G_2(s)$ using R , L , and C .
 - (b) Find the gain and phase angle of frequency transfer function $G_2(j\omega)$. Let $R = 1$ [Ω], $L = 1$ [H], and $C = 1$ [F].
 - (c) Consider the electrical circuit shown in Fig. 1(c), where the dc voltage source and switch S are added to the electrical circuit shown in Fig. 1(b). Assume that the switch S has been closed for a long time so that the circuit has reached steady-state conditions. Find the steady-state voltage v_0 for $v(t)$.
- (3) Consider the control system shown in Fig. 1(d), where $r(t)$, $e(t)$, and $y(t)$ denote the reference input, error, and controlled variable, respectively. Answer the following questions. Here, K is constant ($K > 0$).
- (a) Find the range of K so that the control system is stable.
 - (b) Find the range of K so that the control system is stable, and the steady-state position error is less than or equal to 0.1.

2018年8月実施
問題1 電気工学
(3頁目/3頁中)

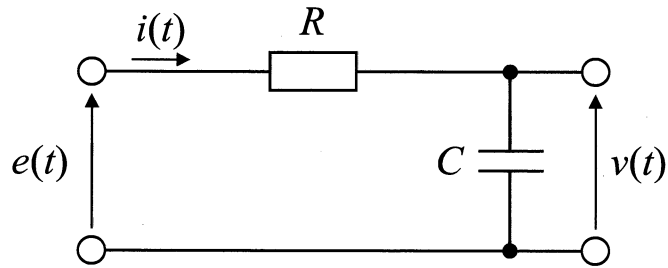


Fig. 1(a)

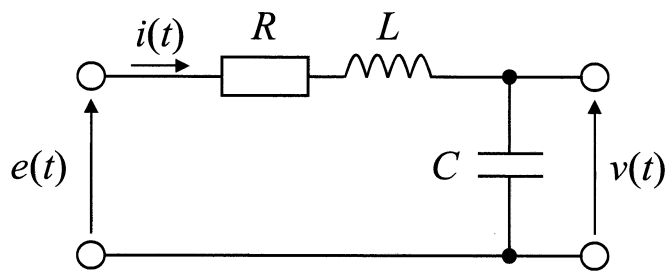


Fig. 1(b)

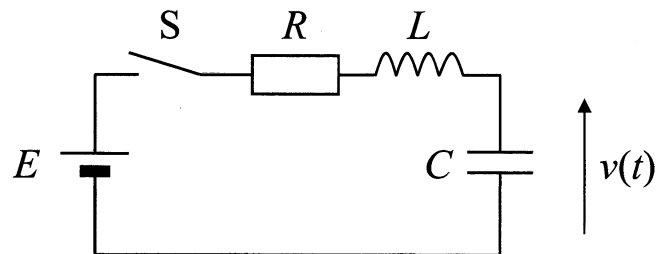


Fig. 1(c)

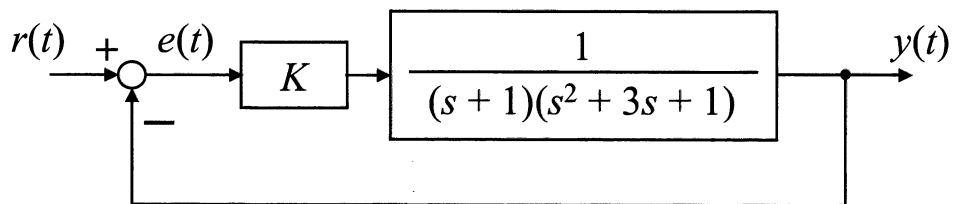


Fig. 1(d)

2018年8月実施
問題2 通信工学
(1頁目/2頁中)

変調信号を $s(t)$ とし、搬送波 $A_c \cos(2\pi f_c t)$ により生成される振幅変調波

$$g_{AM}(t) = A_c \{1 + m \cdot s(t)\} \cos(2\pi f_c t)$$

を考える。ただし、 $|s(t)| \leq 1$ であるとする。また、 m は変調指数で $0 < m \leq 1$ を満たす。この変調波を Fig. 2 に示す検波器で復調する。Fig. 2 の点 X における電圧波形 $\tilde{g}_{AM}(t)$ は次式で与えられるものとする。

$$\tilde{g}_{AM}(t) = \begin{cases} g_{AM}(t) & g_{AM}(t) \geq 0 \text{ のとき} \\ 0 & \text{上記以外のとき} \end{cases}$$

また、検波器中の LPF は理想低域通過フィルタを表し、その周波数応答は次式で与えられる。

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_0 \text{ のとき} \\ 0 & \text{上記以外のとき} \end{cases}$$

このとき、以下の問に答えよ。

- (1) 検波器中の理想低域通過フィルタの単位インパルス応答 $h(t)$ を求め、 $h(t)$ の概形を図示せよ。
- (2) 任意の時刻 t において $s(t) = 0$ であるとする。
 - (a) 点 X における波形 $\tilde{g}_{AM}(t)$ の概形を図示せよ。
 - (b) $\tilde{g}_{AM}(t)$ を基本周波数 f_c のフーリエ級数で表せ。
- (3) 変調信号 $s(t)$ が $[-f_m, f_m]$ に帯域制限されているとき、問(2)(b)の結果を用いて検波器で変調信号が復調できることを説明せよ。ただし、 $0 < f_m < f_0 \ll f_c$ とする。

2018年8月実施
問題2 通信工学
(2頁目/2頁中)

Consider an amplitude modulation wave

$$g_{AM}(t) = A_c \{1 + m \cdot s(t)\} \cos(2\pi f_c t),$$

generated by a modulation signal $s(t)$ and a carrier wave $A_c \cos(2\pi f_c t)$, where $|s(t)| \leq 1$. The modulation index m satisfies $0 < m \leq 1$. This modulation signal is demodulated by the detector shown in Fig. 2. The voltage waveform $\tilde{g}_{AM}(t)$ at X in Fig. 2 is given by

$$\tilde{g}_{AM}(t) = \begin{cases} g_{AM}(t) & \text{if } g_{AM}(t) \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}.$$

LPF in the detector is an ideal low pass filter and its frequency response is given by

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{if } |f| \leq f_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}.$$

Answer the following questions.

- (1) Find and sketch the unit impulse response $h(t)$ of the ideal low pass filter in the detector.
- (2) Assume that $s(t) = 0$ is satisfied at any time t .
 - (a) Sketch the waveform $\tilde{g}_{AM}(t)$ at X.
 - (b) Expand $\tilde{g}_{AM}(t)$ as a Fourier series with fundamental frequency f_c .
- (3) Using the result of the question (2)(b), explain the reason why the modulation signal is demodulated by the detector when the frequency band of the modulation signal $s(t)$ is limited to $[-f_m, f_m]$, where $0 < f_m < f_0 \ll f_c$.

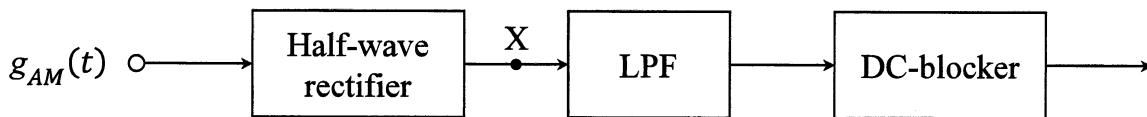


Fig. 2

2018年8月実施
問題3 電子工学
(1頁目/3頁中)

npn バイポーラトランジスタを用いた増幅回路について、以下の問に答えよ。ただし、トランジスタの微小信号等価回路として Fig. 3(a)を用いること。必要に応じ、 R_i と R_j の並列抵抗に対して、記号($//$)を用いて $R_i//R_j$ と表してもよい。

- (1) Fig. 3(b)に示す増幅回路について、以下の問に答えよ。ただし、2つのトランジスタの特性は同じであり、結合コンデンサ C_C およびバイパスコンデンサ C_E のインピーダンスは十分小さいものとする。
- (a) 結合コンデンサ C_C およびバイパスコンデンサ C_E の役割を説明せよ。
 - (b) 微小信号等価回路を示せ。
 - (c) 電圧利得 $K_{V1} (= v_o/v_a)$ を求めよ。
 - (d) 電圧利得 $K_{V2} (= v_o/v_i)$ を求めよ。
- (2) Fig. 3(c)に示す増幅回路について、以下の問に答えよ。ただし、2つのトランジスタの特性は同じであり、結合コンデンサ C_C およびバイパスコンデンサ C_E のインピーダンスは十分小さいものとする。
- (a) 微小信号等価回路を示せ。
 - (b) 電圧利得 $K_{V1} (= v_o/v_a)$ を求めよ。
 - (c) 電圧利得 $K_{V2} (= v_o/v_i)$ を求めよ。

2018年8月実施
問題3 電子工学
(2頁目/3頁中)

Answer the following questions on amplifier circuits using npn bipolar transistors. Use the circuit shown in Fig. 3(a) as a small-signal equivalent circuit of the transistor. If necessary, you may express $R_i//R_j$ for the resistances R_i and R_j connected in parallel by using the symbol $//$.

- (1) Answer the following questions on the amplifier circuit shown in Fig. 3(b). The properties of the two transistors are the same. Assume the impedances of the coupling condenser C_C and the bypass condenser C_E are negligible small.
 - (a) Explain the roles of the coupling condenser C_C and the bypass condenser C_E .
 - (b) Draw the small-signal equivalent circuit.
 - (c) Derive the voltage gain K_{V1} ($= v_o/v_a$).
 - (d) Derive the voltage gain K_{V2} ($= v_o/v_i$).

- (2) Answer the following questions on the amplifier circuit shown in Fig. 3(c). The properties of the two transistors are the same. Assume the impedances of the coupling condenser C_C and the bypass condenser C_E are negligible small.
 - (a) Draw the small-signal equivalent circuit.
 - (b) Derive the voltage gain K_{V1} ($= v_o/v_a$).
 - (c) Derive the voltage gain K_{V2} ($= v_o/v_i$).

2018年8月実施
 問題3 電子工学
 (3頁目/3頁中)

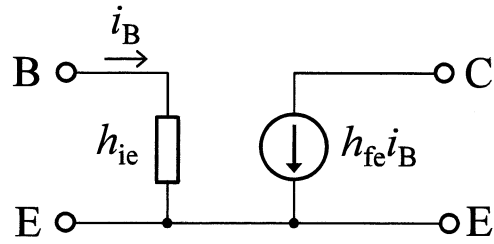


Fig. 3(a)

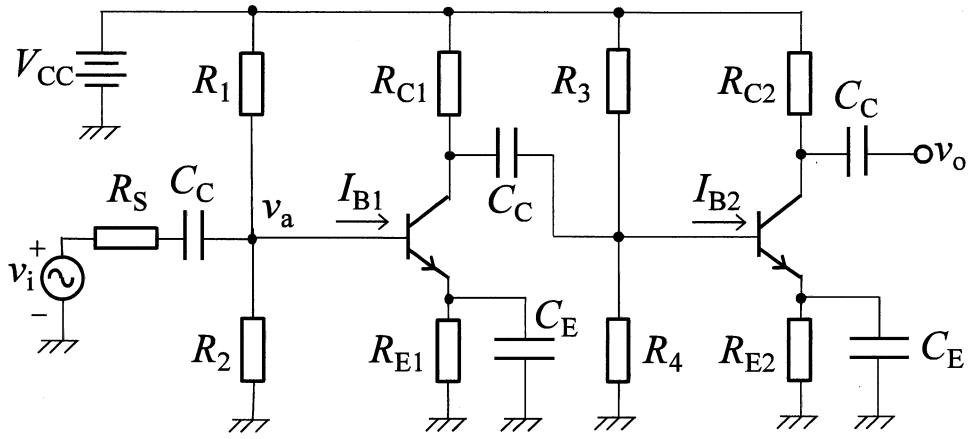


Fig. 3(b)

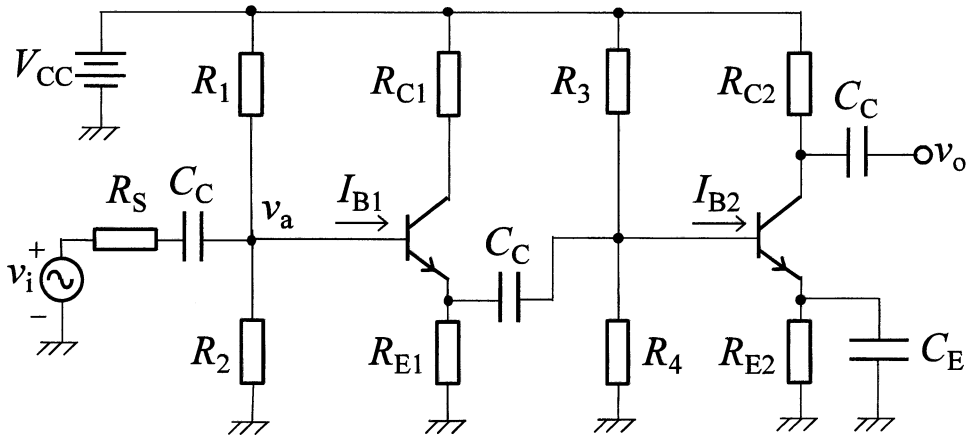


Fig. 3(c)

2018年8月実施
問題4 計算機1
(1頁目/2頁中)

3つの1ビット信号 $x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\}$ を入力として受け取り, 1ビット信号 $z \in \{0, 1\}$ を出力する組合せ回路について考える. 本回路においては, 3つの入力のうち2つのみが一致する時には1を出力し, それ以外の時には0を出力する. ここでは, 論理積(AND), 論理和(OR), 論理否定(NOT)の各演算子にはそれぞれ \cdot , $+$, $\bar{\quad}$ の記号を用いるものとする. 以下の間に答えよ.

- (1) この回路の真理値表(組合せ表)を示せ.
- (2) Table 4 の形式に従ってこの回路のカルノー図を完成させ, このカルノー図に対する最簡積和形論理式をすべて示せ. また, 最小数のANDゲート, 1つのORゲート, 3つのNOTゲートを用いて, それぞれの最簡積和形論理式に対応する回路図を1つずつ示せ. なお, ここで用いるANDゲートは2つの入力端子を有するが, ORゲートは3つ以上の入力端子を有していてもよい.
- (3) NANDゲートのみを用いて, この回路に対応する回路図を1つ示せ. なお, ここでは3つ以上の入力端子を有するNANDゲートを1個のみ使用してもよいが, それ以外は2つの入力端子を有するNANDゲートを用いる.

Consider a combinational logic circuit which receives three 1-bit signals $x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\}$ as inputs, and outputs a 1-bit signal $z \in \{0, 1\}$. In the circuit, when only two of the three inputs match, a signal 1 is output. Otherwise, a signal 0 is output. Here, operators for the logical conjunction (AND), disjunction (OR), and negation (NOT) should be shown by \cdot , $+$, and $\bar{\quad}$, respectively. Answer the following questions.

- (1) Show a truth table (combinational table) for the circuit.
- (2) Show a completed Karnaugh map for the circuit in the form of Table 4, then show all of the possible logical formulas for the Karnaugh map in the minimum sum-of-products form. Moreover, by using a minimum number of AND gates with an OR gate and three NOT gates, draw a circuit diagram corresponding to each logical formula in the minimum sum-of-products form. Here, all the AND gates have two inputs, while the OR gate may have three or more inputs.
- (3) Draw a circuit diagram for the circuit by using only NAND gates. Here, only one of the NAND gates may have three or more inputs, while the others have two inputs.

2018年8月実施
問題4 計算機1
(2頁目/2頁中)

Table 4

A coordinate system with a vertical y-axis and a horizontal x-axis. The label $x_1 x_2$ is placed in the upper-right quadrant, and the label x_3 is placed in the lower-left quadrant.

2018年 8月実施 問題5 計算機2 (1頁目 / 2頁中)

複数のプロセスを並行に動作させるシステムを考える。各プロセスはそのプロセス自身に局所的なひとつのレジスタ R を持つ。システムは全てのプロセスで共有する3個の大域記憶領域 S_0 , S_1 , および S_2 を提供する。レジスタおよび大域記憶領域はそれぞれ整数値をひとつ保持し、1に初期化される。システムにプログラム M が与えられると、システムは起動し、 M を実行するプロセスがひとつ作られる。プログラムは命令の列である。命令 I およびプログラム M の文法は以下の通りである。

$$I ::= S_i := R \mid R := S_i \mid R++ \mid \langle M \rangle \mid P_i \mid V_i$$

$$M ::= I; \dots; I$$

ここで、 $i \in \{0, 1, 2\}$ である。各命令の意味は以下の通りである。 $S_i := R$ はレジスタ R の値を大域記憶領域 S_i にコピーする。 $R := S_i$ は S_i の値を R にコピーする。 $R++$ は R に1を加える。 $\langle M \rangle$ は M を実行する新しいプロセスをひとつ作成する。 P_i と V_i は大域記憶領域をセマフォとして使用する命令である。 P_i は S_i の値が1以上のとき S_i から1を減じる。そうでないならばこの命令は実行可能ではなく、従ってプロセスは S_i の値が1以上になるまでブロックされる。 V_i は S_i に1を加える。プログラム中の各命令はプログラムの先頭から順に実行される。プロセスがプログラムの終端に達したとき、そのプロセスは終了する。全てのプロセスが終了したとき、システムは終了する。

動作できるプロセスは一度にひとつだけである。命令がひとつ実行された直後、システムは動作しているプロセスを切り替えることがある。次に動作するプロセスは次の命令が実行可能なプロセスの中から何らかの方法で選ばれる。次の命令は存在するがそのいずれも実行可能でないとき、システムはデッドロックに陥っており、従ってシステムは永久に終了しない。

このシステムにプログラム M が与えられたとき、プロセスの切り替え方にかかわらずシステムが終了するならば、 M は常に終了すると言う。例えば、プログラム

$$\langle R := S_0; S_2 := R \rangle; \langle R := S_0; R++; S_2 := R \rangle$$

は常に終了する。システムが終了した時の S_2 の値は1または2である。

以下の各プログラムについて、そのプログラムが常に終了するかどうか判定せよ。また、システムが終了したときに S_2 が取り得る値を全て求めよ。解答の根拠も示せ。

- (1) $\langle R := S_2; R++; S_2 := R \rangle$
- (2) $\langle R := S_2; R++; S_2 := R \rangle; \langle R := S_2; R++; S_2 := R \rangle$
- (3) $\langle P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0 \rangle; \langle P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0 \rangle$
- (4) $\langle P_0; P_1; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0; V_1 \rangle; \langle P_1; P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0; V_1 \rangle$
- (5) $P_0; \langle P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_1 \rangle; \langle P_1; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0 \rangle$

2018年8月実施
問題5 計算機2
(2頁目 / 2頁中)

Consider a system that runs multiple processes concurrently. Each process has a register R that is local to the process itself. The system provides three global memories S_0 , S_1 , and S_2 that are shared among all the processes. Each of the registers and global memories holds an integer value and is initialized to 1. When a program M is given to the system, the system starts and a process that executes M is created. A program is a sequence of instructions. The syntax of instructions I and programs M is given below:

$$I ::= S_i := R \mid R := S_i \mid R++ \mid \langle M \rangle \mid P_i \mid V_i$$

$$M ::= I; \dots; I$$

where $i \in \{0, 1, 2\}$. The semantics of each instruction is as follows. $S_i := R$ copies the value of the register R to the memory S_i . $R := S_i$ copies the value of S_i to R . $R++$ increments 1 to R . $\langle M \rangle$ creates a new process that executes M . P_i and V_i are instructions that use a global memory as a semaphore. P_i decrements 1 from S_i if the value of S_i is greater than or equal to 1. Otherwise, this instruction is not executable and therefore the process is blocked until the value of S_i becomes greater than or equal to 1. V_i increments 1 to S_i . Each instruction in a program is executed sequentially from the beginning of the program. When a process reaches the end of the program, the process terminates. When all the processes have terminated, the system terminates.

Only one process may run at a time. Just after each instruction has been executed, the system may switch the running process. The process to run next time is somehow selected from among the processes whose next instructions are executable. If there are next instructions but none of them is executable, the system is in deadlock and therefore the system never terminates.

When a program M is given to the system, if the system terminates regardless of how the processes are switched, we say that M always terminates. For example, the program

$$\langle R := S_0; S_2 := R \rangle; \langle R := S_0; R++; S_2 := R \rangle$$

always terminates. When the system terminates, the value of S_2 is either 1 or 2.

For each of the following programs, determine whether or not the program always terminates, and give all the possible values of S_2 when the system terminates. Justify your answer.

- (1) $\langle R := S_2; R++; S_2 := R \rangle$
- (2) $\langle R := S_2; R++; S_2 := R \rangle; \langle R := S_2; R++; S_2 := R \rangle$
- (3) $\langle P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0 \rangle; \langle P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0 \rangle$
- (4) $\langle P_0; P_1; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0; V_1 \rangle; \langle P_1; P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0; V_1 \rangle$
- (5) $P_0; \langle P_0; R := S_2; R++; S_2 := R; V_1 \rangle; \langle P_1; R := S_2; R++; S_2 := R; V_0 \rangle$

2018年8月実施 問題6 物理専門 (1頁目/2頁中)

ハミルトニアン \hat{H} が次式で与えられる量子系を考える。

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V} \quad (6A)$$

ただし,

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m}, \quad \hat{V} = \frac{1}{2}k\hat{x}^2 \quad (6B)$$

である。ここで、 m と k はそれぞれ粒子の質量と正の定数である。 \hat{x} と \hat{p} はそれぞれ位置演算子と運動量演算子であり、次式を満たす。

$$[\hat{x}, \hat{p}] = \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar \quad (6C)$$

ただし、 i と \hbar は虚数単位とプランク定数を 2π で割った数である。さらに、この系の規格化された状態ベクトル $|\psi\rangle$ に対して、 $|f\rangle$ と $|g\rangle$ を次のように定義する。

$$|f\rangle = (\hat{x} - \langle\hat{x}\rangle)|\psi\rangle, \quad |g\rangle = (\hat{p} - \langle\hat{p}\rangle)|\psi\rangle \quad (6D)$$

ここで、任意の演算子 \hat{A} の期待値は

$$\langle\hat{A}\rangle = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle \quad (6E)$$

と与えられる。以下の間に答えよ。

- (1) 次式が成り立つことを示せ。

$$\langle f|g\rangle = \langle\hat{x}\hat{p}\rangle - \langle\hat{x}\rangle\langle\hat{p}\rangle \quad (6F)$$

- (2) $|\psi\rangle$ に対する \hat{x} と \hat{p} の分散はそれぞれ $\sigma_x^2 = \langle f|f\rangle$, $\sigma_p^2 = \langle g|g\rangle$ と与えられる。 $\sigma_x^2\sigma_p^2$ の下限値を求めよ。次の関係が成り立つことに注意せよ。

$$\langle f|f\rangle\langle g|g\rangle \geq |\langle f|g\rangle|^2 \quad (6G)$$

$$|z|^2 \geq \left(\frac{1}{2i}(z - z^*)\right)^2 \quad (6H)$$

ただし、 z は任意の複素数、 z^* は z の複素共役である。

- (3) 演算子 \hat{A} が陽には時間に依存しないとし、期待値 $\langle\hat{A}\rangle$ の時間微分が次式のように与えられることを示せ。

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{A}\rangle = \frac{i}{\hbar}\langle[\hat{H}, \hat{A}]\rangle \quad (6I)$$

ただし、 $[\hat{H}, \hat{A}] = \hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}$ である。

- (4) $\hat{x}\hat{p}$ が陽には時間に依存しないとし、期待値 $\langle\hat{x}\hat{p}\rangle$ の時間微分を $\langle\hat{T}\rangle$ と $\langle\hat{V}\rangle$ を用いて表せ。さらに、この系が定常状態にあるとき、 $\langle\hat{T}\rangle$ と $\langle\hat{V}\rangle$ の関係を示せ。

2018年8月実施
問題6 物理専門
(2頁目 / 2頁中)

Consider a quantum system whose Hamiltonian \hat{H} is given by the following equation:

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}, \quad (6A)$$

where

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m}, \quad \hat{V} = \frac{1}{2}k\hat{x}^2. \quad (6B)$$

Here, m and k are the mass of a particle and a positive constant, respectively. \hat{x} and \hat{p} are the position and momentum operators, respectively, and they satisfy the following equation:

$$[\hat{x}, \hat{p}] = \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar, \quad (6C)$$

where i and \hbar are the imaginary unit and the Planck constant divided by 2π , respectively. Moreover, for a normalized state vector $|\psi\rangle$ of this system, let us define $|f\rangle$ and $|g\rangle$ as follows:

$$|f\rangle = (\hat{x} - \langle\hat{x}\rangle)|\psi\rangle, \quad |g\rangle = (\hat{p} - \langle\hat{p}\rangle)|\psi\rangle. \quad (6D)$$

Here, the expectation value of an arbitrary operator \hat{A} is given by

$$\langle\hat{A}\rangle = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle. \quad (6E)$$

Answer the following questions.

- (1) Show that the following equation holds:

$$\langle f|g\rangle = \langle\hat{x}\hat{p}\rangle - \langle\hat{x}\rangle\langle\hat{p}\rangle. \quad (6F)$$

- (2) The variances of \hat{x} and \hat{p} for $|\psi\rangle$ are given by $\sigma_x^2 = \langle f|f\rangle$ and $\sigma_p^2 = \langle g|g\rangle$, respectively. Obtain the lower limit value of $\sigma_x^2\sigma_p^2$. Note that the following relations hold:

$$\langle f|f\rangle\langle g|g\rangle \geq |\langle f|g\rangle|^2, \quad (6G)$$

$$|z|^2 \geq \left(\frac{1}{2i}(z - z^*)\right)^2, \quad (6H)$$

where z is an arbitrary complex number, and z^* is the complex conjugate of z .

- (3) Suppose that an operator \hat{A} does not explicitly depend on time, and show that the time derivative of the expectation value $\langle\hat{A}\rangle$ is given by the following equation:

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{A}\rangle = \frac{i}{\hbar}\langle[\hat{H}, \hat{A}]\rangle, \quad (6I)$$

where $[\hat{H}, \hat{A}] = \hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}$.

- (4) Suppose that $\hat{x}\hat{p}$ does not explicitly depend on time, and express the time derivative of the expectation value $\langle\hat{x}\hat{p}\rangle$ in terms of $\langle\hat{T}\rangle$ and $\langle\hat{V}\rangle$. Moreover, show the relation between $\langle\hat{T}\rangle$ and $\langle\hat{V}\rangle$ when the system is in a stationary state.