

骨の診断を目指した超音波による骨の 弾性定数と密度の非侵襲計測

浅井 仁 金井 浩

Noninvasive Measurement of Stiffness and Density of Bone for Its Diagnosis Using Ultrasound

Hitoshi ASAI, EJSUM, and Hiroshi KANAI, EJSUM

Abstract

Because the acoustic and elastic properties of bone evaluated using ultrasound-based methods have proved so useful in the direct evaluation of bone characteristics, many workers have developed methods and systems based on the *in vivo* measurement of velocity, attenuation, or both, of ultrasound in bone. These include the acoustic emission (AE), apparent velocity of ultrasound (AVU), and speed of sound-broadband ultrasound attenuation (SOS-BUA) methods. Bone stiffness is accepted as an effective index in the diagnosis of such bone diseases as osteoporosis. The literature contains reports of the estimation of bone stiffness from velocity (speed of sound [SOS]) and attenuation (broadband ultrasound attenuation [BUA]). The physical explanation of how these methods of evaluating stiffness from the obtained values of BUA and SOS remains obscure, however. Here we propose a new diagnostic method and system based on ultrasound measurement of the stiffness of bone. The proposed method determines stiffness from the velocity of the leaky surface skimming compressional waves (LSSCWs) obtained with the microdefocusing method and the acoustic impedance obtained with the reflectance method. Thus this method can evaluate stiffness without exposing the patient to X-rays; moreover, the physical basis of the calculation of stiffness from velocity and impedance is well understood. We applied this system to the human tibia *in vivo*: stiffness and density in a young volunteer were successfully evaluated at 24.9 GPa and $2.01 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, respectively.

Key Words

Density, Elastic constant, Osteoporosis, Microdefocusing method, Reflectance method

1. はじめに

超音波による骨の診断法は、X線の被曝がなく、また、弾性特性と対応する骨質を評価できる可能性があることから注目されている。

超音波を用いた骨の診断装置としては、これまでに音速を測定する acoustic emission (AE) 法¹⁾, apparent velocity of ultrasound (AVU) 法²⁾, 音速と減衰定数を測定する speed of sound-broadband ultrasound attenuation (SOS-BUA) 法^{3,4)}, 音響インピーダンスを測定するインピーダンス法⁵⁾などが考案されている。しかし、

これらの測定量は基本的な物理量ではないため、得られた測定値と骨の状態とを明確に関連付けることは必ずしも容易ではないと考えられる。我々は、より基本的な物理量である弾性定数や密度を測定して骨の診断を行うことを提案し研究を進めてきた。

骨の弾性定数については、Abendscheinら⁶⁾がヒトの脛骨の皮質骨について、100 kHzの超音波を用いて *in vitro* で音速を測定し、これと別途測定した密度を用いて弾性定数を算出している。音速と密度から求めた弾性定数は、3点曲げ法によって求めた弾性定数と高い相関があり、また、健常者に比較して、糖尿病患者

東北大学大学院工学研究科電気・通信工学専攻 (Department of Electrical Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University, Aramaki-aza-Aoba 05, Sendai-shi 980-8579, Japan)

(Received Mar 15, 1999; Accepted in final form Jun 11, 1999)

及び骨粗鬆症患者の値が減少することを確認している。したがって、弾性定数を *in vivo* で測定できれば、骨粗鬆症の診断に適用することが期待できる。

超音波を用いて骨の弾性定数と密度を測定するには、同一の測定部位について音速 ($\sqrt{\text{弾性定数}/\text{密度}}$) と音響インピーダンス ($\sqrt{\text{弾性定数} \times \text{密度}}$) とを測定すれば良い。しかし、一般的に行われている骨の音速測定は透過法であるため、音響インピーダンス測定と組み合わせることが困難である。

中鉢らは、反射型の構成で骨の音速を測定する方法として、骨の表面を縦波の速度にはほぼ等しい速度で伝搬する漏洩表面擬似縦波を利用して測定する方法を提案している⁹⁾⁻¹²⁾。漏洩表面擬似縦波は弾性表面波の一種で、超音波顕微鏡⁷⁾と同様に直線集束音響レンズを利用して励振され、 $V(z)$ 曲線解析法⁸⁾によりその速度を測定することができる。漏洩表面擬似縦波速度測定は、超音波の送受信を骨の表面に対して斜め方向から行うため、超音波の送受信を骨の表面に対して垂直方向から行う音響インピーダンス測定と組み合わせることができる。しかし実際には、骨の場合には減衰が大きいため、周期解析に対して十分な周期数の $V(z)$ 曲線を得ることが困難である。そこで我々は、 $V(z)$ 曲線解析法に対しては、十分な周期数が得られないような微小な試料移動量 (デフォーカス量) で漏洩表面擬似

縦波の位相速度を決定できるマイクロフォーカス法¹³⁾を利用して漏洩表面擬似縦波の速度を測定する方法を開発した¹⁴⁾¹⁵⁾。この方法では、送受信別の一对の集束超音波トランスジューサを用いて漏洩表面擬似縦波速度を測定するので音響インピーダンス測定¹⁶⁾を組み合わせることが容易になる利点もある。本論文では、上記の原理に基づいて骨の弾性定数と密度を測定する方法ならびに測定システムによって、実際にヒト脛骨について *in vivo* で弾性定数と密度を測定した結果について示す。

2. 弾性定数と密度の計測システム

Fig.1 に漏洩表面擬似縦波速度と音響インピーダンスの同時測定による弾性定数の計測システムを示す。漏洩表面擬似縦波の音速は、送波用のトランスジューサ (A) と、受波用のトランスジューサ (B) の2つの集束トランスジューサを用いて、マイクロフォーカス法¹³⁾により測定する¹⁴⁾¹⁵⁾。一方、音響インピーダンスは、送受兼用の集束トランスジューサ (C) を用いて、超音波の反射率をパイレックスガラスを基準試料として測定し、水の音響インピーダンスを既知として求める¹⁶⁾。トランスジューサの動作中心周波数は、(A), (B), (C) いずれも 1 MHz で、焦点距離は 95 mm である。

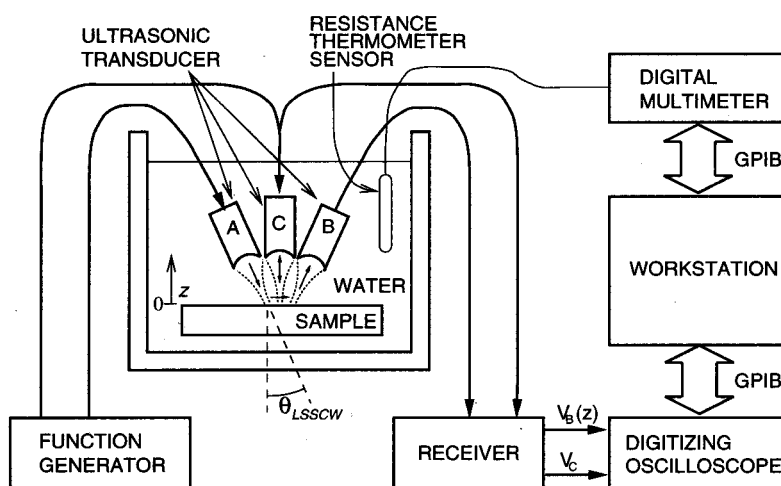


Fig.1 Block diagram of the measuring system. The system can measure both LSSCW velocity and acoustic impedance of the same local area of a sample, and sample stiffness and density is calculated from the values obtained.

漏洩表面擬似縦波は、物質の表面を縦波の速度とほぼ等しい速度で伝搬する弾性表面波で、物質の表面に縦波を臨界角で入射することによって励振できる。骨の場合には縦波速度が 2,700 m/s から 4,100 m/s 程度¹⁷⁾であるので、臨界角は 21~33 度である。漏洩表面擬似縦波を骨の音速測定に利用すれば、従来の透過法による音速測定法とは異なり、骨を挟んだ反対側には超音波トランスジューサを配置する必要がないので、測定部位が限定されない。また、骨の表面に対して斜め方向から超音波を送受信するので、垂直に送受信する音響インピーダンス測定と組み合わせるのに都合が良い。

3. 漏洩表面擬似縦波速度の測定方法

漏洩弾性波の位相速度を測定する方法としては、超音波顕微鏡で利用されている $V(z)$ 曲線解析法がある。しかし、骨の場合には減衰が大きいので、周期解析に対して十分な周期数の $V(z)$ 曲線を得ることが困難である⁹⁾⁻¹²⁾。そこで本測定法では、 $V(z)$ 曲線解析法に対しては、十分な周期数が得られないような微小な試料移動量（デフォーカス量）で漏洩表面擬似縦波の位相速度を決定できるマイクロフォーカス法¹³⁾を利用する¹⁴⁾⁻¹⁵⁾。

Fig.1 において、トランスジューサ (A) に周波数 1 MHz、パルス幅 50 μ s の RF バーストパルスを加え、試料表面に漏洩表面擬似縦波を励振する。漏洩表面擬似縦波は、水中に漏洩波を再放射しながら試料表面を伝搬する。試料とトランスジューサの角度を保ったまま、試料表面とトランスジューサ対の距離 z を近づけて、各 z におけるトランスジューサ (B) の出力波形をデジタルオシロスコープにより A/D 変換して、ワークステーションに取り込む。ワークステーションでは各 z における波形から、高速フーリエ変換 (FFT) を用いて位相スペクトルを計算する。また、測定時の水温を測温抵抗体とデジタルマルチメータを用いて測定し、水の音速の温度依存性¹⁸⁾を利用して測定時の水の音速を測定する。試料を送受のトランスジューサ対に δz だけ近づけたときの受信信号の位相の変化 $\delta\alpha$ は、スネルの法則

$$\sin \theta_{LSSCW} = \frac{v_w}{v_{LSSCW}} = \frac{k_{LSSCW}}{k_w} \quad (1)$$

を利用すると次のように表される。

$$\delta\alpha = 2 k_w \delta z \times \cos \theta_{LSSCW} \quad (2)$$

ただし、 θ_{LSSCW} 、 $v_w = 2\pi f/k_w$ 、 $v_{LSSCW} = 2\pi f/k_{LSSCW}$ 、 k_w 、 k_{LSSCW} はそれぞれ、水/試料境界における漏洩表面擬似縦波の臨界角、水中での縦波音速、漏洩表面擬似縦波の位相速度、水の縦波波数、漏洩表面擬似縦波の波数である。したがって、試料の位置 z を送受のトランスジューサ対に近づけながら、各 z に関して受信信号波形を測定すると、試料の位置 z に対する位相 α の変化率 ξ が次のように求められる。

$$\xi = \frac{\delta\alpha}{\delta z} = 2 k_w \cos \theta_{LSSCW} \quad (3)$$

(1) 式と (3) 式から、漏洩表面擬似縦波の位相速度 v_{LSSCW} が次のように求められる。

$$v_{LSSCW} = \frac{v_w}{\sqrt{1 - \left(\frac{\xi v_w}{4\pi f}\right)^2}} \quad (4)$$

4. 音響インピーダンスの測定方法

音響インピーダンスは、骨の表面における反射係数を測定して求める。音響インピーダンス Z_1 が既知である媒質 1 から、音響インピーダンス Z_2 が未知である媒質 2 との平面境界に平面超音波を垂直に入射して反射係数 R を測定すれば、 Z_2 は次式により求めることができる。

$$Z_2 = Z_1 \times \frac{1+R}{1-R} \quad (5)$$

反射係数 R は、入射波と反射波の振幅の比で定義されるが、ここでは入射波と反射波の振幅を測定するかわりに、反射係数が既知の基準試料からの反射波の振幅と測定試料からの反射波の振幅を測定して、比較法により反射係数を測定した¹⁶⁾。なお、基準試料としてはパイレックスガラスを用いた。

集束トランスジューサ (c) より中心周波数 1 MHz の超音波パルスを放射させ、同じトランスジューサ (c) で検出した測定対象物からの反射波 $y(t)$ をデジタルオシロスコープにより A/D 変換してワークステーションに転送する。 $y(t)$ は、測定装置の周波数特性と伝搬媒質の音響特性の周波数依存性で決められる

ある周波数帯域に分布した周波数成分を含んでいるため、各周波数ごとに反射係数が既知の基準試料からの反射波と測定試料からの反射波の振幅を比較し、S/Nの良好な周波数帯域に関してそれらの平均値を求めて反射係数を決定する。まず、基準試料からの反射波 $y_s(t)$ と測定試料からの反射波 $y_r(t)$ のそれぞれについて高速フーリエ変換 (FFT) によりパワースペクトル $P_s(f), P_r(f)$ を求める。次に、各周波数 f における反射係数 $R(f)$ を水/基準試料境界における音圧反射係数 R_0 を既知として次式により求める。

$$R(f) = \sqrt{\frac{P_r(f)}{P_s(f)}} \times R_0 \quad (6)$$

さらに、次式に示すように S/N の良好な周波数帯域 B について $R(f)$ の平均値を計算して反射係数の測定値とする。

$$R = \frac{\int_B R(f) df}{\int_B 1 df} \quad (7)$$

使用したトランスジューサの中心周波数は 1 MHz であり、用いた周波数帯域はほぼ 1 MHz \pm 0.2 MHz である。

5. 弾性定数と密度の測定方法

音響インピーダンス Z 、縦波音速 v_{long} と弾性定数 c 、密度 ρ との間には次の関係がある。

$$Z = \sqrt{\rho \times c} \quad (8)$$

$$v_{long} = \sqrt{\frac{c}{\rho}} \quad (9)$$

したがって、漏洩表面擬似縦波速度 v_{LSSCW} と縦波音速 v_{long} の比を K とすると音響インピーダンス Z と漏洩表面擬似縦波速度 v_{LSSCW} から、弾性定数 c と密度 ρ を次式により求めることができる。

$$c = \frac{Z \times v_{long}}{K} \quad (10)$$

$$\rho = \frac{Z \times K}{v_{long}} \quad (11)$$

6. ヒト脛骨の弾性定数と密度の非侵襲計測への応用

計測の部位として、軟組織の厚さが薄く、骨の表面が比較的平面である脛骨を取り上げ、Fig.2のような構成で骨の弾性定数と密度を計測する。

本計測法によって実際に *in vivo* 計測を行うに当たっては、骨の周囲の軟組織の影響について検討する必要がある。

骨に漏洩表面擬似縦波を励振して漏洩表面擬似縦波速度の測定を実際に行なうには体外から骨周りの軟組織を介して漏洩表面擬似縦波の励振ならびに検出を行なうことになる。軟組織を介して測定を行なう場合には、漏洩表面擬似縦波の位相速度が軟組織の音速や密度によって変化するほか、水/軟組織境界において屈折が生じ、その屈折角が軟組織の音速によって変化することが考えられる。ここでは、骨周りの軟組織が漏洩表面擬似縦波を利用した測定法に与える影響について Fig.3 に示すモデルを用いて検討する。Fig.3 に示すような水/軟組織境界における屈折の角度は、スネルの法則によって決定される。 θ_w, θ_{LSSCW} を図のよう

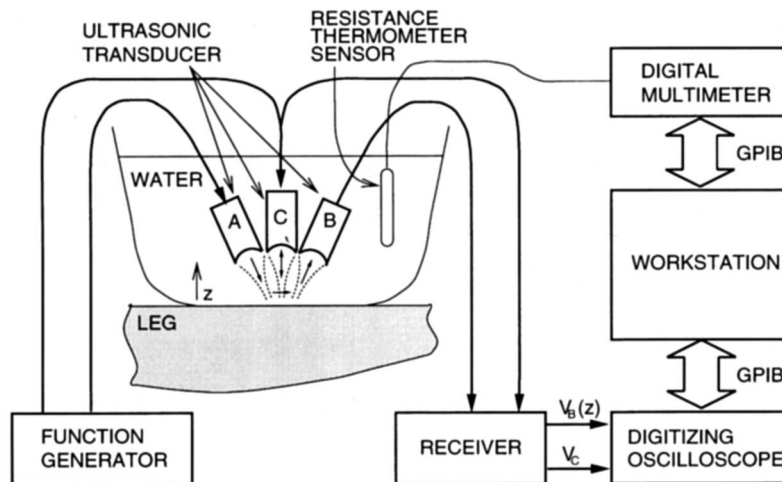


Fig.2 Block diagram showing the system used to measure the tibia.

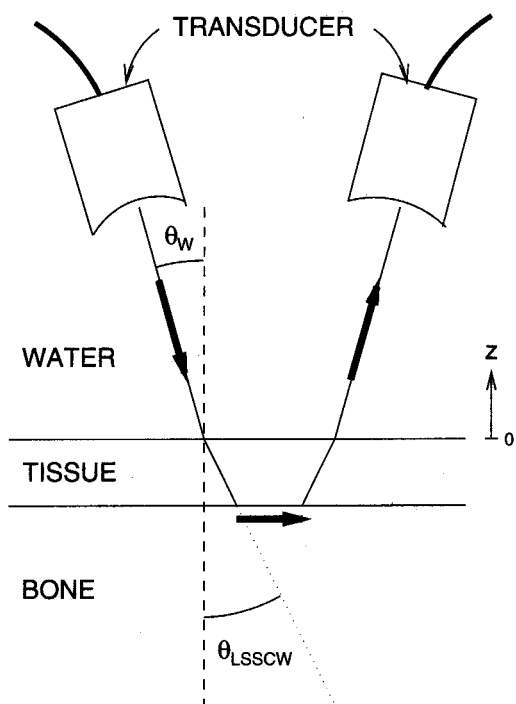


Fig.3 A refraction model for measuring LSSCW velocity in bone *in vivo*.

に定めるとスネルの法則は次のように書き表される。

$$\frac{\sin \theta_w}{v_w} = \frac{\sin \theta_{LSSCW}}{v_t} = \frac{1}{v_{LSSCW}} \quad (12)$$

ここで v_w , v_t , v_{LSSCW} はそれぞれ、水中の縦波速度、軟組織中の縦波速度、軟組織/骨境界を伝搬する漏洩表面擬似縦波速度である。測定信号の位相の距離 z に対する変化率は次のように表される。

$$\xi = \frac{2k_w}{\cos \theta_w} - 2k_{LSSCW} \tan \theta_{LSSCW} \quad (13)$$

$$= \frac{4\pi f}{v_w \sqrt{1 - \left(\frac{v_w}{v_{LSSCW}}\right)^2}} - \frac{4\pi f}{v_{LSSCW}^2} \frac{v_t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_t}{v_{LSSCW}}\right)^2}} \quad (14)$$

これは漏洩表面擬似縦波速度 v_{LSSCW} について解くことが困難なため、屈折の影響を考慮して位相の変化率から漏洩表面擬似縦波速度を決定するためには、式(14)で計算される位相の変化率が測定された値に等しくなるような v_{LSSCW} を繰り返し計算によって見つける必要がある。また、軟組織の音速については、測

定または仮定する必要がある。

音響インピーダンス計測においては、軟組織表面における反射と軟組織内の減衰を考慮に入れる必要がある。我々は、すでにこれらの影響を軽減する方法として、測定部位を伝送線路モデルで表現し、軟組織表面からの反射波と骨表面からの反射波を測定し、超音波の反射と減衰を考慮して音響インピーダンスを推定する方法を提案している¹⁶⁾。しかし、今回の測定部位である脛骨部は、軟組織の厚さが薄いため、軟組織表面からの反射波と骨表面からの反射波を区別して検出することが困難であり、この方法を適用することはできない。

弾性定数と密度の算出においては、骨の異方性を考慮する必要がある。人の骨の異方性については、Katzらにより骨の長軸を Z 軸とした六方晶モデルで表されることが示されている¹⁹⁾。音響インピーダンス測定における超音波の伝搬方向は、骨の径方向 (11 方向) であるので、密度 ρ と径方向の弾性定数 c_{11} を用いてこれを、

$$Z_{11} = \sqrt{\rho \times c_{11}} \quad (15)$$

と表す。漏洩表面擬似縦波速度測定での伝搬方向は、実際の測定を考慮して骨の軸方向 (33 方向) とすると測定される漏洩表面擬似縦波速度は密度 ρ と軸方向の弾性定数 c_{33} を用いて次式で表される。

$$v_{L33} = K_1 \times v_{c33} = K_1 \times \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}} \quad (16)$$

ここで、 K_1 は、軸方向の縦波速度 v_{c33} と軸方向の漏洩表面擬似縦波速度 v_{L33} の比である。

c_{11} と c_{33} の比を $K_2 = c_{33}/c_{11}$ とすると、 K_2 は *in vitro* 測定によるデータから決めることができ、Katzら²⁰⁾の値を用いて計算すると、約 1.17 である。したがって、弾性定数 c_{11} , c_{33} , 密度 ρ の値が次式により決定できる。

$$c_{11} = \frac{Z_{11} \times v_{L33}}{K_1 \times K_2} \quad (17)$$

$$c_{33} = \frac{Z_{11} \times v_{L33} \times K_2}{K_1} \quad (18)$$

$$\rho = \frac{Z_{11}}{v_{L33}} \times K_1 \times K_2 \quad (19)$$

この弾性定数と同様の指標としては、ルナー社の透過

Table 1 Experimental Results of the Measurement of the Stiffness and Density of Phenol Resin, PMMA, and the Human Tibia

	Proposed Method			Transmission Method			
	Z_{11} kg/m ² ·s	v_{L33} m/s	Z_{11}/v_{L33} kg/m ³	$Z_{11} \times v_{L33}$ GPa	v_{11} m/s	ρ kg/m ³	$\rho \times v_{11}^2$ GPa
Phenol resin	5.31×10^6	3515	1.51×10^3	18.7	3718	1.36×10^3	18.8
PMMA	3.31×10^6	2696	1.22×10^3	8.92	2727	1.21×10^3	9.02
Tibia (a)	7.08×10^6	3522	2.01×10^3	24.9			
(b)	7.08×10^6	3638	1.95×10^3	25.8			

型骨粗鬆症診断装置，アキレスで定義されている

$$\text{Stiffness} = 0.67(\text{BUA} - 50) + 0.28(\text{SOS} - 1380) \quad (20)$$

がある²¹⁾。ここで、BUA (Broadband Ultrasound Attenuation) は、超音波減衰係数、SOS (Speed of Sound) は、踵骨部を透過する超音波の見かけの伝搬速度であり、Stiffness 値の物理的な意味づけは曖昧である。これに比較して、(17)-(19) 式で求める弾性定数は、その導出に関して物理的な根拠が明確である。

7. 実験ならびに結果

試料としてフェノール樹脂 (利昌工業 (株) 製リョーライト) ならびにアクリル樹脂 (三菱レイヨン (株) 製アクリライト) を用いて漏洩表面擬似縦波速度測定と音響インピーダンス測定を行い、弾性定数と密度を算出し、これらの推定値と別途超音波透過法によって測定した縦波音速ならびに質量と体積から計算した密度と比較した結果を Table 1 に示す。本手法により推定した弾性定数と密度は、透過法によって測定した弾性定数と密度にほぼ一致し、本手法により弾性定数と密度を推定できることがわかる。

また、25 歳男性の右脛骨 (tibia) について、本手法により漏洩表面擬似縦波速度と反射係数の測定を *in vivo* で行い、弾性定数と密度を推定した。表の (a) 及び (b) は、それぞれ漏洩表面擬似縦波速度の算出において、屈折の影響を考慮しない場合と考慮した場合である。なお、軟組織の音速は、1,540 m/s と仮定した。軟組織の介在による屈折の影響を考慮しない場合と考慮した場合の漏洩表面擬似縦波速度、弾性定数、密度の推定値の差は 3% 程度であり、あまり大きな差は無い。

本手法による弾性定数と密度の推定値を Abendsh-

ein⁶⁾ が健常者の脛骨について *in vitro* で測定した縦波速度 3,526 m/s、密度 1.97×10^3 kg/m³ ならびにこれらの値を用いて算出した弾性定数 24.5 GPa と比較することにより、脛骨についても妥当な値が得られているものと考えられる。

8. 結 語

本論文では、骨の超音波診断法として、骨のほぼ同一の測定部位について漏洩表面擬似縦波速度測定と音響インピーダンス測定とを行うことにより、骨の弾性定数や密度を非侵襲的に測定する方法を示し、脛骨について適用して、妥当な値が得られることを示した。本手法を骨粗鬆症などの骨の疾患の診断法に適用していくためには、骨周囲の軟組織の影響を軽減する方法の改良に加え、幅広い年齢層についての測定値を蓄積するなどして測定の精度や検出能などについてさらに検討を加える必要がある。

実験装置に関して御協力頂いたニッカ電測 (株) に感謝する。本研究の一部は文部省科学研究費補助金の補助による。

文 献

- 1) Yoon HS, Caraco B, Kaur H et al: Clinical application of acoustic emission techniques to bone abnormalities. *1980 IEEE Ultrason Symp Proc* 1980; 2: 1067-1072.
- 2) Heaney RP, Aviori LV, Chesnut III CH, et al: Osteoporotic bone fragility detection by ultrasound transmission velocity. *JMMA* 1989; 261: 2986-2990.
- 3) Langton CM, Palmer SB and Porter RW: The measurement of broad-band ultrasonic attenuation in cancellous bone. *Eng Med* 1984; 2: 89-91.
- 4) Baran DT, Kelly AM, Karellas A, et al: Ultrasound attenuation of the os calcis in women with osteoporosis and hip fractures. *Calcif Tissue Int* 1988; 43: 138-142.
- 5) 石井徹哉, 栗脇真史, 久保田康之ほか: 骨粗鬆症診断法としての超音波反射法の検討. 計測自動学会第 10 回生体・生理工学シンポジウム講演論文集 1995: 145

- 6) Abendshein W and Hyatt GW : Ultrasonics and selected physical properties of bone. *Clin Orthopaed Rel Res* 1970 ; 69 : 294-301.
- 7) 中鉢憲賢 : 超音波顕微鏡. 日本音響学会誌 1983 ; 39 : 631-636.
- 8) Kushibiki J and Chubachi N: Material characterization by line-focusbeam acoustic microscope. *IEEE Trans Sonics Ultrasonics* 1985 ; SU-32 : 189-212.
- 9) 中鉢憲賢, 三野宮利男, 比佐伸一郎 : 超音波による骨の新しい *in vivo* 計測法. 電子情報通信学会技術研究報告 1990 ; US 90-12 : 33-40.
- 10) 中鉢憲賢, 三野宮利男, 浅井仁 : 生体硬組織 (牛骨) への漏洩擬似縦波の励振と検出に関する基礎実験. 日本超音波医学会講演論文集 1990 : 363-364.
- 11) Chubachi N, Sannomiya T, and Asai H : Measurement of bone properties by ultrasound to develop diagnostic equipment. *1990 IEEE Ultrason Symp Proc* 1990 ; 1367-1370.
- 12) Chubachi N, Asai H, and Sannomiya T : A new method to measure bone properties by means of leaky surface acoustic waves. *J Acoust Soc Jpn (E)* 1992 ; 13 : 121-125.
- 13) Kanai H, Chubachi N, and Sannomiya T : Microdefocusing method for measuring acoustic properties using acoustic microscope. *IEEE Trans UFFC* 1992 ; 39 : 643-652.
- 14) Asai H, Kanai H, and Chubachi N : Noninvasive method for measuring velocity of leaky surface skimming compressional wave propagating on bone surface. *Electronics Letters* 1996 ; 32 : 2290-2291.
- 15) 浅井仁, 金井浩, 中鉢憲賢 : マイクロデフォーカス法に基づく骨の音速の新しい計測法の提案. 超音波医学 1996 ; 23 : 865-869.
- 16) 浅井仁, 金井浩, 中鉢憲賢 : 軟組織での反射と減衰を考慮した超音波反射法による骨の音響インピーダンスの計測. 超音波医学 1996 ; 23 : 643-650.
- 17) Miller EB Basic acoustic theory. In : Hill CR (ed), *Physical principles of medical acoustics*. New York: John Willy & Sons, 1986 : 59.
- 18) Kroebel W and Mahrt KH : Recent results of absolute sound velocity measurements in pure water and sea water at atmospheric pressure. *Acustica* 1976 ; 35 : 154-164.
- 19) Yoon HS and Katz JL : Ultrasonic wave propagation in human cortical bone II. Measurements of elastic properties and microhardness. *J. Biomech.* 1976 ; 9 : 459-464.
- 20) Katz JL, Yoon HS, Lipson S, et al : The effects of remodeling on the elastic properties of bone. *Calcif. Tissue Int.* 1984 ; 36 : S31-S36.
- 21) 藤田拓男 : 骨粗少症と骨量測定. *Clinical Calcium* 1995 ; 5 : 1384-1389.