

2026年3月3日 9:40-12:10

大学院工学研究科	電気エネルギーシステム専攻
	通信工学専攻
	電子工学専攻
大学院医工学研究科	工学系コース電気・情報系

## 大学院入学試験問題

### 基礎専門科目

## Basic and Specialized Subjects

注意： 問題1～6の中から3問題を選んで、答案用紙（問題ごとに1枚）に解答せよ。答案用紙が不足する場合は裏面を使って良い。問題は和文と英文を併記してある。

**Attention:** Choose three questions out of Questions No. 1-6 and answer each of them on a separate answer sheet. You may use the backside. Questions are written in both Japanese and English.

---

2026年3月3日 9:40–11:20

大学院情報科学研究科 情報・生命系群

## 大学院入学試験問題

### 基礎専門科目

## Basic and Specialized Subjects

注意： 問題1～6の中から2問題を選んで、答案用紙（問題ごとに1枚）に解答せよ。答案用紙が不足する場合は裏面を使って良い。問題は和文と英文を併記してある。

**Attention:** Choose two questions out of Questions No. 1–6 and answer each of them on a separate answer sheet. You may use the backside. Questions are written in both Japanese and English.

2026 年 3 月実施  
 問題 1 電磁気学  
 (1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 1 に示すように、真空中に、無限に長い直線導体が  $z$  軸上に置かれている。直線導体には電流  $I$  が  $z$  軸の正の向きに流れている。また、正方形の形をした一辺の長さ  $a$  のループ導体 ABCD が、 $xz$  平面上で  $z$  軸からの距離  $r$  ( $r > 0$ ) の位置に置かれている。ループ導体の辺 AD は直線導体に平行である。ループ導体一辺の抵抗を  $R$  とし、次の間に答えよ。ただし、真空の透磁率を  $\mu_0$  とし、各導体の断面積およびループ導体の自己インダクタンスは無視できるものとする。

- (1)  $I = kt$  とする。次の間に答えよ。ここで  $k$  は定数 ( $k > 0$ )、 $t$  は時刻 ( $t > 0$ ) である。
- (a) 直線導体とループ導体の間の相互インダクタンス  $M$  を求めよ。
  - (b) ループ導体に誘起される起電力  $V_L$  を求めよ。また、ループ導体に流れる電流  $I_L$  の大きさと向きを求めよ。
- (2)  $I$  は一定で  $I = I_0$  ( $I_0 > 0$ ) とする。ループ導体を  $x$  軸の正の方向に等速  $v_0$  で動かすとき、次の間に答えよ。
- (a) 誘導起電力によりループ導体に流れる電流  $I_L$  の大きさと向きを求めよ。
  - (b) ループ導体で単位時間あたりに発生するジュール熱  $W_1$  を求めよ。
  - (c) ループ導体に働く力  $F$  の大きさと向きを求めよ。
  - (d) ループ導体は外力により等速  $v_0$  で運動している。このとき外力がなす単位時間あたりの仕事  $W_2$  を求め、 $W_1$  と比較せよ。

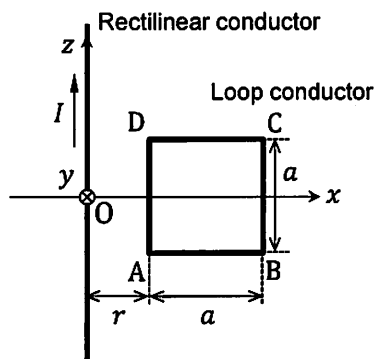


Fig. 1

2026 年 3 月 実施  
 問題 1 電磁気学  
 (2 頁目 / 2 頁中)

As shown in Fig. 1, an infinitely long rectilinear conductor is placed in vacuum on the  $z$ -axis. A current  $I$  flows in the rectilinear conductor in the positive  $z$  direction. Also, a square loop conductor ABCD with side length  $a$  is located in the  $xz$ -plane at a distance  $r$  ( $r > 0$ ) from the  $z$ -axis. The side AD of the loop conductor is parallel to the rectilinear conductor. Let the resistance of one side of the loop conductor be  $R$ , and answer the following questions. Here, let  $\mu_0$  be the permeability of vacuum, and assume that the cross-sectional area of the conductors and the self-inductance of the loop conductor can be ignored.

- (1) Assume that  $I = kt$ . Answer the following questions. Here,  $k$  is a constant ( $k > 0$ ), and  $t$  is the time ( $t > 0$ ).
  - (a) Find the mutual inductance  $M$  between the rectilinear conductor and the loop conductor.
  - (b) Find the electromotive force  $V_L$  induced in the loop conductor. Also find the magnitude and direction of the current  $I_L$  flowing in the loop conductor.
- (2) Assume that  $I$  is constant and  $I = I_0$  ( $I_0 > 0$ ). When the loop conductor is moved at a constant speed  $v_0$  in the positive  $x$ -direction, answer the following questions.
  - (a) Find the magnitude and direction of the current  $I_L$  flowing in the loop conductor due to the induced electromotive force.
  - (b) Find the Joule heat  $W_1$  generated in the loop conductor per unit time.
  - (c) Find the magnitude and direction of the force  $\mathbf{F}$  acting on the loop conductor.
  - (d) The loop conductor is moved by an external force at a constant speed  $v_0$ . Find the work per unit time  $W_2$  done by the external force, and compare  $W_2$  with  $W_1$ .

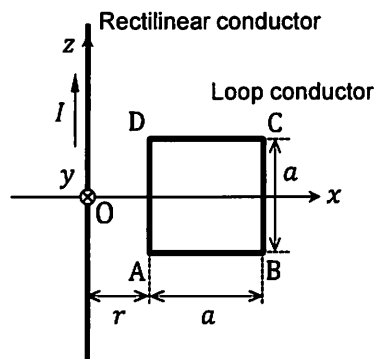


Fig. 1

2026年3月実施  
問題2 電気回路  
(1頁目/2頁中)

二端子対網の入力端子対 1-1' と出力端子対 2-2' に、電圧源と負荷抵抗  $R_L$  [ $\Omega$ ] をそれぞれ接続する。電圧源の電圧フェーザを  $V_s$  [V]、角周波数を  $\omega$  [rad/s]、内部抵抗を  $R_s$  [ $\Omega$ ] とする。端子対 1-1' と 2-2' の電圧フェーザをそれぞれ  $V_1$  [V]、 $V_2$  [V]、端子 1 と 2 における電流フェーザをそれぞれ  $I_1$  [A]、 $I_2$  [A] とし、 $V_s$  に対する  $V_2$  の比を  $H(\omega) = V_2/V_s$ 、1-1' から二端子対網側を見た入力インピーダンスを  $Z_{in}(\omega)$  [ $\Omega$ ] とする。虚数単位を  $j$  とし、以下の問に答えよ。

(1) Fig. 2(a) に示すようなインピーダンス  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  の素子からなる二端子対網の縦続行列 (K 行列または F 行列) が  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$  で与えられるものとする。ここで、 $Z_1 = Z_3 = Z$  [ $\Omega$ ]、 $Z_2 = 1/Y$  [ $\Omega$ ] である。

- (a)  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  を  $Z$ 、 $Y$  を用いて表せ。
- (b)  $H(\omega)$  を  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $R_s$ 、 $R_L$  のうち必要な変数を用いて表せ。
- (c)  $Z_{in}(\omega)$  を  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $R_s$ 、 $R_L$  のうち必要な変数を用いて表せ。
- (d)  $Z = j\omega L_0$  ( $L_0 = 10$  [ $\mu\text{H}$ ])、 $Y = j\omega C_0$  ( $C_0 = 100$  [ $\text{nF}$ ]) とする。また、電圧源の内部抵抗および負荷抵抗は、それぞれ  $R_s = 0$ 、 $R_L = 50$  [ $\Omega$ ] とする。
  - (i)  $\omega = 0$  における  $H(\omega)$  と  $Z_{in}(\omega)$  を求めよ。
  - (ii)  $\omega = 1/\sqrt{L_0 C_0}$  における  $H(\omega)$  と  $Z_{in}(\omega)$  を求めよ。
  - (iii)  $|H(\omega)|$  の周波数応答の概略図を示せ。

(2) Fig. 2(b) の回路で、 $R_s = 0$ 、 $R_L = 50$  [ $\Omega$ ]、 $\omega = 10^6$  [rad/s] における  $H(\omega)$  を求めよ。

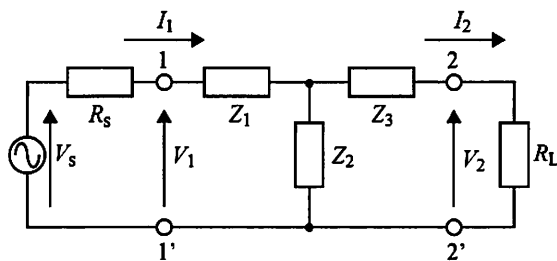


Fig. 2(a)

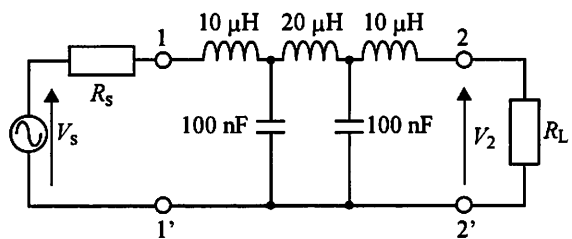


Fig. 2(b)

Question No. 2: Electrical circuits (2/2)

2026年3月実施  
問題2 電気回路  
(2頁目/2頁中)

A voltage source and a load resistance  $R_L$  [ $\Omega$ ] are connected to an input terminal pair 1-1' and an output terminal pair 2-2' of a two-terminal-pair network, respectively. Let the voltage phasor, the angular frequency, and the internal resistance of the voltage source be  $V_s$  [V],  $\omega$  [rad/s], and  $R_s$  [ $\Omega$ ], respectively. The voltage phasors at the terminal pairs 1-1' and 2-2' are denoted by  $V_1$  [V] and  $V_2$  [V], respectively, and the current phasors at the terminals 1 and 2 are denoted by  $I_1$  [A] and  $I_2$  [A], respectively. The ratio of  $V_2$  to  $V_s$  and the input impedance viewed from 1-1' towards the two-terminal-pair-network side are defined as  $H(\omega) = V_2/V_s$  and  $Z_{in}(\omega)$  [ $\Omega$ ], respectively. Let  $j$  denote the imaginary unit and answer the following questions.

(1) The cascade matrix (K matrix or F matrix) of the two-terminal-pair network shown in Fig. 2(a), consisting of the elements with impedances of  $Z_1$ ,  $Z_2$ , and  $Z_3$ , is given by  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ . Here,  $Z_1 =$

$$Z_3 = Z \text{ } [\Omega], \quad Z_2 = 1/Y \text{ } [\Omega].$$

- Express  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , and  $D$  in terms of  $Z$  and  $Y$ .
- Express  $H(\omega)$  in terms of  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $R_s$ , and  $R_L$  as necessary.
- Express  $Z_{in}(\omega)$  in terms of  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $R_s$ , and  $R_L$  as necessary.
- Assume  $Z = j\omega L_0$  ( $L_0 = 10$  [ $\mu\text{H}$ ]) and  $Y = j\omega C_0$  ( $C_0 = 100$  [nF]). The internal resistance of the voltage source and the load resistance are  $R_s = 0$  and  $R_L = 50$  [ $\Omega$ ], respectively.
  - Determine  $H(\omega)$  and  $Z_{in}(\omega)$  at  $\omega = 0$ .
  - Determine  $H(\omega)$  and  $Z_{in}(\omega)$  at  $\omega = 1/\sqrt{L_0 C_0}$ .
  - Sketch the frequency response diagram of  $|H(\omega)|$ .

(2) For the circuit shown in Fig. 2(b), determine  $H(\omega)$  for  $R_s = 0$ ,  $R_L = 50$  [ $\Omega$ ], and  $\omega = 10^6$  [rad/s].

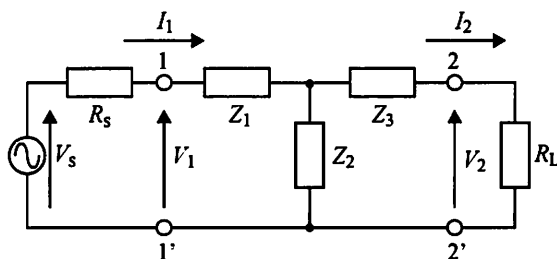


Fig. 2(a)

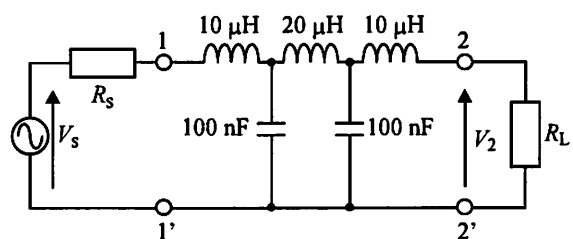


Fig. 2(b)

2026 年 3 月実施  
問題 3 計算機ハードウェア  
(1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 3(a)は全加算器 (FA) であり, 入力は  $X, Y, C_{in}$ , 出力は  $S$  (和) と  $C_{out}$  (桁上げ) である. Fig. 3(b)は 4 入力のマルチプレクサ ( $MUX_2$ ) であり, データ入力は  $I_0, I_1, I_2, I_3$ , 制御入力は  $S_0, S_1$ , 出力は  $Z$  である. ただし, 各入力および出力は 1 ビットである.  $MUX_2$  の出力は,  $S_0 = 0, S_1 = 0$  のとき  $Z = I_0$  であり,  $S_0 = 1, S_1 = 0$  のとき  $Z = I_1$  であり,  $S_0 = 0, S_1 = 1$  のとき  $Z = I_2$  であり,  $S_0 = 1, S_1 = 1$  のとき  $Z = I_3$  である. 以下の間に答えよ.

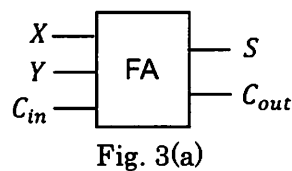


Fig. 3(a)

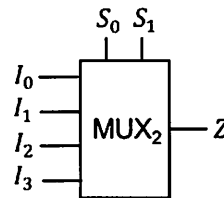


Fig. 3(b)

- (1) FA の真理値表を作成せよ.
- (2) FA の出力  $S$  と  $C_{out}$  を, 入力  $X, Y, C_{in}$  を使った論理式で示せ. ただし,  $S$  は XOR ( $\oplus$ ) のみ,  $C_{out}$  は AND ( $\wedge$ ) と OR ( $\vee$ ) のみを使うこと.
- (3) Fig. 3(b)に示された構成を参照し, FA の出力  $S$  と  $C_{out}$  を, それぞれ 1 個の  $MUX_2$  を用いて実現する回路図を示せ. ただし, FA の入力  $X, Y, C_{in}$  もしくはそれらの否定を各  $MUX_2$  のデータ入力および制御入力に割り当てること.  $MUX_2$  のデータ入力に 0 もしくは 1 を与えるときは, 0 もしくは 1 を直接回路図に記載せよ.
- (4) 4 個のデータ入力  $D_0, D_1, D_2, D_3$  と 4 個の制御入力  $S_0, S_1, S_2, S_3$  に対して, 次の 4 条件をすべて満たす回路を設計したい.  $MUX_2$  を 2 個と AND, OR, XOR の各論理ゲートを 1 個ずつ用いて構成し, その回路図を一つ示せ.  
 条件1:  $S_2 = 0, S_3 = 0$  のとき,  $D_0, D_1, D_2, D_3$  をデータ入力とし,  $S_0, S_1$  を制御入力とする  $MUX_2$  として動作  
 条件2:  $S_2 = 1, S_3 = 0$  のとき, 出力は  $D_0 \oplus D_1$   
 条件3:  $S_2 = 0, S_3 = 1$  のとき, 出力は  $D_2 \vee D_3$   
 条件4:  $S_2 = 1, S_3 = 1$  のとき, 出力は  $D_0 \wedge D_3$

2026 年 3 月実施  
問題 3 計算機ハードウェア  
(2 頁目 / 2 頁中)

Fig. 3(a) shows a Full Adder (FA) with inputs  $X, Y$ , and  $C_{in}$  and outputs  $S$  (sum) and  $C_{out}$  (carry). Fig. 3(b) shows a four-input Multiplexer ( $MUX_2$ ) with data inputs  $I_0, I_1, I_2$ , and  $I_3$ , control inputs  $S_0$  and  $S_1$ , and output  $Z$ . Each input and output is one bit. The output of  $MUX_2$  is  $Z = I_0$  when  $S_0 = 0$  and  $S_1 = 0$ ;  $Z = I_1$  when  $S_0 = 1$  and  $S_1 = 0$ ;  $Z = I_2$  when  $S_0 = 0$  and  $S_1 = 1$ ;  $Z = I_3$  when  $S_0 = 1$  and  $S_1 = 1$ . Answer the following questions.

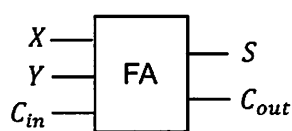


Fig. 3(a)

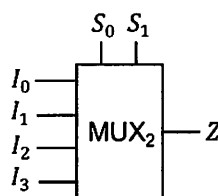


Fig. 3(b)

- (1) Show the truth table of the FA.
- (2) Express the FA's outputs  $S$  and  $C_{out}$  as logic formulae, respectively, in terms of the inputs  $X, Y$ , and  $C_{in}$ . Here, use only XOR ( $\oplus$ ) for  $S$ , and use only AND ( $\wedge$ ) and OR ( $\vee$ ) for  $C_{out}$ .
- (3) For each of the FA's outputs,  $S$  and  $C_{out}$ , draw a circuit diagram to realize it, using a single  $MUX_2$  based on the configuration shown in Fig. 3(b). Here, assign the FA's inputs  $X, Y$ , and  $C_{in}$  or their negation to the data inputs and control inputs of each  $MUX_2$ . If 0 or 1 is provided as a data input to a  $MUX_2$ , write 0 or 1 directly in the circuit diagram.
- (4) We wish to design a circuit that has four data inputs  $D_0, D_1, D_2$ , and  $D_3$  and four control inputs  $S_0, S_1, S_2$ , and  $S_3$ , satisfying all of the following four conditions. Design and draw the circuit diagram using two  $MUX_2$  components and one each of the logic gates: AND, OR, and XOR.
  - Condition 1: When  $S_2 = 0$  and  $S_3 = 0$ , the circuit operates as a  $MUX_2$  with data inputs  $D_0, D_1, D_2$ , and  $D_3$  and control inputs  $S_0$  and  $S_1$ .
  - Condition 2: When  $S_2 = 1$  and  $S_3 = 0$ , the circuit outputs  $D_0 \oplus D_1$ .
  - Condition 3: When  $S_2 = 0$  and  $S_3 = 1$ , the circuit outputs  $D_2 \vee D_3$ .
  - Condition 4: When  $S_2 = 1$  and  $S_3 = 1$ , the circuit outputs  $D_0 \wedge D_3$ .

2026年3月実施  
問題4 計算機ソフトウェア  
(1頁目 / 2頁中)

集合  $A$  上の関係  $R \subseteq A \times A$  について、 $(a, b) \in R$  であるとき  $aRb$  と書く。関係  $R$  についての性質「反射的」「対称的」「推移的」「全域的」を以下のように定義する。

- 任意の  $a \in A$  に対して  $aRa$  であるとき、 $R$  は反射的という
- 任意の  $a, b \in A$  に対して  $aRb$  ならば  $bRa$  であるとき、 $R$  は対称的という
- 任意の  $a, b, c \in A$  に対して  $aRb$  かつ  $bRc$  ならば  $aRc$  であるとき、 $R$  は推移的という
- 任意の  $a \in A$  に対して  $aRb$  を満たす  $b \in A$  が存在するとき、 $R$  は全域的という

また、整数  $n$  以下であるすべての正の整数の集合を  $A_n$  と表す。たとえば、 $A_3 = \{1, 2, 3\}$  である。以下の間に答えよ。

(1) 以下の (a) から (c) の項目について、その条件を満たすような  $A_3$  上の関係  $R$  の例をそれぞれ一つずつ挙げよ。

- (a) 反射的かつ対称的であるが推移的でない  $R$
- (b) 反射的かつ推移的であるが対称的でない  $R$
- (c) 対称的かつ推移的であるが反射的でない  $R$

(2)  $n$  を正の整数とする。  $A_n$  上の関係  $R$  に対して次を満たすように 2次元配列  $B$  を定義する。

任意の  $i, j \in A_n$  に対し、 $iRj$  であれば  $B[i][j] = 1$ 、そうでなければ  $B[i][j] = 0$

2次元配列  $B$  を用いて表現された関係  $R$  について、以下の性質を判定するアルゴリズムをそれぞれ記述せよ。

- (a) 関係  $R$  が反射的であること
- (b) 関係  $R$  が対称的であること

また、それぞれのアルゴリズムにおいて、性質の判定に必要なとなる配列の参照回数を  $n$  を用いて表し、そのオーダーを  $\Theta$  記法により示せ。

(3)  $n$  を正の整数とする。  $A_n$  上の関係  $R$  が推移的かつ全域的であれば、 $xRx$  となる  $x \in A_n$  が必ず存在することを証明せよ。

2026年3月実施  
問題4 計算機ソフトウェア  
(2頁目 / 2頁中)

For a relation  $R \subseteq A \times A$  on a set  $A$ , we write  $aRb$  if  $(a, b) \in R$ . The properties of relations  $R$ , *reflexive*, *symmetric*, *transitive*, and *total*, are defined as follows:

- $R$  is said to be reflexive if  $aRa$  for all  $a \in A$
- $R$  is said to be symmetric if  $aRb$  implies  $bRa$  for all  $a, b \in A$
- $R$  is said to be transitive if  $aRb$  and  $bRc$  imply  $aRc$  for all  $a, b, c \in A$
- $R$  is said to be total if for all  $a \in A$ , there exists  $b \in A$  such that  $aRb$

Let  $A_n$  denote the set of all positive integers less than or equal to an integer  $n$ . For example,  $A_3 = \{1, 2, 3\}$ . Answer the following questions.

- (1) For each of the following items (a)–(c), give an example of a relation  $R$  on  $A_3$  satisfying that condition.
- (a)  $R$  is reflexive and symmetric but not transitive
  - (b)  $R$  is reflexive and transitive but not symmetric
  - (c)  $R$  is symmetric and transitive but not reflexive

- (2) Let  $n$  be a positive integer. Define a two-dimensional array  $B$  for a relation  $R$  on  $A_n$  as follows:

For any  $i, j \in A_n$ , if  $iRj$ , then  $B[i][j] = 1$ ; otherwise,  $B[i][j] = 0$ .

Given a relation  $R$  represented by a two-dimensional array  $B$ , for each of the following properties, describe an algorithm to determine whether:

- (a) the relation  $R$  is reflexive
- (b) the relation  $R$  is symmetric

Also, for each of the algorithms, express the number of array accesses required to determine the property in terms of  $n$ , and show its order in  $\Theta$  notation.

- (3) Let  $n$  be a positive integer. Prove that if a relation  $R$  on  $A_n$  is transitive and total, then there always exists  $x \in A_n$  such that  $xRx$ .

2026 年 3 月実施  
問題 5 物理  
(1 頁目 / 6 頁中)

位置を  $x$ , 時刻を  $t$  とする. 一次元ポテンシャル  $V(x, t)$  中に, 質量  $m$  の粒子が一つある.  
 $t < 0$  において, ポテンシャルは幅  $L$  の無限に深い井戸型ポテンシャル

$$V(x, t) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L) \\ \infty & (x \leq 0, L \leq x) \end{cases}$$

である.  $t = 0$  において井戸幅が正の  $x$  方向に  $L$  だけ拡張し,  $t \geq 0$  において

$$V(x, t) = \begin{cases} 0 & (0 < x < 2L) \\ \infty & (x \leq 0, 2L \leq x) \end{cases}$$

となった.

井戸の拡張部分 ( $L < x < 2L$ ) に粒子が存在する確率  $P(t)$  の時間依存性を測定したところ, Fig. 5 に示すように, 一周期  $T$  の中に三つの極大を含む構造を示した. 以下の間に答えよ.

(1) 以下の  から  までの空欄を埋めよ.

$n, n', n''$  を自然数とする. 規格化された粒子の波動関数  $\Psi(x, t)$  が, 次の時間に依存するシュレディンガー方程式に従うとする.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x, t) \right) \Psi(x, t)$$

ここで  $\hbar$  はディラック定数である.  $t < 0$  における  $V(x, t)$  に対する規格化された定常状態のうち, 粒子は基底状態にあるとする. 基底状態に対応する固有関数は, 実関数で

$$\phi_0(x) = \text{$$

と表され, 定義域は  $0 < x < L$  である. また, 対応するエネルギーは

$$E_0 = \text{$$

と表される. 次に,  $t \geq 0$  における  $V(x, t)$  に対する規格化された定常状態の固有関数を, エネルギーの低い順に  $\phi_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とし, その定義域を  $0 < x < 2L$ , 対応するエネルギーを  $E_n$  とする.

2026 年 3 月実施  
問題 5 物理  
(2 頁目 / 6 頁中)

$t \geq 0$  において,  $\Psi(x, t)$  を実数係数  $c_n$  を用いて次のように展開する.

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x) e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t}$$

ここで,  $\Psi(x, t)$  は  $t = 0$  において時間について連続であるから,

$$\Psi(x, 0) = \phi_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x)$$

$$c_n \equiv \int_0^L \phi_n^*(x) \phi_0(x) dx$$

である. 例えば,  $|c_1|^2 = \boxed{\text{(c)}}$ ,  $|c_2|^2 = \boxed{\text{(d)}}$  であり,  $n \neq 2$  のとき,

$$|c_n|^2 = \boxed{\text{(e)}} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

と求められる.  $c_n$  は  $0 < x < L$  における  $\phi_n^*(x)$  と  $\phi_0(x)$  の  $\boxed{\text{(f)}}$  を表しているから, 両者の関数形が一致する  $n = \boxed{\text{(g)}}$  のときに最大値をとる.

次に

$$P(t) = \int_L^{2L} \left( \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x) e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t} \right)^* \left( \sum_{n'=1}^{\infty} c_{n'} \phi_{n'}(x) e^{-i\frac{E_{n'}}{\hbar}t} \right) dx$$

を計算するため,  $R_{n,n'}$  を次式で定義する.

$$R_{n,n'} = \int_L^{2L} \phi_n^*(x) \phi_{n'}(x) dx \begin{cases} = 0 & (n \neq n' \text{ かつ } n \text{ と } n' \text{ の偶奇一致}) \\ = \frac{1}{2} & (n = n') \\ \neq 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

$n \geq 4$  の偶数  $n$  で  $c_n = 0$  であることに注意すると,  $c_n c_{n'} R_{n,n'} \neq 0$  となる  $(n, n')$  組の必要十分条件は,  $n = n' = 2$ , または  $n = n'$  が奇数, または  $\boxed{\text{(h)}}$  となる. このことを考慮し,  $P(t)$  は以下のように整理できる.

$$\begin{aligned} P(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 R_{n,n} + 2c_2 \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} R_{2,2n-1} \cos\left(\frac{E_{2n-1} - E_2}{\hbar}t\right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{32}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)^2(2n+1)^2} \cos\left[(2n-3)(2n+1)\frac{\pi^2 \hbar}{8mL^2}t\right] \end{aligned} \quad (5A)$$

2026 年 3 月実施  
 問題 5 物理  
 (3 頁目 / 6 頁中)

$t = 0$  において  $P(t) = 0$  を式(5A)に代入し、次式を得る.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)^2(2n+1)^2} = \boxed{(i)}$$

$t > 0$  において、式(5A)に含まれる各余弦がすべての  $n$  に対して同時に 1 となる必要十分条件は、 $T = \boxed{(j)}$  として  $t = n''T$  である. このとき、余弦項は  $t = 0$  の場合と同じ値をとり、 $P(t) = 0$  となる. 一方、各余弦がすべての  $n$  に対して同時に -1 となる必要十分条件は  $t = \boxed{(k)}$  であり、このとき  $P(t) = 1$  となる. したがって、必ず拡張部分で粒子が検出される.

(2) 問(1) 中の式(5A)の物理的意味を定性的に説明した上で、 $P(t)$  の時間依存性が三つの極大を一組とする構造を有すること、および特定の時刻に  $P(t) = 1$  となって必ず拡張部分で粒子が観測されることの物理的意味について考察せよ.

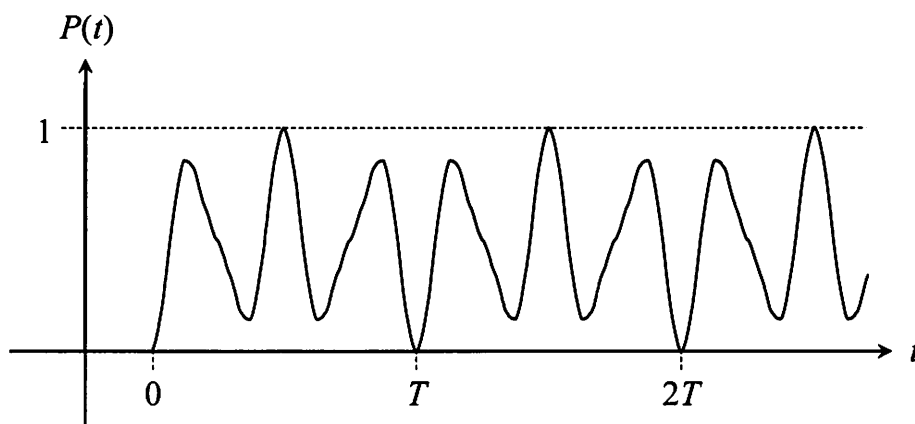


Fig. 5

2026 年 3 月実施  
問題 5 物理  
(4頁目/6 頁中)

Let the position be  $x$  and the time be  $t$ . In a one-dimensional potential  $V(x, t)$ , there is a particle of mass  $m$ . For  $t < 0$ , the potential is an infinitely deep square-well potential of width  $L$ ,

$$V(x, t) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L) \\ \infty & (x \leq 0, L \leq x). \end{cases}$$

At  $t = 0$ , the well width is extended by  $L$  in the positive  $x$ -direction, and for  $t \geq 0$ ,

$$V(x, t) = \begin{cases} 0 & (0 < x < 2L) \\ \infty & (x \leq 0, 2L \leq x) \end{cases}$$

is obtained.

When the time dependence of the probability  $P(t)$  that the particle is present in the extended part of the well ( $L < x < 2L$ ) is measured, it is found, as shown in Fig. 5, that  $P(t)$  exhibits a structure with three maxima within one period  $T$ . Answer the following questions.

- (1) Fill in the blanks from  to  below.

Let  $n$ ,  $n'$ , and  $n''$  be natural numbers. Assume that the normalized wave function  $\Psi(x, t)$  of the particle obeys the following time-dependent Schrödinger equation:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x, t) \right) \Psi(x, t).$$

Here  $\hbar$  is the Dirac constant. Among the normalized stationary states for  $V(x, t)$  at  $t < 0$ , assume that the particle is in the ground state. The eigenfunction corresponding to the ground state is a real function and is expressed as

$$\phi_0(x) = \text{},$$

and the domain is  $0 < x < L$ . The corresponding energy is expressed as

$$E_0 = \text{}.$$

Next, let the normalized stationary-state eigenfunctions for  $V(x, t)$  at  $t \geq 0$  be  $\phi_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) in order of increasing energy, and let the domain be  $0 < x < 2L$  and the corresponding energies be  $E_n$ .

2026 年 3 月 実施  
問題 5 物理  
(5 頁目 / 6 頁中)

For  $t \geq 0$ ,  $\Psi(x, t)$  expands as follows using real coefficients  $c_n$ :

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x) e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}}.$$

Here, since  $\Psi(x, t)$  is continuous in time at  $t = 0$ ,

$$\Psi(x, 0) = \phi_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x),$$

and

$$c_n \equiv \int_0^L \phi_n^*(x) \phi_0(x) dx.$$

For example,  $|c_1|^2 = \boxed{\text{(c)}}$  and  $|c_2|^2 = \boxed{\text{(d)}}$ , and for  $n \neq 2$ ,

$$|c_n|^2 = \boxed{\text{(e)}} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

is obtained. Since  $c_n$  represents  $\boxed{\text{(f)}}$  of  $\phi_n^*(x)$  and  $\phi_0(x)$  in  $0 < x < L$ , it takes its maximum value when the functional forms of the two coincide, namely when  $n = \boxed{\text{(g)}}$ .

Next, in order to calculate

$$P(t) = \int_L^{2L} \left( \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x) e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}} \right)^* \left( \sum_{n'=1}^{\infty} c_{n'} \phi_{n'}(x) e^{-i\frac{E_{n'} t}{\hbar}} \right) dx,$$

define  $R_{n,n'}$  by the following equation:

$$R_{n,n'} = \int_L^{2L} \phi_n^*(x) \phi_{n'}(x) dx \begin{cases} = 0 & (n \neq n' \text{ and the parities of } n \text{ and } n' \text{ coincide}) \\ = \frac{1}{2} & (n = n') \\ \neq 0 & (\text{otherwise}). \end{cases}$$

For even  $n \geq 4$ ,  $c_n = 0$ , and the necessary and sufficient condition on the pair  $(n, n')$  such that  $c_n c_{n'} R_{n,n'} \neq 0$  is  $n = n' = 2$ , or  $n = n'$  is odd, or  $\boxed{\text{(h)}}$ . Taking this into account,  $P(t)$  can be arranged as follows:

$$\begin{aligned} P(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 R_{n,n} + 2c_2 \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n-1} R_{2,2n-1} \cos\left(\frac{E_{2n-1} - E_2}{\hbar} t\right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{32}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)^2 (2n+1)^2} \cos\left[(2n-3)(2n+1) \frac{\pi^2 \hbar}{8mL^2} t\right]. \end{aligned} \quad (5A)$$

2026 年 3 月 実施  
 問題 5 物理  
 (6 頁目 / 6 頁中)

By substituting  $P(t) = 0$  at  $t = 0$  into Eq. (5A), the following equation is obtained:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)^2(2n+1)^2} = \boxed{(i)}$$

For  $t > 0$ , the necessary and sufficient condition that each cosine contained in Eq. (5A) becomes 1 simultaneously for all  $n$  is  $t = n''T$  with  $T = \boxed{(j)}$ . In this case, the cosine terms take the same values as in the case  $t = 0$ , and  $P(t) = 0$ . On the other hand, the necessary and sufficient condition that each cosine becomes  $-1$  simultaneously for all  $n$  is  $t = \boxed{(k)}$ , and in this case  $P(t) = 1$ . Therefore, the particle is certainly detected in the extended part of the well.

- (2) Give a qualitative explanation of the physical meaning of Eq. (5A) appearing in question (1), then consider the physical meaning of the fact that the time dependence of  $P(t)$  has a structure in which three maxima form one set, and that at specific times  $P(t) = 1$  so that the particle is certainly observed in the extended part of the well.

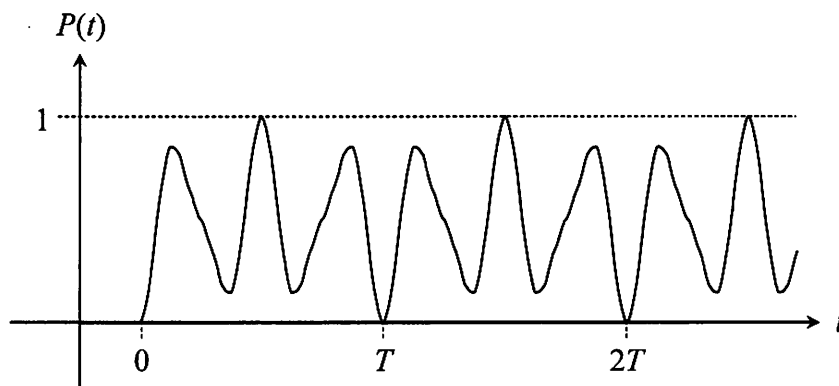


Fig. 5

Question No. 6: Basic mathematics (1/4)

2026年3月実施  
問題6 数学基礎  
(1頁目/4頁中)

(1) 正方行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  を考える. 以下の間に答えよ.

(a)  $A$  の行列式  $|A|$  の値と逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

(b)  $A$  のすべての固有値とそれらに対応する固有ベクトルを求めよ.

(2) 実定積分  $I \equiv \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$  は指数関数を使って次のように書き換えることができる.

$$I = \lim_{R \rightarrow +\infty} \lim_{r \rightarrow +0} \int_r^R \frac{\sin x}{x} dx = \lim_{R \rightarrow +\infty} \lim_{r \rightarrow +0} \frac{1}{2j} \left( \int_r^R \frac{\exp(ix)}{x} dx + \int_{-R}^{-r} \frac{\exp(ix)}{x} dx \right).$$

複素平面 ( $z$  平面) 上の4種類の積分路  $C_1(r, R), C_2(R), C_3(r, R), C_4(r)$  を導入する.

$$C_1(r, R): \quad z = t \quad (r \leq t \leq R)$$

$$C_2(R) : \quad z = R \exp(it) \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

$$C_3(r, R): \quad z = t \quad (-R \leq t \leq -r)$$

$$C_4(r) : \quad z = r \exp(i(\pi - t)) \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

ただし,  $R > r > 0$  とする. 以下の間に答えよ.

(a) 単一閉曲線で与えられる積分路  $C(r, R) = C_1(r, R) + C_2(R) + C_3(r, R) + C_4(r)$  の周上

の複素積分  $I_C = \int_{C(r, R)} \frac{\exp(iz)}{z} dz$  を求めよ.

(b)  $C_2(R)$  上の極限  $R \rightarrow +\infty$  のもとで複素積分  $I_2 = \lim_{R \rightarrow +\infty} \int_{C_2(R)} \frac{\exp(iz)}{z} dz$  を求めよ.

(c)  $C_4(r)$  上の極限  $r \rightarrow +0$  のもとで複素積分  $I_4 = \lim_{r \rightarrow +0} \int_{C_4(r)} \frac{\exp(iz)}{z} dz$  を指数関数の

テイラー展開と項別積分を用いて求めよ.

(d) 等式  $I = \frac{\pi}{2}$  を証明せよ.

Question No. 6: Basic mathematics (2/4)

2026年3月実施  
問題6 数学基礎  
(2頁目/4頁中)

(3) 関数  $f(x)$  のフーリエ変換  $F(\omega)$  を次のように定義する.

$$F(\omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i\omega x) dx.$$

以下の問に答えよ.

- (a)  $f(x) = \begin{cases} 1 & (-1 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < -1, 1 < x) \end{cases}$  のフーリエ変換を求めよ.
- (b) フーリエ変換の反転公式を用いて, 等式  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$  を証明せよ.

Question No. 6: Basic mathematics (3/4)

2026 年 3 月実施  
問題 6 数学基礎  
(3 頁目 / 4 頁中)

(1) Consider the square matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ . Answer the following questions.

(a) Find the determinant  $|A|$  and the inverse matrix  $A^{-1}$  of  $A$ .

(b) Find all the eigenvalues of  $A$  and their corresponding eigenvectors.

(2) The real definite integral  $I \equiv \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$  can be written in terms of exponential functions as:

$$I = \lim_{R \rightarrow +\infty} \lim_{r \rightarrow +0} \int_r^R \frac{\sin x}{x} dx = \lim_{R \rightarrow +\infty} \lim_{r \rightarrow +0} \frac{1}{2i} \left( \int_r^R \frac{\exp(ix)}{x} dx + \int_{-R}^{-r} \frac{\exp(ix)}{x} dx \right).$$

Let's adopt the following four integral paths  $C_1(r, R), C_2(R), C_3(r, R), C_4(r)$  on the complex plane ( $z$ -plane).

$$\begin{aligned} C_1(r, R) : & \quad z = t & \quad (r \leq t \leq R) \\ C_2(R) : & \quad z = R \exp(it) & \quad (0 \leq t \leq \pi) \\ C_3(r, R) : & \quad z = t & \quad (-R \leq t \leq -r) \\ C_4(r) : & \quad z = r \exp(i(\pi - t)) & \quad (0 \leq t \leq \pi) \end{aligned}$$

Here,  $R > r > 0$ . Answer the following questions.

(a) Calculate the complex integral  $I_C = \int_{C(r, R)} \frac{\exp(iz)}{z} dz$  along the contour of the integral path  $C(r, R) = C_1(r, R) + C_2(R) + C_3(r, R) + C_4(r)$  given by a simple closed curve.

(b) Calculate the complex integral  $I_2 = \lim_{R \rightarrow +\infty} \int_{C_2(R)} \frac{\exp(iz)}{z} dz$  under the limit  $R \rightarrow +\infty$  on the integral path of  $C_2(R)$ .

(c) Calculate the complex integral  $I_4 = \lim_{r \rightarrow +0} \int_{C_4(r)} \frac{\exp(iz)}{z} dz$  under the limit  $r \rightarrow +0$  on the integral path of  $C_4(r)$  using a Taylor expansion and termwise integration.

(d) Show that  $I = \frac{\pi}{2}$ .

Question No. 6: Basic mathematics (4/4)

2026 年 3 月実施  
問題 6 数学基礎  
(4 頁目 / 4 頁中)

(3) For a function  $f(x)$ , the Fourier transformation  $F(\omega)$  is defined as

$$F(\omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i\omega x) dx.$$

Answer the following questions.

(a) Find the Fourier transformation of  $f(x) = \begin{cases} 1 & (-1 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < -1, 1 < x) \end{cases}$ .

(b) Show that  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ , by using the inversion formula of Fourier transformation.