
2026 年 8 月 25 日 9:40—11:20

大学院情報科学研究科 情報・生命系群

大学院入学試験問題

基 礎 専 門 科 目

Basic and Specialized Subjects

注意： 問題 1～6 の中から 2 問題を選んで、答案用紙（問題ごとに 1 枚）に解答せよ。答案用紙が不足する場合は裏面を使って良い。問題は和文と英文を併記してある。

Attention: Choose two questions out of Questions No. 1–6 and answer each of them on a separate answer sheet. You may use the backside. Questions are written in both Japanese and English.

2026 年 8 月 25 日 9:40－12:10

大学院工学研究科

電気エネルギーシステム専攻

通信工学専攻

電子工学専攻

大学院医工学研究科

工学系コース電気・情報系

大学院入学試験問題

基 礎 専 門 科 目

Basic and Specialized Subjects

注意： 問題 1～6 の中から 3 問題を選んで、答案用紙（問題ごとに 1 枚）に解答せよ。答案用紙が不足する場合は裏面を使って良い。問題は和文と英文を併記してある。

Attention: Choose three questions out of Questions No. 1–6 and answer each of them on a separate answer sheet. You may use the backside. Questions are written in both Japanese and English.

2026 年 8 月実施
問題 1 電磁気学
(1 頁目 / 4 頁中)

以下の問に答えよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

(1) Fig. 1(a) に示すような真空中において、 x 軸上の点 $A(-l, 0, 0)$ に点電荷 q_1 を、 x 軸上の点 $B(l, 0, 0)$ に点電荷 q_2 を置く。以下の問に答えよ。ただし、 $q_1 < 0, q_2 > 0, l > 0$ とする。

- (a) 任意の点 $P(x, y, z)$ における電位 $\phi(x, y, z)$ を求めよ。ただし、無限遠における電位を 0 とする。
- (b) 任意の点 $P(x, y, z)$ における電界 E を求めよ。ただし、 x 方向、 y 方向、 z 方向の単位ベクトルをそれぞれ $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ とする。
- (c) 電位 $\phi(x, y, z) = 0$ となる等電位面が球となることを示し、その球の中心座標 C と半径 R を求めよ。ただし、 $|q_1| \neq |q_2|$ とする。
- (d) Fig. 1(b) に示すように、点電荷 q_1 を取り除き、接地された半径 R の導体球を中心位置が点 C となるように配置した。このとき、導体球外部の点 $B(l, 0, 0)$ に置かれた点電荷 q_2 が導体表面の誘導電荷から受ける力の大きさと向きを示せ。ここで、中心座標 C 、半径 R は問 (1)(c) で求めた値とする。

(2) Fig. 1(c) に示すような真空中において半径 a の球がある。電界 E が球内 ($r \leq a$) では一定の発散 $\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (ρ : 電荷密度) であり、それ以外の空間では $\nabla \cdot E = 0$ であるとする。このとき、この球の内側、外側における電界 E を求めよ。ここで、球の中心からの距離を r 、径方向の単位ベクトルを $\hat{r}$ とする。

2026 年 8 月実施
問題1 電磁気学
(2 頁目 / 4 頁中)

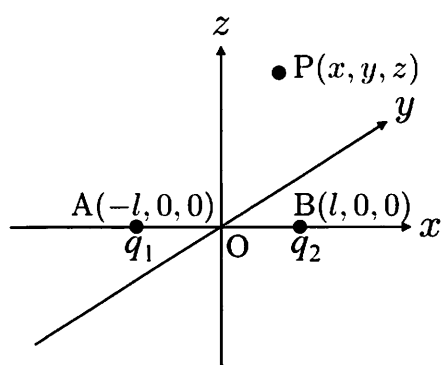


Fig. 1(a)

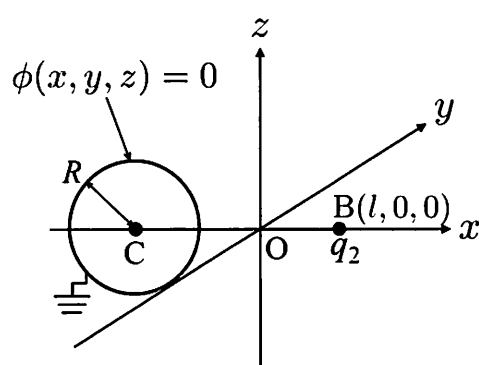


Fig. 1(b)

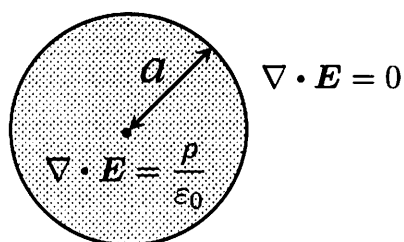


Fig. 1(c)

Question No. 1: Electromagnetics (3/4)

2026 年 8 月実施
問題 1 電磁気学
(3 頁目 / 4 頁中)

Answer the following questions. Here, ε_0 is the permittivity in a vacuum.

- (1) In a vacuum as shown in Fig. 1(a), a point charge q_1 is placed at point A($-l, 0, 0$) on the x -axis, and a point charge q_2 is placed at point B($l, 0, 0$) on the x -axis. Answer the following questions. Assume $q_1 < 0$, $q_2 > 0$, and $l > 0$.
- (a) Find the electric potential $\phi(x, y, z)$ at any point P(x, y, z). Assume the electric potential at infinity is 0.
- (b) Find the electric field $\mathbf{E}$ at any point P(x, y, z). Assume $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$, and $\hat{\mathbf{z}}$ are the unit vectors in the x , y , and z directions, respectively.
- (c) Show that the equipotential surface where the electric potential $\phi(x, y, z) = 0$ is a sphere, and find the coordinates of its center C and its radius R . Assume $|q_1| \neq |q_2|$.
- (d) As shown in Fig. 1(b), remove the point charge q_1 and a grounded conducting sphere of radius R was placed such that its center was at point C. In this case, find the magnitude and direction of the force exerted on the point charge q_2 , placed at point B($l, 0, 0$) outside the conducting sphere, by the induced charges on the conductor surface. Here, the center coordinates C and the radius R are the values determined in question (1)(c).
- (2) Consider a sphere of radius a in a vacuum as shown in Fig. 1(c). Assume an electric field $\mathbf{E}$ has a constant divergence $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (ρ is the charge density) inside the sphere ($r \leq a$) and $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ elsewhere. In this case, find the electric field $\mathbf{E}$ inside and outside the sphere. Here, r is the distance from the center of the sphere, and $\hat{\mathbf{r}}$ is the radial unit vector.

2026 年 8 月実施
問題1 電磁気学
(4 頁目 / 4 頁中)

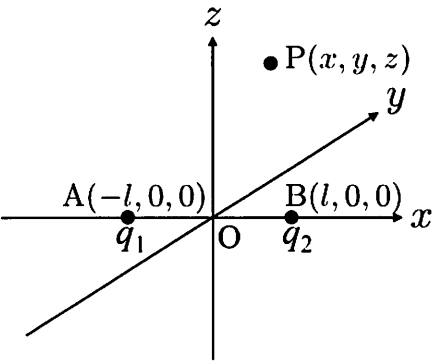


Fig. 1(a)

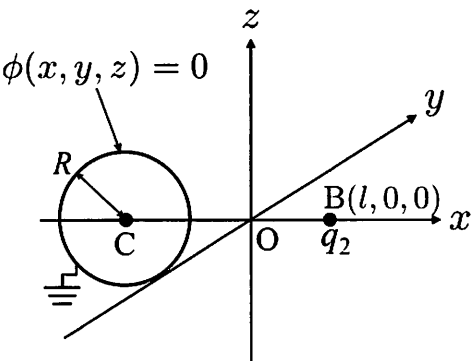


Fig. 1(b)

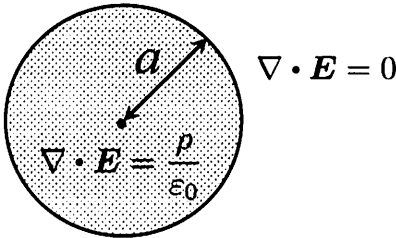


Fig. 1(c)

2026 年 8 月実施
問題 2 電気回路
(1 頁目/2 頁中)

虚数単位を j として、以下の問に答えよ。

- (1) Fig. 2(a)のように、抵抗 R [Ω], インダクタンス L [H], キャパシタンス C [F], 角周波数 ω [rad/s] の正弦波交流電圧源 E [V] からなる回路を考える。回路に流れる電流を I [A] とし、インダクタンス L とキャパシタンス C に発生する電圧をそれぞれ V_L [V], V_C [V] とする。以下の問に答えよ。ただし、回路の共振角周波数を ω_0 [rad/s], 共振時の電流 I を I_0 [A] とする。
- (a) 角周波数 ω_0 [rad/s] および電流 I_0 [A] を求めよ。
- (b) 共振時のインダクタンス L とキャパシタンス C に発生する電圧をそれぞれ V_{L0} [V], V_{C0} [V] とする。 V_{L0} と V_{C0} の大きさが等しくなることを示せ。また、 V_{L0} と V_{C0} の位相差を求めよ。
- (c) 共振の鋭さ $\omega_0/(\omega_2 - \omega_1)$ と ω_1 [rad/s], ω_2 [rad/s] を R , L , C , ω_0 から必要なものを用いて表せ。ただし ω_1 と ω_2 は、電流の大きさ $|I|$ が共振時の電流の大きさ $|I_0|$ の $1/\sqrt{2}$ 倍となる角周波数で、 $\omega_2 > \omega_1$ とする。
- (2) Fig. 2(b)のように、キャパシタンス C [F], 自己インダクタンス L_1 [H], L_2 [H], 相互インダクタンス M [H], 抵抗 R [Ω], 角周波数 ω [rad/s] の正弦波交流電圧源 E [V] からなる回路を考える。閉路電流 I_a [A] と I_b [A] を求めよ。さらに、抵抗 R に流れる電流がゼロとなる ω を求めよ。ただし、 $R > 0$, $\omega L_1 - 1/(\omega C) \neq 0$ とする。

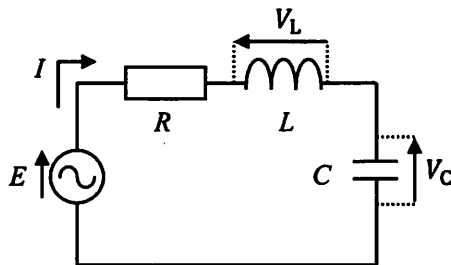


Fig. 2(a)

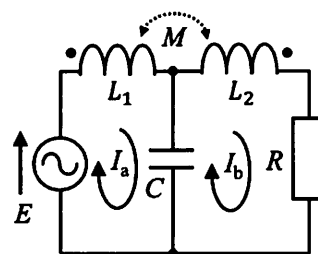


Fig. 2(b)

**2026 年 8 月実施
問題 2 電気回路
(2 頁目/2 頁中)**

Let j be the imaginary unit and answer the following questions.

- (1) Consider the circuit shown in Fig. 2(a), which consists of a resistance R [Ω], an inductance L [H], a capacitance C [F], and an AC power supply E [V] operating at an angular frequency of ω [rad/s]. The current flowing through the circuit is I [A], and the voltages across the inductance L and the capacitance C are V_L [V] and V_C [V], respectively. Answer the following questions. Here, the resonance angular frequency of the circuit is ω_0 [rad/s], and the current I at the resonance is I_0 [A].
- (a) Find the angular frequency ω_0 [rad/s] and the current I_0 [A].
- (b) Let the voltages across the inductance L and the capacitance C at resonance be V_{L0} [V] and V_{C0} [V], respectively. Show that the magnitudes of V_{L0} and V_{C0} are equal. Furthermore, find the phase difference between V_{L0} and V_{C0} .
- (c) Express the sharpness of resonance $\omega_0/(\omega_2 - \omega_1)$, ω_1 [rad/s], and ω_2 [rad/s] using the necessary terms from R , L , C , and ω_0 . Here, ω_1 and ω_2 satisfy $\omega_2 > \omega_1$ and are the angular frequencies at which the magnitude of the current $|I|$ becomes $1/\sqrt{2}$ times that of the magnitude of the resonant current $|I_0|$.
- (2) Consider the circuit shown in Fig. 2(b), which consists of a capacitance C [F], self-inductances L_1 [H] and L_2 [H], a mutual inductance M [H], a resistance R [Ω], and an AC power supply E [V] operating at an angular frequency of ω [rad/s]. Find the loop currents I_a [A] and I_b [A]. Furthermore, find ω such that the current through the resistance R becomes zero. Here, $R > 0$ and $\omega L_1 - 1/(\omega C) \neq 0$.

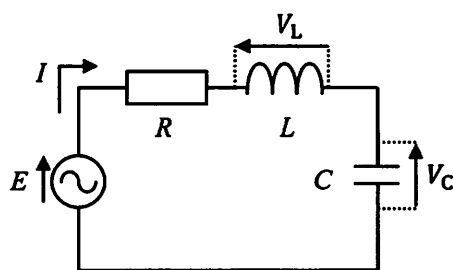


Fig. 2(a)

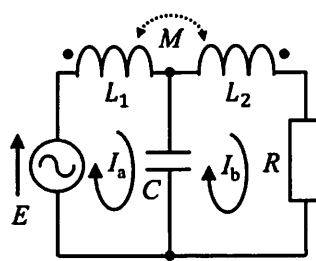


Fig. 2(b)

2026 年 8 月実施
問題 3 計算機ハードウェア
(1 頁目/4 頁中)

Fig. 3(a) に示す全加算器 (FA) は、二つの 1 ビットの入力 a, b と下位からの桁上げ (キャリー) c_{in} に対して、その出力が和 s と次のキャリー c_{out} となる回路とする。FA を用いて、二つの n ビット 2 進数列 $A = a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_0$, $B = b_{n-1} b_{n-2} \cdots b_0$ を入力とし、それらの和を出力する加算器を構成することを考える。最下位ビット (0 ビット目) の a_0 と b_0 の加算で生じる和を s_0 , キャリーを c_0 とする。 $1 \leq i \leq n-1$ において、 $(i-1)$ ビット目からのキャリー c_{i-1} が i ビット目の入力 a_i, b_i と共に FA に入力され、その加算結果は和 s_i とキャリー c_i として出力される。以下の問に答えよ。

- (1) s_0 の論理式と c_0 の論理式を a_0 と b_0 を使って示せ。
- (2) s_i の論理式と c_i の論理式を c_{i-1}, a_i および b_i を使って示せ。ただし、 $1 \leq i \leq n-1$ とする。
- (3) $n = 4$ のとき、FA のみを複数個用いて並列加算器を設計し、その回路図を描け。
- (4) 1 個の FA と 1 個のメモリ素子および入出力値を格納するレジスタで構成される直列加算器に関して、その動作原理を説明せよ。
- (5) 並列加算器と比べて、直列加算器の利点と欠点をそれぞれ一つずつ示せ。
- (6) ミーリ (Mealy) 型有限状態機械として直列加算器の状態を次の通り定義する。
 - ・ 状態 Q_0 : $c_i = 0$ (キャリーが 0) ($0 \leq i \leq n-1$)
 - ・ 状態 Q_1 : $c_i = 1$ (キャリーが 1) ($0 \leq i \leq n-1$)

ただし、初期状態は Q_0 とする。Fig. 3(b) に示す状態遷移表を完成させ、それを書け。また、その状態遷移図を描け。状態遷移図を描く際、例えば、入力 $(a_i, b_i) = (0, 0)$ が与えられると、出力 $s_i = 0$ を伴って状態が Q_0 から Q_0 に遷移することを示す矢印の近傍には "(0, 0)/0" と記載すること。

2026 年 8 月実施
問題 3 計算機ハードウェア
(2 頁目／4 頁中)

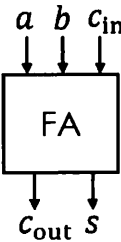


Fig. 3(a)

i ビット目の 処理前 の状態	(a_i, b_i)	s_i	i ビット目の 処理後 の状態
Q_0	(0, 0)	0	Q_0
Q_0	(0, 1)		
Q_0	(1, 0)		
Q_0	(1, 1)		
Q_1	(0, 0)		
Q_1	(0, 1)		
Q_1	(1, 0)		
Q_1	(1, 1)		

Fig. 3(b)

2026 年 8 月実施
問題 3 計算機ハードウェア
(3 頁目/4 頁中)

A full adder (FA) shown in Fig. 3(a) is a circuit that outputs the sum s and the carry c_{out} for two 1-bit inputs a , b , and a carry c_{in} from a lower-order bit. Using FAs, we consider the construction of an adder that takes as input two binary sequences of n bits, $A = a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_0$ and $B = b_{n-1} b_{n-2} \cdots b_0$, and outputs the sum. The sum s_0 and the carry c_0 are produced at the addition of the least significant bits (the 0-th bits) a_0 and b_0 . For $1 \leq i \leq n-1$, the carry c_{i-1} at the $(i-1)$ -th bit together with i -th bits a_i and b_i is input to FA, and then, the results are output as the sum s_i and the carry c_i . Answer the following questions.

- (1) Express a logical formula for s_0 and a logical formula for c_0 using a_0 and b_0 .
- (2) Express a logical formula for s_i and a logical formula for c_i using c_{i-1} , a_i , and b_i , where $1 \leq i \leq n-1$.
- (3) When $n = 4$, design a parallel adder using only FAs, and draw its circuit.
- (4) Explain the operating principle of a serial adder composed of 1 FA, 1 memory unit, and registers storing the input and output.
- (5) Describe one advantage and one disadvantage of the serial adder compared with the parallel adder.
- (6) The states of the serial adder as a Mealy-type finite state machine are defined as follows:
 - State Q_0 : $c_i = 0$ (Carry is 0) ($0 \leq i \leq n-1$)
 - State Q_1 : $c_i = 1$ (Carry is 1) ($0 \leq i \leq n-1$)

Here, the initial state is Q_0 . Complete the state transition table shown in Fig. 3(b) and describe it. Furthermore, draw its state transition diagram. When drawing a state transition diagram, for example, write "(0,0)/0" close to the arrow indicating that there is a transition from state Q_0 to Q_0 with input $(a_i, b_i) = (0, 0)$ and output $s_i = 0$.

2026 年 8 月実施
問題 3 計算機ハードウェア
(4 頁目／4 頁中)

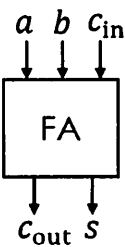


Fig. 3(a)

State before operating i -th bits	(a_i, b_i)	s_i	State after operating i -th bits
Q_0	(0, 0)	0	Q_0
Q_0	(0, 1)		
Q_0	(1, 0)		
Q_0	(1, 1)		
Q_1	(0, 0)		
Q_1	(0, 1)		
Q_1	(1, 0)		
Q_1	(1, 1)		

Fig. 3(b)

2026 年 8 月実施
問題4 計算機ソフトウェア
(1 頁目 / 2 頁中)

二つの整数を引数にとる再帰関数 f を次のように定義する.

$$f(x, y) = \text{if } x \geq y \text{ then } y \text{ else } f(f(x+1, y), f(x, y-1))$$

このとき, $f(2, 1)$ の値は 1 であり, その計算に必要な関数 f の呼び出し回数は $f(2, 1)$ 自身を計算するための 1 回のみである. また, $f(2, 1)$ の計算では再帰呼び出しが起こらないため, 実行時スタック (呼び出しスタック) の最大の深さは 1 である. 続く問に答えよ. なお, 同じ引数による関数呼び出しであっても呼び出されるたびに計算が行われるものとする. また, 各関数呼び出しは, その呼び出しの計算が終了するまで実行時スタック上に残るものとし, 実装上の最適化は考えないこととする.

(1) 関数 f の具体的な計算について以下の問に答えよ.

- (a) $f(1, 2)$ の値を答えよ.
- (b) $f(1, 2)$ の計算に必要な関数 f の呼び出し回数を答えよ.
- (c) $f(1, 2)$ の計算における実行時スタックの最大の深さを答えよ.

(2) 整数 x に対する $f(x, x+2)$ の計算について以下の問に答えよ.

- (a) x を用いて $f(x, x+2)$ の値を表せ.
- (b) $f(x, x+2)$ の計算に必要な関数 f の呼び出し回数を答えよ.
- (c) $f(x, x+2)$ の計算における実行時スタックの最大の深さを答えよ.

(3) 整数 x と y が $x < y$ を満たすとき, 整数 $n > 0$ を用いて $f(x, y)$ は $f(x, x+n)$ と表すことができる. 以下の問に答えよ.

- (a) $(f(x, x+n) - x)$ の値は x や n によらず定数となる. その定数を具体的に示し, $(f(x, x+n) - x)$ の値が常にその定数に一致することを n に関する数学的帰納法により証明せよ.
- (b) $f(x, x+n)$ の計算に必要な関数 f の呼び出し回数は n の関数として表すことができる. その関数を示せ.
- (c) $f(x, x+n)$ の計算における実行時スタックの最大の深さは n の関数として表すことができる. その関数を示せ.

2026 年 8 月実施
問題4 計算機ソフトウェア
(2 頁目 / 2 頁中)

A recursive function f that takes two integers as arguments is defined as follows:

$$f(x, y) = \text{if } x \geq y \text{ then } y \text{ else } f(f(x + 1, y), f(x, y - 1)).$$

Then, the value of $f(2, 1)$ is 1, and the number of calls to the function f required for this computation is just one for computing $f(2, 1)$ itself. In addition, since no recursive calls are made in the computation of $f(2, 1)$, the maximum depth of the runtime stack (call stack) is 1. Answer the following questions. Note that the function will be computed each time it is called even if it is called with the same arguments. Furthermore, each function call remains on the runtime stack until its computation is complete, where no implementation optimizations are considered.

- (1) Answer the following questions about the specific computation of the function f .
 - (a) Find the value of $f(1, 2)$.
 - (b) Find the number of calls to the function f required for the computation of $f(1, 2)$.
 - (c) Find the maximum depth of the runtime stack during the computation of $f(1, 2)$.
- (2) Answer the following questions about the computation of $f(x, x + 2)$ for an integer x .
 - (a) Express the value of $f(x, x + 2)$ in terms of x .
 - (b) Find the number of calls to the function f required for the computation of $f(x, x + 2)$.
 - (c) Find the maximum depth of the runtime stack during the computation of $f(x, x + 2)$.
- (3) When integers x and y satisfy $x < y$, $f(x, y)$ can be expressed as $f(x, x + n)$ using an integer $n > 0$. Answer the following questions.
 - (a) The value of $(f(x, x + n) - x)$ is constant regardless of x and n . Find the specific constant value and prove by mathematical induction on n that the value of $(f(x, x + n) - x)$ is always equal to the constant.
 - (b) The number of calls to the function f required for the computation of $f(x, x + n)$ can be expressed as a function of n . Find the function.
 - (c) The maximum depth of the runtime stack during the computation of $f(x, x + n)$ can be expressed as a function of n . Find the function.

**2026 年 8 月実施
問題 5 物理
(1 頁目 / 6 頁中)**

位置を x , 時刻を t とする. 一次元ポテンシャル $V(x)$ のもとで運動する質量 m の粒子を一つ考える. 規格化された粒子の波動関数 $\Psi(x, t)$ は, 任意の時刻において, 次の時間に依存するシュレーディンガー方程式に従うとする.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \Psi(x, t).$$

ここで $\hbar$ は換算プランク定数である.

$t < 0$ において, $V(x)$ は次のように表される幅 $2L$ の井戸型ポテンシャルである.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (-L < x < L), \\ \infty & (x \leq -L, \quad L \leq x). \end{cases}$$

粒子はこのポテンシャルの基底状態にある. 基底状態の波数を k_0 , その固有エネルギーを E_0 とすると, $\Psi(x, t)$ は次のように表される.

$$\Psi(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} \cos(k_0 x) \exp\left(-i \frac{E_0}{\hbar} t\right) & (-L < x < L), \\ 0 & (x \leq -L, \quad L \leq x). \end{cases}$$

次の問に答えよ.

(1) k_0 と E_0 を求めよ.

(2) $t = 0$ において, 井戸幅が正負の x 方向にそれぞれ L だけ拡張し, $t \geq 0$ において $V(x)$ は次のように表される幅 $4L$ の井戸型ポテンシャルとなる.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (-2L < x < 2L), \\ \infty & (x \leq -2L, \quad 2L \leq x). \end{cases}$$

波動関数は $t = 0$ において時間に対して連続であるとする. したがって, 井戸幅の拡張直後の波動関数 $\Psi(x, 0)$ は次のように与えられる.

$$\Psi(x, 0) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} \cos(k_0 x) & (-L < x < L), \\ 0 & (x \leq -L, \quad L \leq x). \end{cases}$$

$t \geq 0$ における $\Psi(x, t)$ は, 領域 $-2L < x < 2L$ で次のように表される.

2026 年 8 月実施
問題 5 物理
(2 頁目 / 6 頁中)

$$\Psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x, t),$$

$$c_n \equiv \int_{-2L}^{2L} \psi_n^*(x, 0) \Psi(x, 0) dx,$$

$$\psi_n(x, t) \equiv \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2L}} \cos(k_n x) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right) & (n = 1, 3, 5, \dots), \\ \frac{1}{\sqrt{2L}} \sin(k_n x) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right) & (n = 2, 4, 6, \dots). \end{cases}$$

ここで, n は自然数であり, $\psi_n(x, t)$ は第 n 固有状態の波動関数, $k_n = \frac{n\pi}{4L}$ はその波数, E_n はその固有エネルギーである. また, 偶数 n に対し, 係数 $c_n = 0$ であるから, $t \geq 0$ の任意の時刻において $\Psi(x, t)$ は次のように表される.

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1,3,5,\dots} c_n \psi_n(x, 0) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right).$$

(a) $n \geq 1$ に対して, E_n を求めよ.

(b) $n = 1$ 成分と $n = 3$ 成分の相対位相が初めて 2π の整数倍となる時刻 $\tau (> 0)$ を求めよ. すなわち, 次を満たす時刻 τ を求めよ.

$$\frac{E_3 - E_1}{\hbar} \tau = 2\pi.$$

(c) 奇数 n に対する c_n として正しいものを次の A. - C. の中から選択せよ.

A. $-\frac{8\sqrt{2}}{\pi(n^2 - 4)} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$

B. $-\frac{16\sqrt{2}}{\pi L(n^2 - 4)} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

C. $-\frac{16\sqrt{2}}{\pi(n^2 - 4)} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$

(d) 奇数 n に対して, ある整数 q を用いて $n^2 = 8q + 1$ と表されることに着目する.

$\Psi(x, \tau)$ が井戸内の全領域 $-2L < x < 2L$ で $\Psi(x, 0)$ の複素定数倍となることを示し, その複素定数を求めよ.

2026 年 8 月実施
問題 5 物理
(3頁目／6 頁中)

- (3) 問(2) の物理的描像を述べた次の文の空欄 (a) - (f) に入る文章または語句として最も適切なものを各選択肢から選べ。

「井戸幅が広がった直後，波動関数 $\Psi(x, 0)$ は拡張後の井戸の固有状態の波動関数 $\psi_n(x, 0)$ を用いて (a) 表される．偶数 n に対して，係数 $c_n = 0$ であることは $\Psi(x, 0)$ と $\psi_n(x, 0)$ が (b) していることを意味している．

時刻 $t > 0$ において，各固有状態成分の重み $|c_n|^2$ は (c) ．各成分には固有エネルギーに応じた位相因子 $\exp(-i \frac{E_n}{\hbar} t)$ が掛かる．したがって， $\Psi(x, t)$ の形が時間とともに変化する．

$t = \tau$ においては，(d) ため， $|\Psi(x, \tau)|^2 = |\Psi(x, 0)|^2$ となり，粒子の存在確率分布は拡張前の井戸領域に戻る．さらに， $t =$ (e) においては，(f) ため， $\Psi(x, (e)) = \Psi(x, 0)$ となり，井戸幅が拡張した時点の波動関数と完全に同一の波動関数が復元される。」

(a) の回答群

- A. 一つの固有状態だけで B. 複数の固有状態の重ね合わせとして

(b) の回答群

- A. 直交 B. 比例 C. 一致

(c) の回答群

- A. 時間とともに変化する B. 時間によらず一定である

(d) と (f) の回答群

- A. 全ての奇数 n で同じ c_n をもつ B. 全ての奇数 n で同じ位相因子をもつ
C. 全ての奇数 n で位相因子が 1 になる

(e) の回答群

- A. 2τ B. 4τ C. 8τ

2026 年 8 月実施
問題 5 物理
(4頁目／6 頁中)

Let x denote position and t denote time. Consider a particle of mass m moving in a one-dimensional potential $V(x)$. The normalized wave function of the particle, $\Psi(x, t)$, is assumed to obey the following time-dependent Schrödinger equation at all times:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \Psi(x, t).$$

Here, $\hbar$ is the reduced Planck constant.

For $t < 0$, $V(x)$ is a well potential of width $2L$ expressed as follows:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (-L < x < L), \\ \infty & (x \leq -L, \quad L \leq x). \end{cases}$$

The particle is in the ground state of this potential. Letting k_0 be the wave number of the ground state and E_0 its eigenenergy, $\Psi(x, t)$ is expressed as follows:

$$\Psi(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} \cos(k_0 x) \exp\left(-i \frac{E_0}{\hbar} t\right) & (-L < x < L), \\ 0 & (x \leq -L, \quad L \leq x). \end{cases}$$

Answer the following questions.

(1) Find k_0 and E_0 .

(2) At $t = 0$, the width of the well is expanded by L in each of the positive and negative x -directions, and for $t \geq 0$, $V(x)$ becomes a well potential of width $4L$ expressed as follows:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (-2L < x < 2L), \\ \infty & (x \leq -2L, \quad 2L \leq x). \end{cases}$$

Assume that the wave function is continuous with respect to time at $t = 0$. Therefore, the wave function $\Psi(x, 0)$ immediately after the expansion of the well width is given as follows:

$$\Psi(x, 0) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} \cos(k_0 x) & (-L < x < L), \\ 0 & (x \leq -L, \quad L \leq x). \end{cases}$$

For $t \geq 0$, $\Psi(x, t)$ is expressed in the region $-2L < x < 2L$ as follows:

**2026 年 8 月実施
問題 5 物理
(5頁目／6 頁中)**

$$\Psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x, t),$$

$$c_n \equiv \int_{-2L}^{2L} \psi_n^*(x, 0) \Psi(x, 0) dx,$$

$$\psi_n(x, t) \equiv \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2L}} \cos(k_n x) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right) & (n = 1, 3, 5, \dots), \\ \frac{1}{\sqrt{2L}} \sin(k_n x) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right) & (n = 2, 4, 6, \dots). \end{cases}$$

Here, n is a natural number, $\psi_n(x, t)$ is the wave function of the n -th eigenstate, $k_n = \frac{n\pi}{4L}$ is its wave number, and E_n is its eigenenergy. Also, since $c_n = 0$ for even n , $\Psi(x, t)$ at any time $t \geq 0$ is expressed as follows:

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1,3,5,\dots} c_n \psi_n(x, 0) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right).$$

- (a) For $n \geq 1$, find E_n .
- (b) Find the first time $\tau(> 0)$ at which the relative phase between the $n = 1$ component and the $n = 3$ component becomes an integer multiple of 2π . That is, find the time τ that satisfies the following:

$$\frac{E_3 - E_1}{\hbar} \tau = 2\pi.$$

- (c) Select the correct expression for c_n , for odd n , from A. – C. below.

A. $-\frac{8\sqrt{2}}{\pi(n^2 - 4)} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$	B. $-\frac{16\sqrt{2}}{\pi L(n^2 - 4)} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$
C. $-\frac{16\sqrt{2}}{\pi(n^2 - 4)} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$	

- (d) For odd n , note that n^2 can be expressed as $n^2 = 8q + 1$ using an integer q . Show that $\Psi(x, \tau)$ is a complex constant multiple of $\Psi(x, 0)$ throughout the entire region $-2L < x < 2L$ inside the well, and find the complex constant.

**2026 年 8 月実施
問題 5 物理
(6頁目／6 頁中)**

- (3) For each blank (a) – (f) in the following passage describing the physical picture in question (2), select the most appropriate statement or phrase from the corresponding choices.

“Immediately after the well width has expanded, the wave function $\Psi(x, 0)$ is represented (a) using the eigenstate wave functions $\psi_n(x, 0)$ of the well after the expansion. For even n , the fact that the coefficient $c_n = 0$ means that $\Psi(x, 0)$ and $\psi_n(x, 0)$ are (b). At time $t > 0$, the weight $|c_n|^2$ of each eigenstate component (c). Each component acquires the phase factor $\exp(-i \frac{E_n}{\hbar} t)$ corresponding to its eigenenergy. Therefore, the shape of $\Psi(x, t)$ changes with time.

At time $t = \tau$, because (d), $|\Psi(x, \tau)|^2 = |\Psi(x, 0)|^2$ and the probability distribution for the position of the particle returns to the region of the well before the expansion. Furthermore, at $t =$ (e), because (f), $\Psi(x, \text{(e)}) = \Psi(x, 0)$ and a wave function completely identical to the wave function at the time when the well width was expanded is restored.”

Choices for (a)

A. by only one eigenstate

B. as a superposition of multiple eigenstates

Choices for (b)

A. orthogonal

B. proportional

C. identical

Choices for (c)

A. changes with time

B. remains constant in time

Choices for (d) and (f)

A. all odd n have the same coefficient c_n

B. all odd n have the same phase factor

C. the phase factor becomes 1 for all odd n

Choices for (e)

A. 2τ

B. 4τ

C. 8τ

2026 年 8 月実施
問題6 数学基礎
(1 頁目 / 2 頁中)

(1) 2 次の正方行列 A, B, C, D, X, Y を

$$A = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} i & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$X = \frac{1}{\sqrt{2}} (A + B^2), \quad Y = \frac{1}{\sqrt{2}} (B - A^2)$$

とする。以下の問に答えよ。

- (a) X および Y を計算せよ。
- (b) A, B, C, D, X, Y のうち、エルミット行列であるものをすべて答えよ。
- (c) A, B, C, D, X, Y のうち、ユニタリ行列であるものをすべて答えよ。

(2) 関数 $f(x)$ のフーリエ変換を次のように定義する。

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i\omega x) dx$$

以下の問に答えよ。

- (a) 次の関数のフーリエ変換を求めよ。

$$f(x) = \exp(-|x|)$$

- (b) 次の関数のフーリエ変換を求めよ。

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

2026 年 8 月実施
問題6 数学基礎
(2 頁目 / 2 頁中)

- (1) Let the second-order square matrices A , B , C , D , X , and Y be given as

$$A = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} i & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$X = \frac{1}{\sqrt{2}} (A + B^2), \quad Y = \frac{1}{\sqrt{2}} (B - A^2).$$

Answer the following questions.

- (a) Find the matrices X and Y .
- (b) Find all Hermitian matrices among A , B , C , D , X , and Y .
- (c) Find all unitary matrices among A , B , C , D , X , and Y .

- (2) For a function $f(x)$, the Fourier transformation $F(\omega)$ is defined as

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i\omega x) dx.$$

Answer the following questions.

- (a) Find the Fourier transformation of the following function:

$$f(x) = \exp(-|x|).$$

- (b) Find the Fourier transformation of the following function:

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}.$$