2024 年 2 月 28 日　9：40－10：40

大学院工学研究科	電気エネルギーシステム専攻 通信工学専攻 電子工学専攻
大学院情報科学研究科	情報・生命系群
大学院医工学研究科	工学系コース電気・情報系

大学院入学試験問題

基礎科目
Basic Subjects

注意：　６設問中，２問題を選んで，答案用紙（問題ごとに１枚）に解答せよ．答案用紙が不足する場合は裏面を使って良い．問題は和文と英文を併記してある．

Attention:　Choose 2 questions out of the following 6 questions and answer each of them on a separate answer sheet. You may use the backside. Questions are written in both Japanese and English.

2024 年 2・3 月実施
問題 1　電磁気学
（１頁目／２頁中）

(1) 電界$\boldsymbol{E}$, 電束密度$\boldsymbol{D}$, 磁界$\boldsymbol{H}$, 磁束密度$\boldsymbol{B}$, 電流密度$\boldsymbol{i}$, 電荷密度ρを用いて，等方性媒質中におけるマクスウェルの方程式（電界および磁界に関するガウスの法則，ファラデーの電磁誘導の法則，アンペアーマクスウェルの法則）を微分形で記述せよ．等方性媒質中の誘電率，および透磁率はそれぞれε, μとする．

また，マクスウェルの方程式より，微分形の電磁界のエネルギー保存則を導出し，その物理的意味を簡潔に説明せよ．必要であれば，ベクトル公式 $\nabla\cdot(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}) = \boldsymbol{H}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{E}) - \boldsymbol{E}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{H})$を用いよ．

(2) Fig. 1 の円筒座標系（r, ϕ, z）に示すように，等方性媒質中に内半径a, 外半径bの無限に長い中空円筒導体（等方性媒質）がある．この導体のz軸の正の方向に電流Iを一様に流すとき，次の問に答えよ．ただし，$a < b$であり，この導体の導電率をσとする．また，電界および磁界の時間変化はないものとする．

(a) $r < a$, $a \le r \le b$, $b < r$のそれぞれの領域におけるϕ方向の磁界H_ϕの大きさを，アンペアの法則を用いて求めよ．

(b) 中空円筒導体中（$a \le r \le b$）の z軸の正の方向の電界E_zの大きさを求めよ．

(c) 中空円筒導体の外側側面における（$r = b$），ポインティングベクトル$\boldsymbol{S}$の大きさとその方向を求めよ．

(d) 単位長さ（z軸方向），単位時間当たりに中空円筒導体に流入する電磁エネルギーの大きさは，単位長さ（z軸方向），単位時間当たりに導体内部で消費されるジュール熱と等しくなることを示せ．

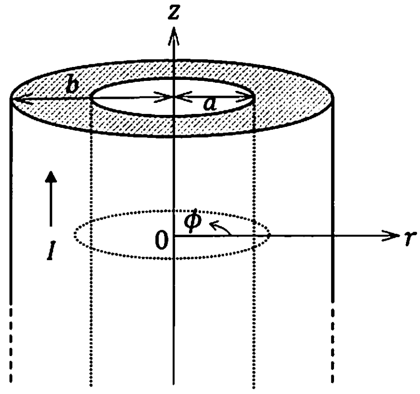

Fig. 1

2024 年 2・3 月実施
問題 1　電磁気学
（２頁目／２頁中）

(1) Describe Maxwell's equations (Gauss's laws for electric and magnetic fields, Faraday's law of electromagnetic induction and Ampère-Maxwell's law) in an isotropic medium in differential forms using an electric field $\boldsymbol{E}$, an electric flux density $\boldsymbol{D}$, a magnetic field $\boldsymbol{H}$, a magnetic flux density $\boldsymbol{B}$, a current density $\boldsymbol{i}$ and an electric charge density ρ. The permittivity and permeability in the isotropic medium are ε and μ, respectively.

Furthermore, derive the law for the conservation of energy of the electromagnetic field from Maxwell's equations in differential forms, and briefly explain its physical meaning. If necessary, use the vector formula $\nabla \cdot (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) = \boldsymbol{H} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{E}) - \boldsymbol{E} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H})$.

(2) As shown in the cylindrical coordinate system $(r,\ \phi,\ z)$ of Fig. 1, there is an infinitely long coaxial hollow cylindrical conductor (isotropic medium) with an inner radius a, and an outer radius b in an isotropic medium. Answer the following questions, when a uniform current I flows through the conductor along the positive direction of the z-axis. Here, $a < b$ and the conductivity of the conductor is σ. Furthermore, there is no time change in the electric and magnetic fields.

(a) Find the magnitude of the magnetic field H_ϕ in the ϕ direction in each of the regions $r < a$, $a \le r \le b$, and $b < r$ using Ampère's law.
(b) Find the magnitude of the electric field E_z along the positive direction of the z-axis in the hollow cylindrical conductor ($a \le r \le b$).
(c) Find the magnitude and direction of the Poynting vector $\boldsymbol{S}$ on the outer side of the hollow cylindrical conductor ($r = b$).
(d) Show that the amount of electromagnetic energy that flows into the hollow cylindrical conductor per unit length (z-axis direction) and unit time is equal to the Joule heat consumed inside the conductor per unit length (z-axis direction) and unit time.

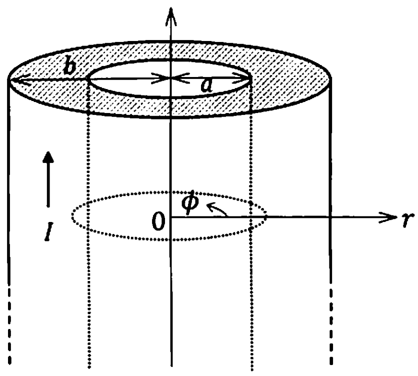

Fig. 1

2024 年 2・3 月実施
問題 2　電気回路
(1 頁目／4 頁中)

(1) Fig. 2(a)の回路において，交流電源の電圧は E [V]，端子 a-b 間，b-c 間の電圧はそれぞれ V_1, V_2 [V]である．電流 I_1 [A] は並列回路により電流 I_2, I_3 [A] に分流される．電流 I_2 の実効値は 1 A である．電流 I_2 をフェーザの基準とする．交流電源の角周波数は 100 rad/s, 抵抗は $R = 1\ \Omega$, キャパシタンスは C [F], インダクタンスは L [H]である．以下の問に答えよ．

(a) $C = 1/100$ F, $L = 1/100$ H のとき，I_1, I_2, I_3, V_1, V_2, Eのフェーザ図を描け．また，回路全体における有効電力 P_eと無効電力 P_r，ならびに力率 $\cos\theta$を求めよ．

(b) $C = 1/25$ F のとき，回路が誘導性となる L の値の範囲を求めよ．

(2) Fig. 2(b)の回路において，交流電源の電圧は E [V]，角周波数は ω [rad/s]，自己インダクタンスは L_1, L_2 [H]，相互インダクタンスは M [H]である．端子 c-d 間の電圧は V_2 [V]，端子 a, c を図中の矢印の向きに流れる電流はそれぞれ I_1, I_2 [A]である．$M^2 < L_1 L_2$ を満たすとし，以下の問に答えよ．

(a) Fig. 2(b)の回路は Fig. 2(c)の回路と等価であることを示せ．

(b) Fig. 2(b)の回路の端子 c-d 間を短絡したとき，端子 a-b 間から見た入力インピーダンス$Z_{\mathrm{ab}} = E/I_1$を，ω, L_1, L_2, Mを用いて表せ．

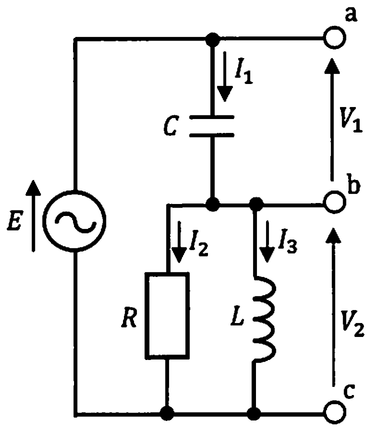

Fig. 2(a)

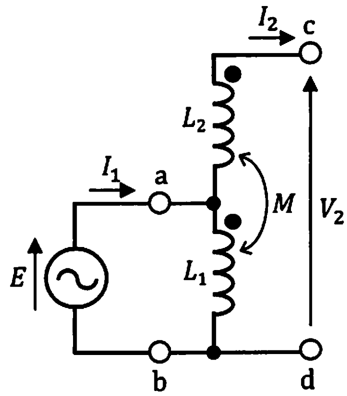

Fig. 2(b)

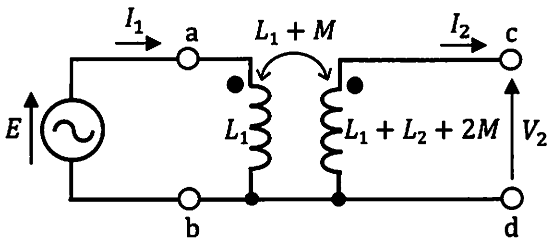

Fig. 2(c)

2024 年 2・3 月実施
問題 2　電気回路
(3 頁目／4 頁中)

(1) For the circuit shown in Fig. 2(a), the voltage of the AC power source is E [V], the voltages between terminals a and b, and between b and c, are V_1 and V_2 [V], respectively. The current I_1 [A] is divided into currents I_2 and I_3 [A] in the parallel circuit. The effective value of the current I_2 is 1 A. The current I_2 is the reference phasor. The angular frequency of the AC power source is 100 rad/s, the resistance is $R = 1\ \Omega$, the capacitance is C [F], and the inductance is L [H]. Answer the following questions.

(a) Assuming $C = 1/100$ F and $L = 1/100$ H, draw the phasor diagrams of I_1, I_2, I_3, V_1, V_2, and E. In addition, find the effective power P_e, reactive power P_r, and power factor $\cos\theta$ of the whole circuit.

(b) Assuming $C = 1/25$ F, find the range of values of L over which the circuit becomes inductive.

(2) For the circuit shown in Fig. 2(b), the voltage of the AC power source is E [V], the angular frequency is ω [rad/s], the self-inductances are L_1 and L_2 [H], and the mutual inductance is M [H]. The voltage between terminals c and d is V_2 [V], and the currents flowing through terminals a and c in the directions of the arrows in the figure are I_1 and I_2 [A], respectively. Assuming $M^2 < L_1 L_2$, answer the following questions.

(a) Prove that the circuit shown in Fig. 2(b) is equivalent to the circuit shown in Fig. 2(c).

(b) When terminals c and d in the circuit shown in Fig. 2(b) are shorted, express the input impedance $Z_{\mathrm{ab}} = E/I_1$ between terminals a and b in terms of ω, L_1, L_2, and M.

2024 年 2・3 月実施
問題 2　電気回路
（4 頁目／4 頁中）

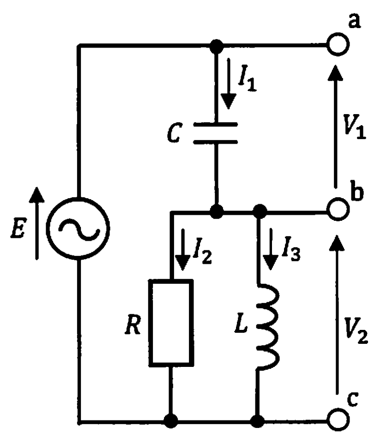

Fig. 2(a)

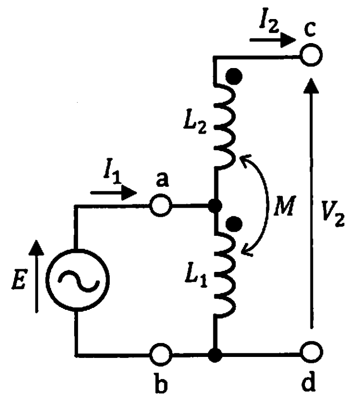

Fig. 2(b)

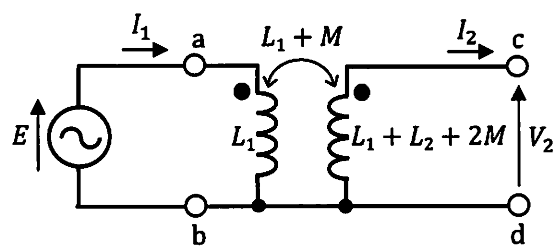

Fig. 2(c)

2024年 2·3月実施
問題3 情報基礎1
(1頁目／1頁中)

$x, y, z \in \{0,1\}$ を考え，$\cdot, +, \overline{\ }$ は，それぞれ論理積（AND），論理和（OR），否定（NOT）の演算を表すとする．3変数多数決関数 $M(x,y,z)$ は，入力変数 x, y, z のうち，2つまたは3つが1のときに真(1)を出力し，それ以外のときには偽(0)を出力する関数である．また，3変数パリティ関数 $P(x,y,z)$ は入力変数のうち奇数個が1のときに真を出力し，それ以外のときには偽を出力する関数である．以下の問に答えよ．

(1) $M(x,y,z)$ の積和標準形と和積標準形を示せ．

(2) $P(x,y,z)$ は，$M(x,y,z)$ と否定演算を用いて表現できる．この命題の証明として，$z=0$ と $z=1$ の各々において，次式が成立することを示せ．

$$P(x,y,z) = M(M(\overline{x},\overline{y},\overline{z}), M(x,y,\overline{z}), z) \tag{3A}$$

(3) ある論理関数について，出力が真となる入力ベクトルの数と，出力が偽となる入力ベクトルの数が等しいとき，その論理関数を中立関数と呼ぶ．例えば，$P(x,y,z)$ は，8通りの入力ベクトルのうち4つ $\{(0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,1,1)\}$ に対して真を出力し，これ以外の4つのベクトルに対して偽を出力するため，$P(x,y,z)$ は中立関数である．

(a) 相異なる3変数中立関数の個数を示せ．

(b) 次の記述の真偽を判定し，根拠とともに示せ．
「任意の3変数中立関数は，$M(x,y,z)$ と否定演算を用いて表現できる.」

Consider $x, y, z \in \{0,1\}$, and let $\cdot, +, \overline{\ }$ denote AND, OR, and NOT operators, respectively. The 3-variable majority function $M(x,y,z)$ outputs true (1) when two or three of the input variables x, y, and z are 1, and false (0) otherwise. The 3-variable parity function $P(x,y,z)$ outputs true when an odd number of the input variables is 1, and false otherwise. Answer the following questions.

(1) Show a canonical sum-of-products form and a canonical product-of-sums form of $M(x,y,z)$.

(2) $P(x,y,z)$ can be expressed in terms of $M(x,y,z)$ and the NOT operator. As a proof of this proposition, show that the following equation holds for each of $z=0$ and $z=1$.

$$P(x,y,z) = M(M(\overline{x},\overline{y},\overline{z}), M(x,y,\overline{z}), z) \tag{3A}$$

(3) A logic function is referred to as a neutral function if the number of input vectors for a true output is equal to that for a false output. For example, $P(x,y,z)$ is a neutral function, because $P(x,y,z)$ outputs true for 4 of the 8 input vectors $\{(0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,1,1)\}$ and false for the other 4 vectors.

(a) Give the number of distinct neutral 3-variable functions.

(b) Determine whether the following statement is true or false, and justify your answer.
"Any 3-variable neutral function can be expressed in terms of $M(x,y,z)$ and the NOT operator."

2024年2・3月実施
問題4　情報基礎2

任意の集合 X と Y に対し，直積 $X \times Y$ は以下のように定義される．

$$X \times Y = \{ (x,y) \mid x \in X, y \in Y \}$$

ここで (x,y) は x と y の順序対を意味する．

任意の集合 A, B, C, D について考える．以下の各等式が成り立つか否か，それぞれ根拠とともに示せ．

(1) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(2) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

(3) $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$

For any sets X and Y, the Cartesian product $X \times Y$ is defined as follows:

$$X \times Y = \{ (x,y) \mid x \in X, y \in Y \},$$

where (x,y) means the ordered pair of x and y.

Consider any sets A, B, C, and D. Determine whether each of the following equations holds or not, and justify your answers.

(1) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(2) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

(3) $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$

2024 年 2・3 月実施
問題５　物理基礎
（１頁目／２頁中）

Fig. 5 に示すように，長さ $2a$，質量 M の一様な棒が，両端 A，B に結んである長さ l の 2 本の糸で水平な天井からつるされている．棒をつり下げている 2 本の糸は鉛直と平行で，棒は静止している．時刻 $t = 0$ において B 端の糸が切れた直後の運動について以下の問に答えよ．

ここで，糸をつるした天井の点 C，D の中点 O を原点とし，水平左向きに x 軸，鉛直下向きに y 軸をとり，A 端の糸が鉛直下向きとなす角度を θ，棒が水平に対し傾いた角度を φ とする．ここで，$\theta, \varphi, \frac{d\theta}{dt}, \frac{d\varphi}{dt}, \frac{d^2\theta}{dt^2}, \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ に関して 2 次以上の項は無視できるものとする．また，糸の重さ，棒の太さは無視できるものとし，鉛直下向きの重力加速度の大きさを g とする．

(1) 糸が切れた直後の運動における棒の重心 G の座標(x, y)と角度 θ，φ の関係を求めよ．
(2) 棒の重心運動に関する運動方程式，および棒の重心まわりの回転に関する運動方程式を求めよ．ここで，A 端の糸にはたらく張力の大きさを T とせよ．
(3) A 端の糸にはたらく張力の大きさ T を求めよ．
(4) θ と φ を t の関数として求め，棒がどのような運動をするか説明せよ．

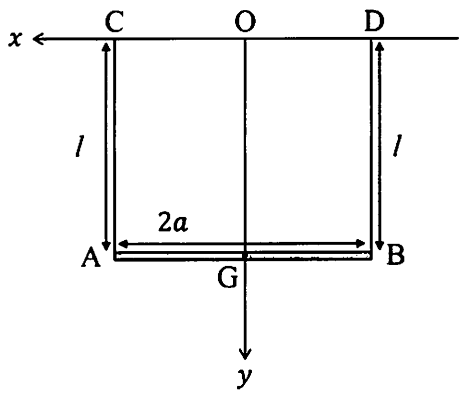

Fig. 5

2024 年 2・3 月実施
問題５　物理基礎
（２頁目／２頁中）

As shown in Fig. 5, a uniform rod of length $2a$ and mass M is suspended from a horizontal ceiling by two strings of length l tied at the ends A and B. The two strings suspending the rod are parallel to the vertical and the rod is at rest. Answer the following questions about the motion immediately after the string at end B breaks at time $t = 0$.

Here, the origin is the midpoint O of points C and D on the ceiling where the strings are hung, the x-axis is horizontal to the left, the y-axis is vertical downward, θ is the angle that the string at end A makes with the vertical downward, and φ is the angle of inclination of the rod with respect to the horizontal. Here, terms above the second order with respect to $\theta, \varphi, \frac{d\theta}{dt}, \frac{d\varphi}{dt}, \frac{d^2\theta}{dt^2}, \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ can be neglected. Furthermore, the weight of the string and the thickness of the rod can be neglected, and the magnitude of the vertical downward acceleration of gravity is g.

(1) Find the relationship between the coordinates (x, y) of the center of gravity G of the rod and the angles θ, φ for the motion immediately after the string breaks.

(2) Find the equations of motion for the motion of the center of gravity of the rod, and the equation of motion for the rotation around the center of gravity of the rod. Here, let T be the magnitude of the tension in the string at end A.

(3) Find the magnitude of the tension T in the string at end A.

(4) Find θ and φ as a function of t and explain how the rod moves.

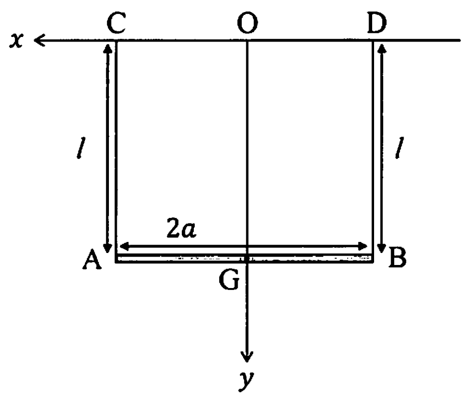

Fig. 5

2024 年 2・3 月実施
問題 6　数学基礎
(1 頁目／1 頁中)

次の関数を考える.

$$f(t)=\begin{cases}(at-b)^c & \text{if } t\geq \dfrac{b}{a}\\ 0 & \text{if } t<\dfrac{b}{a}\end{cases}$$

ただし, a 及び b は正の実数であり, c は非負整数である. また, t は実数であり, $0^0=1$とする. 関数$f(t)$のラプラス変換を

$$F(p)=\mathcal{L}[f(t)]=\int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt$$

と定義する. ただし, pは実部が正であるような複素数である. 以下の問に答えよ.

(1) $c=0$, $c=1$, 及び $c=2$ の場合について, $f(t)$ の概形を描け.

(2) $c=0$, $c=1$, 及び $c=2$ の場合について, $F(p)$ を求めよ.

(3) 数学的帰納法を用いて, 任意の c について, $F(p)$ を求めよ.

Consider the following function.

$$f(t)=\begin{cases}(at-b)^c & \text{if } t\geq \dfrac{b}{a}\\ 0 & \text{if } t<\dfrac{b}{a}\end{cases}$$

Here, a and b are positive real numbers, and c is a non-negative integer. In addition, t is a real number and let $0^0=1$. Let

$$F(p)=\mathcal{L}[f(t)]=\int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt$$

be the Laplace transform of the function $f(t)$, where p is a complex number with a positive real part. Answer the following questions.

(1) Sketch the functions $f(t)$ for the cases when $c=0$, $c=1$, and $c=2$.

(2) Find $F(p)$ for the cases when $c=0$, $c=1$, and $c=2$.

(3) Using mathematical induction, find $F(p)$ for arbitrary c.