

## 不均一な壁厚を有する管の局所壁弾性率の計測法

長谷川英之<sup>1</sup> 金井 浩<sup>1</sup> 星宮 望<sup>1</sup>  
小岩 喜郎<sup>2</sup>

### Evaluation of Regional Elastic Modulus of Cylindrical Shell with Nonuniform Wall Thickness

Hideyuki HASEGAWA<sup>1</sup>, Hiroshi KANAI<sup>1</sup>, EJSUM  
Nozomu HOSHIMIYA<sup>1</sup>, and Yoshiro KOIWA<sup>2</sup>

#### Abstract

We have been attempting to evaluate the elasticity of the arterial wall by measuring the small changes in its thickness caused by heartbeat in order to provide a method for diagnosing atherosclerosis noninvasively. Although the elasticity of the arterial wall has been evaluated noninvasively by measuring change in artery diameter and pulse-wave velocity, no method for noninvasively evaluating the elasticity of the arterial wall from change in its thickness has yet been reported. Using the *phased tracking method* proposed by our group, we measured small changes in thickness, changes of less than 100  $\mu\text{m}$ , in each regional area, which corresponds to the diameter of the ultrasound beam. From change in thickness, the elasticity of the arterial wall can be evaluated with better spatial resolution than that obtained with measurement of change in arterial diameter and pulse wave velocity. Here we propose a method for evaluating the elastic modulus of the arterial wall with nonuniform wall thickness by measuring changes in its thickness. In basic experiments employing silicone rubber tubes with nonuniform wall thickness as a model of the artery, the elastic modulus of each silicone rubber tube is evaluated from the determined change in wall thickness. These experimental results confirm the promise of the method proposed here.

#### Keywords

atherosclerosis, change in thickness of arterial wall, elastic modulus, small vibration on arterial wall

#### 1. はじめに

近年、食生活の欧米化、高齢化社会の到来に伴い、心筋梗塞・脳梗塞等の循環器系疾患が増加しており、その原因となる動脈硬化症の早期診断が重要となってきた。動脈硬化による組織変性にともない、動脈壁の弾性特性は変化するものと考えられ<sup>1)</sup>、動脈硬化症の診断において、壁の弾性特性を非侵襲的に評価できることは有用である。

従来の動脈壁弾性特性の非侵襲的評価法としては、心拍に伴う圧力波の2点間の伝搬速度を計測する脈波速度法、拍動に伴う動脈の径変化を計測し、弾性特性

を評価する手法等が提案されている。脈波速度は、Moens-Kortewegの式により動脈壁の円周方向の弾性率との関係が示されており<sup>2)</sup>、径変化を用いた弾性特性の評価指標として、増分弾性係数<sup>3)</sup>、スティフネスパラメータ<sup>4)</sup>、圧力弾性係数<sup>5)</sup>等が提案されている。

一方、著者らは、超音波を用いて拍動に伴う数十 $\mu\text{m}$ という微小な動脈壁厚変化を計測することにより、動脈壁の弾性特性の非侵襲的評価を試みている<sup>7)</sup>。脈波伝搬速度や動脈の径変化により評価される壁弾性特性は、それぞれ、軸方向数十cm間、または円周全体の平均的なものであることに対して、本手法により計測された壁厚変化を用いて弾性特性を評価でき

<sup>1</sup>東北大学大学院工学研究科電気・通信工学専攻, <sup>2</sup>東北大学大学院医学系研究科第一内科 (<sup>1</sup>Department of Electrical and Communication Engineering, Tohoku University Graduate School of Engineering, Aramaki-aza-Aoba 05, Aoba-ku, Sendai 980-8579, Japan, <sup>2</sup>First Department of Internal Medicine, Tohoku University Graduate School of Medicine, Seiry-cho 1-1, Aoba-ku, Sendai 980-0572, Japan)  
(Received June 9, 2000; Revision accepted on October 19, 2000)

ば、超音波のビーム幅に相当する 1 mm 程度の局所ごとに弾性特性の評価が可能であり、空間分解能を向上できる。そこで本論文では、内圧変化に伴う管壁の厚み変化を用いた管壁弾性率の算出法について検討し、シリコーンゴム管を用いた基礎実験において管壁の弾性率を算出できることを示す。

## 2. 拍動に伴う動脈壁厚の微小変化の計測原理

拍動に伴う動脈壁の厚み変化  $\Delta h(t)$  を算出するために、まず動脈壁の微小振動速度  $v(t)$  を計測する<sup>6)7)</sup>。その計測原理の概略を以下に示す。

Fig.1 に模式的に示されるように、超音波診断装置

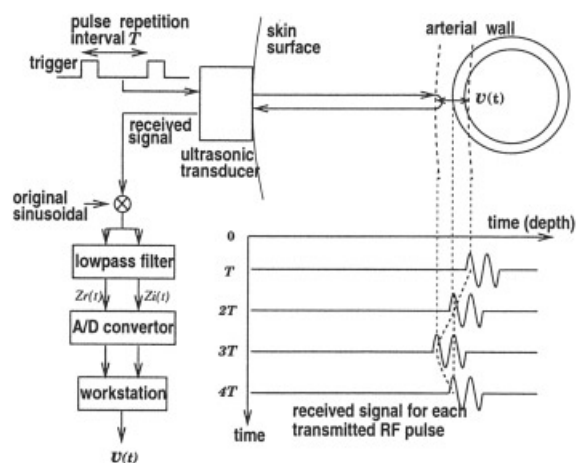


Fig.1 Method used to measure small velocity on the arterial wall.

の超音波プローブから送信された超音波パルスは、動脈壁により反射されて超音波プローブに戻るまでに、伝搬距離による位相遅れ  $\theta(t)$  が生じる。対象までの距離変化を高精度に決定するために、受信波の直交検波出力を用いて、連続して送受信された 2 つの超音波パルス間の位相偏移  $\Delta\theta(t) = \theta(t+T) - \theta(t)$  を推定する。ここで、 $T$  は超音波パルスの送信繰り返し周期である。

さらに、推定された位相偏移  $\Delta\theta(t)$  をもとに、動脈壁の微小振動速度  $v(t)$  は、連続して送受信された 2 つのパルスの中間時点  $t+T/2$  での値として、次のように求められる。

$$v\left(t+\frac{T}{2}\right) = -\frac{c}{2\omega_0} \frac{\Delta\theta(t)}{T} \quad (1)$$

ここで、 $\omega_0$  は送信超音波の中心角周波数、 $c$  は音速

で、生体内では 1,540 m/s と仮定する。

以上のようにして動脈壁の振動速度  $v(t)$  を算出することにより、動脈壁の厚み変化  $\Delta h(t)$  を算出する。動脈壁の厚み変化  $\Delta h(t)$  は、動脈壁の内膜側の変位  $x_{in}(t)$  と外膜面の変位  $x_{ad}(t)$  の差で表される。したがって、内膜面と外膜面それぞれについて振動速度  $v_{in}(t)$ 、 $v_{ad}(t)$  を各々算出し、それらの差をとって時間積分することにより動脈壁の厚み変化  $\Delta h(t)$  が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta h(t) &= x_{in}(t) - x_{ad}(t) \\ &= \int \{v_{in}(t) - v_{ad}(t)\} dt \end{aligned} \quad (2)$$

## 3. 動脈壁厚の微小変化を用いた壁弾性率の算出法

### 3.1 動脈が壁厚の均一な円筒管と見なせる場合

動脈硬化性プラークが存在しない場合には、動脈を壁厚の均一な円筒管と仮定する。このとき、時刻  $t$  における内圧の拡張期圧  $p_0$  からの増分  $\Delta p(t)$  による動脈壁半径方向の増分ひずみ  $\Delta \varepsilon_r(t)$  は次式で示される<sup>8)</sup>。

$$\Delta \varepsilon_r(t) = \frac{\Delta \sigma_r(t)}{E_r} - \frac{\nu \Delta \sigma_\theta(t)}{E_\theta} - \frac{\nu \Delta \sigma_z(t)}{E_z} \quad (3)$$

ここで、 $E_r$ 、 $E_\theta$ 、 $E_z$  は各々、半径方向、円周方向、軸方向の弾性率、 $\Delta \sigma_r(t)$ 、 $\Delta \sigma_\theta(t)$ 、 $\Delta \sigma_z(t)$  は各々、半径方向、円周方向、軸方向の増分応力、 $\nu$  はポアソン比である。(3)式の右辺第 2 項と第 3 項はそれぞれ、円周方向と軸方向の増分応力  $\Delta \sigma_\theta(t)$ 、 $\Delta \sigma_z(t)$  による円周方向と軸方向のひずみ  $\Delta \sigma_\theta(t)/E_\theta$ 、 $\Delta \sigma_z(t)/E_z$  に伴いポアソン比  $\nu$  を介して生じる径方向のひずみの減少分を示している。

動脈は、生体内では軸方向に非常に強く拘束されているため<sup>9)</sup>、軸方向のひずみは無視できるものと仮定すると ( $\Delta \sigma_z(t)/E_z \approx 0$ )、(3)式は次式のように近似できる。

$$\Delta \varepsilon_r(t) \approx \frac{\Delta \sigma_r(t)}{E_r} - \frac{\nu \Delta \sigma_\theta(t)}{E_\theta} \quad (4)$$

次に、動脈が心拍に伴う内圧変化  $\Delta p(t)$  により Fig. 2 のような変形をしているときの Fig. 2 の斜線部分の力のつり合いについて考える。Fig. 2 の斜線部分を拡大したものを Fig. 3 に示す。時刻  $t$  における内圧と外圧 (大気圧) をそれぞれ  $p_1(t)$ 、 $p_2(t)$  とし、血管壁が拡

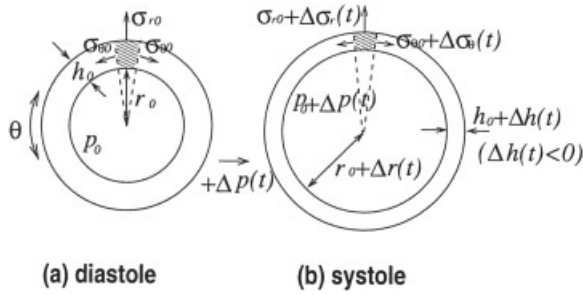


Fig.2 Change in diameter and thickness of the arterial wall caused by change in internal pressure.

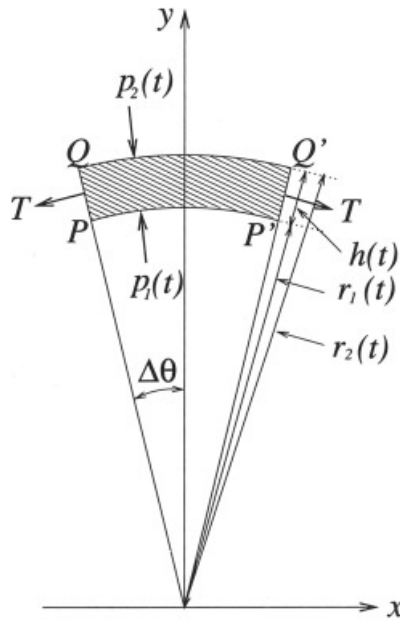


Fig.3 Balance of force in a small region of the arterial wall.

張する方向を正とする。

Fig.3の斜線部分はy軸に関して対称であるから、x方向の力のつり合いは保たれていると考えられる。したがって、まず内腔部分が内圧 $p_1(t)$ から受ける力のy方向成分のつり合いについて考える。Fig.3の微小部分 $\overline{PP'}$ に働くy方向の力の大きさは、

$$p_1(t)\overline{PP'} = 2p_1(t)r_1(t)\sin\Delta\theta \quad (5)$$

である。同様に、外圧 $p_2(t)$ により外径部分 $\overline{QQ'}$ が受けるy方向の力は、 $-2p_2(t)r_2(t)\sin\Delta\theta$ である。内圧と外圧から受けるy方向の力が、張力Tのy方向の成分とつり合うから、次式が得られる。

$$2p_1(t)r_1(t)\sin\Delta\theta - 2p_2(t)r_2(t)\sin\Delta\theta - 2T\sin\Delta\theta = 0 \quad (6)$$

さらに、血管壁の厚さ $h(t)$ を用いて $r_2(t) = r_1(t) + h(t)$

と表すことにより次式が得られる<sup>10)</sup>。

$$T = \{p_1(t) - p_2(t)\}r_1(t) - p_2(t)h(t) \quad (7)$$

$h(t) \approx 0$ の場合には、(7)式は次式のように表され、ラプラスの式と呼ばれる<sup>10)</sup>。

$$T \approx \{p_1(t) - p_2(t)\}r_1(t) \quad (8)$$

(7)式の張力Tを壁厚 $h(t)$ で割ることにより、円周方向の応力 $\sigma_\theta(t)$ が得られる。

$$\sigma_\theta(t) = \frac{T}{h(t)} = \frac{r_1(t)}{h(t)} \{p_1(t) - p_2(t)\} - p_2(t) \quad (9)$$

血管壁は大気圧 $p_2(t)$ 中に存在するため、大気圧と拮抗するように血管壁を拡張させる方向に応力 $p_2(t)$ が働いているから、(9)式に $p_2(t)$ を加えることにより、円周方向の応力 $\sigma_\theta(t)$ が次式により得られる。

$$\sigma_\theta(t) = \frac{r_1(t)}{h(t)} \{p_1(t) - p_2(t)\} \quad (10)$$

時刻tにおける内圧の計測値 $p(t)$ は、 $p_1(t) - p_2(t)$ に相当する。以下では、Fig.2aのように心臓拡張期 $p_0$ 時の内半径 $r_0$ と壁厚 $h_0$ を基準とし、Fig.2bに示すように心臓拡張期からの増分をそれぞれ $\Delta p(t)$ 、 $\Delta r(t)$ 、 $\Delta h(t)$ とすると、(10)式は次式で示される。

$$\sigma_\theta(t) = \frac{r_0 + \Delta r(t)}{h_0 + \Delta h(t)} \{p_0 + \Delta p(t)\} \quad (11)$$

実際には、 $\Delta p(t) > 0$ 、 $\Delta r(t) > 0$ であるが、心臓収縮期には壁が薄くなるため、 $\Delta h(t) < 0$ である。

一方、径方向の応力 $\sigma_r(t)$ は内腔で $-p_1(t)$ 、外径で $-p_2(t)$ であるから、壁内の平均値として次式が得られる。

$$\sigma_r(t) = -\frac{1}{2} \{p_1(t) + p_2(t)\} \quad (12)$$

この場合にも、大気圧と拮抗する応力 $p_2(t)$ を加えて、

$$\begin{aligned} \sigma_r(t) &= -\frac{1}{2} \{p_1(t) - p_2(t)\} \\ &= -\frac{1}{2} \{p_0 + \Delta p(t)\} \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる。

また、 $\Delta r(t)$ 、 $\Delta h(t)$ は、 $r_0$ と $h_0$ に比べ十分小さいと仮定すると、円周方向と半径方向の心臓拡張期における各々の応力 $r_0 p_0 / h_0$ 、 $-p_0 / 2$ からの増分応力 $\Delta\sigma_\theta(t)$ 、 $\Delta\sigma_r(t)$ は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_\theta(t) &= \frac{r_0 + \Delta r(t)}{h_0 + \Delta h(t)} \{p_0 + \Delta p(t)\} - \frac{r_0}{h_0} p_0 \\ &\approx \frac{r_0}{h_0} \{p_0 + \Delta p(t)\} - \frac{r_0}{h_0} p_0 \\ &= \frac{r_0}{h_0} \Delta p(t) \geq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_r(t) &= -\frac{1}{2} \{p_0 + \Delta p(t)\} + \frac{1}{2} p_0 \\ &= -\frac{1}{2} \Delta p(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

さらに、動脈壁は非圧縮性と思わせるため<sup>11)</sup>、 $\nu = 0.5$  とすると、(4)式に(14)式と(15)式を代入することにより、増分内圧と径方向の増分ひずみの比  $\Delta p(t)/\Delta \varepsilon_r(t)$  は次式で示される。

$$\frac{\Delta p(t)}{\Delta \varepsilon_r(t)} = -\frac{2}{\left(\frac{1}{E_\theta} \frac{r_0}{h_0} + \frac{1}{E_r}\right)} < 0 \quad (16)$$

さらに、(16)式を変形することにより、

$$E_\theta = \frac{1}{2} \left( \frac{r_0}{h_0} + \frac{E_\theta}{E_r} \right) \frac{\Delta p(t)}{-\Delta \varepsilon_r(t)} \quad (17)$$

が得られる。

(17)式においては、異方性  $E_\theta/E_r$  が分からなければ円周方向弾性率  $E_\theta$  を算出できない。そこで、半径方向の増分ひずみ  $\Delta \varepsilon_r(t) = \Delta h(t)/h_0$  から円周方向弾性率  $E_\theta$  を算出するために、 $E_r = E_\theta$  と仮定できる根拠について考える。 $E_r \approx E_\theta$  と近似して、半径方向の増分ひずみ  $\Delta \varepsilon_r(t)$  を用いて算出される弾性率  $E_\theta^h$  を(18)式で定義する。

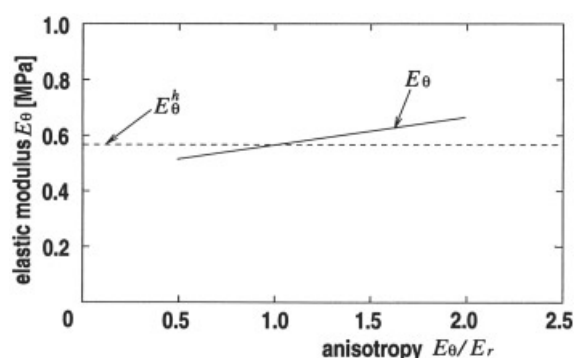


Fig. 4 Relationship between elastic modulus,  $E_\theta$ , obtained by Eq (17) and anisotropy  $E_r/E_\theta$ . Broken line shows the elastic modulus,  $E_\theta^h$ , obtained by Eq (18), which is derived by approximating  $E_r$  by  $E_\theta$ .

$$E_\theta^h \approx \frac{1}{2} \left( \frac{r_0}{h_0} + 1 \right) \frac{\Delta p(t)}{-\Delta \varepsilon_r(t)} \quad (18)$$

Fig. 4 の実線は、(異方性  $E_r/E_\theta$ ) と ((17)式で評価される弾性率  $E_\theta$ ) との関係である。Fig. 4 において、仮に  $\Delta p(t)/\Delta \varepsilon_r(t) = 200$  kPa とした。また、心臓拡張期における内半径と壁厚の比  $r_0/h_0$  の値については次のように決定している。Fig. 5 は、動脈硬化性プラークの認められない、つまり壁厚が均一と思わせる  $N = 68$  例の被験者の総頸動脈において超音波断層法により計測された  $r_0/h_0$  をプロットしたものである。 $r_0/h_0$  の平均値は 4.7 であった。したがって、Fig. 4 におい

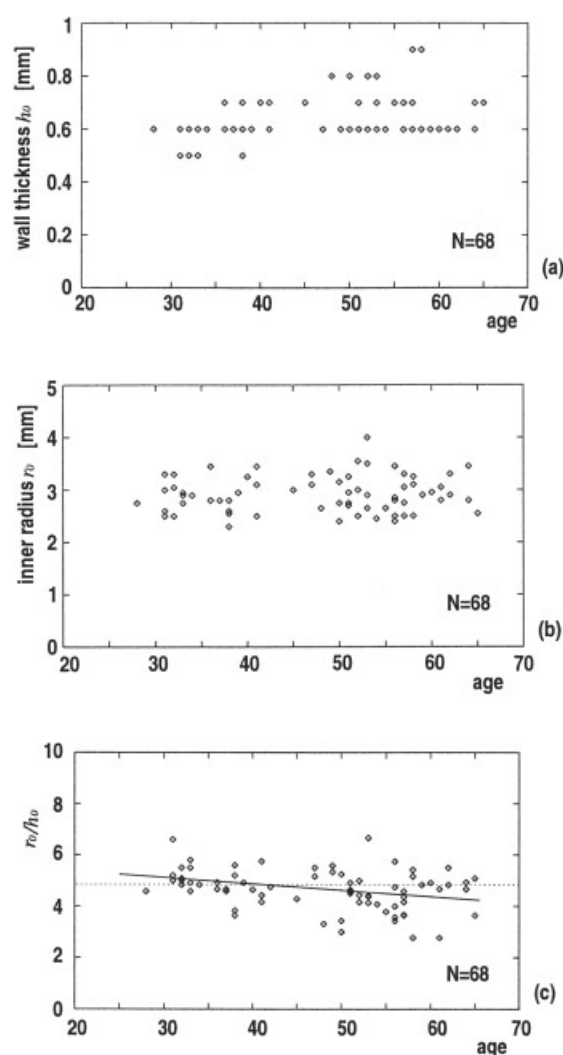


Fig. 5 Ratio of wall thickness,  $h_0$ , to inner radius,  $r_0$ , obtained from 68 human common carotid arteries without atherosclerotic plaques. (a) Wall thickness  $h_0$ . (b) Inner radius  $r_0$ . (c) Inner radius-wall thickness ratio  $r_0/h_0$ .

では  $r_0/h_0=4.7$  とした。一方, Fig. 4 の破線は(18)式により評価された弾性率  $E_0^h$  である。文献<sup>9)</sup>によれば, 生理的条件下において  $E_r/E_0=0.8$  である。その場合に(17)式と(18)式により算出された弾性率の差  $E_0^h - E_0$  は, Fig. 4 での  $E_r/E_0=0.8$  における実線と破線の差に対応し, (17)式の弾性率  $E_0$  に対して3%程度であることが分かる。したがって, 動脈硬化による組織変化に伴う弾性率の変化が200%以上であることを考えると, (18)式の近似は妥当であると考えられる。したがって, 壁厚が均一と見なせる場合には, (18)式により壁の弾性率を径方向の増分ひずみ  $\Delta\varepsilon_r(t)$  を用いて評価できると言える。

### 3.2 動脈が壁厚の均一な円筒管と見なせない場合

動脈壁に動脈硬化性プラークが存在する場合には, 壁厚は不均一であり, 通常の動脈壁に比べ肥厚が顕著である。また, 本研究では弾性特性の空間分布から動脈硬化性プラークの易破裂性診断を目的としており, 肥厚した壁をいくつかの層 ( $N$  層) に分割し, 各層ごとに弾性率を算出することが必要となる。本節では, この場合の壁の各層ごとの弾性率の算出法について述べる。

Fig. 3 と同様に, 厚さ  $h_0$  の壁を  $N$  等分した Fig. 6 の斜線の領域が内圧  $p_1(t)$  と外圧  $p_2(t)$  から受ける力のつり合いについて考える。圧力は内腔面で  $p_1(t)$ , 外径

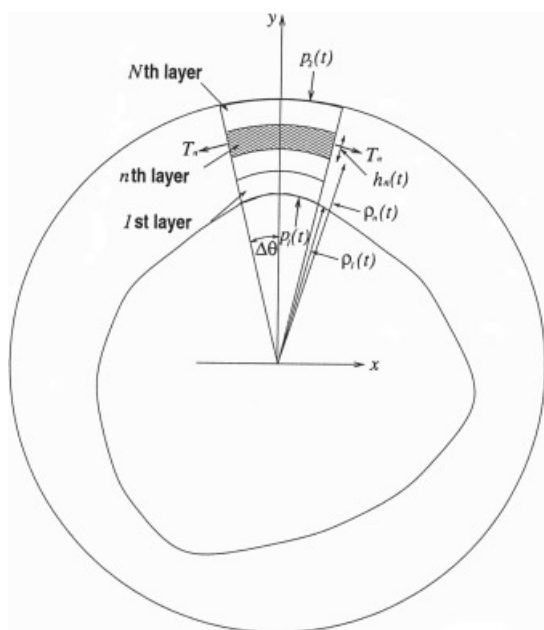


Fig. 6 Small region within the arterial wall.

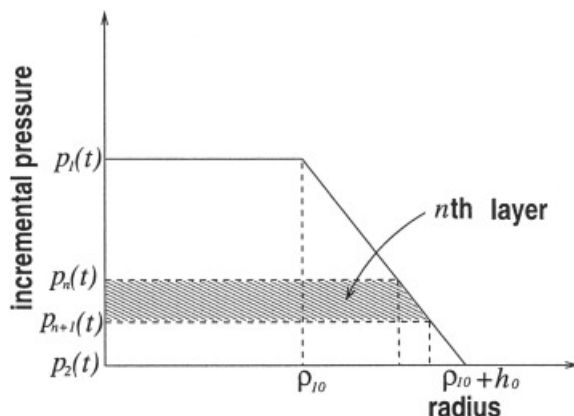


Fig. 7 Distribution of internal pressure in the radial direction.

で  $p_2(t)$  であるから, 壁内の圧力分布は Fig. 7 のように内腔面からの距離に比例して変化し, 外径において  $p_2(t)$  となるものと仮定する。したがって, 第  $n$  層 ( $n=1, 2, \dots, N$ ) の内腔側における圧力  $p_n(t)$  は次式で示される。

$$p_n(t) = \frac{N-n+1}{N} \{p_1(t) - p_2(t)\} + p_2(t) \quad (19)$$

したがって, Fig. 6 の斜線の微小部分の  $y$  方向の力のつり合いは, 前節(6)式と対応して次式で示される。

$$2p_n(t)\rho_n(t)\sin\Delta\theta - 2p_{n+1}(t)\rho_{n+1}(t)\sin\Delta\theta - 2T_n\sin\Delta\theta = 0 \quad (20)$$

ここで,  $\rho_n(t)$  と  $T_n$  はそれぞれ, 第  $n$  層内腔側の曲率半径と第  $n$  層に働く張力である。1層の厚み  $h(t)/N$  を用いて  $\rho_{n+1}(t) = \rho_n(t) + h(t)/N$  と表すと, 前節(7)式と対応して次式から得られる。

$$T_n = \{p_n(t) - p_{n+1}(t)\}\rho_n(t) - p_{n+1}(t)\frac{h(t)}{N} \quad (21)$$

張力  $T_n$  を層の厚み  $h(t)/N$  で割ることにより, 第  $n$  層の円周方向の応力  $\sigma_{\theta n}(t)$  が次式により得られる。

$$\sigma_{\theta n}(t) = \frac{\rho_n(t)}{\left\{\frac{h(t)}{N}\right\}} \frac{p_1(t) - p_2(t)}{N} - \frac{N-n}{N} \{p_1(t) - p_2(t)\} - p_2(t) \quad (22)$$

心臓拡張期圧  $p_0$  時の内腔側曲率半径  $\rho_{n0}$  と層の厚み  $h_0/N$  を基準とし, 心臓拡張期からの各々の増分を  $\Delta p(t)$ ,  $\Delta\rho_n(t)$ ,  $\Delta h_n(t)$  とすると, (22)式に大気圧に拮抗する応力  $p_2(t)$  を加えることにより, 前節(11)式

に対応して次式が得られる.

$$\sigma_{\theta n}(t) = \frac{\rho_{n0} + \Delta\rho_n(t)}{\left\{ \frac{h_0}{N} + \Delta h_n(t) \right\}} \frac{p_0 + \Delta p(t)}{N} - \frac{N-n}{N} \{p_0 + \Delta p(t)\} \quad (23)$$

また, 第  $n$  層の径方向の応力  $\sigma_m(t)$  は, 前節(13)式と対応して次式で示される.

$$\begin{aligned} \sigma_m(t) &= -\frac{1}{2} \{p_n(t) + p_{n+1}(t)\} + p_2(t) \\ &= -\frac{2N-2n+1}{2N} \{p_0 + \Delta p(t)\} \end{aligned} \quad (24)$$

(23)式と(24)式の妥当性については付録に示した.

さらに,  $\Delta h_n(t) \ll h_0/N$ ,  $\Delta\rho_n(t) \ll \rho_{n0}$  と仮定すると, 第  $n$  層の円周方向と径方向の増分応力  $\Delta\sigma_{\theta n}(t)$ ,  $\Delta\sigma_m(t)$  は前節(14), (15)式と対応して次式のように示される.

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\theta n}(t) &= \frac{\rho_{n0} + \Delta\rho_n(t)}{\left\{ \frac{h_0}{N} + \Delta h_n(t) \right\}} \frac{p_0 + \Delta p(t)}{N} - \frac{N-n}{N} \{p_0 + \Delta p(t)\} \\ &\quad - \frac{\rho_{n0}}{\left( \frac{h_0}{N} \right)} \frac{p_0}{N} + \frac{N-n}{N} p_0 \\ &\approx \left\{ \frac{\rho_{n0}}{\left( \frac{h_0}{N} \right)} - (N-n) \right\} \frac{\Delta p(t)}{N} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_m(t) &= -\frac{2N-2n+1}{2N} \{p_0 + \Delta p(t)\} \\ &\quad + \frac{2N-2n+1}{2N} p_0 \\ &= -\frac{2N-2n+1}{2N} \Delta p(t) \end{aligned} \quad (26)$$

また, 径方向の増分ひずみ  $\Delta\varepsilon_r(t) = N \cdot \Delta h_n(t) / h_0$  は前節(4)式に対応して次式で示される.

$$\Delta\varepsilon_m(t) = \frac{\Delta\sigma_m(t)}{E_m} - \nu \frac{\Delta\sigma_{\theta n}(t)}{E_{\theta n}} \quad (27)$$

ここで,  $E_r$  と  $E_{\theta n}$  は第  $n$  層の半径方向と円周方向の弾性率である.  $\nu = 0.5$  と仮定し, (25)式と(26)式を(27)式に代入することにより前節(17)式と対応して次

式が得られる.

$$\begin{aligned} E_{\theta n} &= \left\{ \frac{\rho_{n0}}{\left( \frac{h_0}{N} \right)} - (N-n) + (2N-2n+1) \frac{E_{\theta n}}{E_m} \right\} \\ &\quad \times \frac{\Delta p(t)}{-2N\Delta\varepsilon_m(t)} \end{aligned} \quad (28)$$

(28)式において,  $E_{\theta n}/E_m \approx 1$  と仮定することによって, 第  $n$  層の円周方向弾性率  $E_{\theta n}^h$  を前節(18)式の近似と対応して次式により定義する.

$$\begin{aligned} E_{\theta n}^h &\approx \frac{1}{2} \left\{ \frac{\rho_{n0}}{\left( \frac{h_0}{N} \right)} + (N-n+1) \right\} \frac{\Delta p(t)}{-N\Delta\varepsilon_m(t)} \\ &\quad (n=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (29)$$

なお, 特殊な場合としてひずみが均一な場合を想定し, (29)式に曲率半径  $\rho_{n0} = \rho_{10} + (n-1)h_0/N$  と  $\Delta\varepsilon_m(t) = \Delta\varepsilon_{r0}(t)$  を代入すると,

$$\begin{aligned} E_{\theta n}^h &\approx \frac{1}{2} \left\{ \frac{\rho_{10}}{\left( \frac{h_0}{N} \right)} + 1 \right\} \frac{\Delta p(t)}{-N\Delta\varepsilon_{r0}(t)} \\ &\quad (n=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (30)$$

となる. したがって, ひずみが均一な場合には, 全ての層において同一の弾性率が得られることが分かる. また, (29)式において層数を 1 として  $\rho_{10} = r_0$  とおけば,

$$E_{\theta 1}^h = \frac{1}{2} \left( \frac{r_0}{h_0} + 1 \right) \frac{\Delta p(t)}{-\Delta\varepsilon_{r1}(t)} = E_{\theta}^h \quad (31)$$

であり, (18)式と同一となる.

#### 4. シリコンゴム管を用いた評価実験

##### 4.1 管が壁厚の均一な円筒管と見なせる場合

まず, 壁厚の均一な円筒管壁の弾性率が(18)式によって評価できることを示すために, 次の基礎実験を行なった. ここでは, 人工心臓を用いてシリコンゴム管内に圧力変化を発生させ, 圧力変化に伴うシリコンゴム管の壁厚変化を計測した. 実験システム図を Fig. 8 に示す. また, 用いたシリコンゴム管 (ゴム管 A) の寸法, 音速は Table 1 に示してある. このとき, 管内圧波形と人工心臓駆動波形も同時に計測している. 以下に実験結果を示す.

Fig. 9 上部は超音波診断装置により撮影したシリ

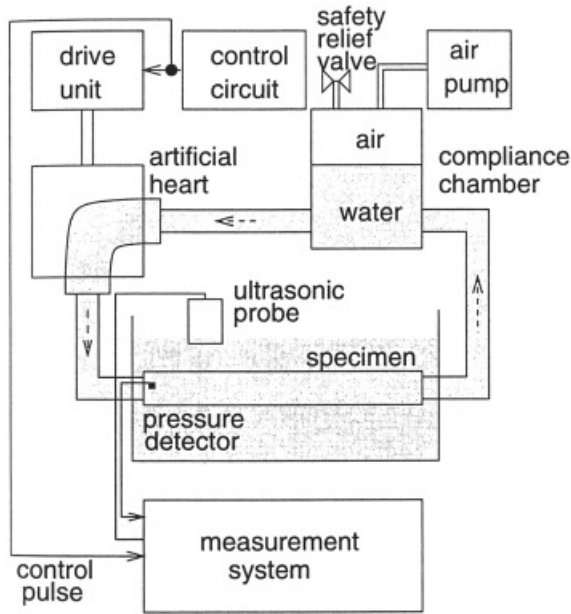


Fig.8 Illustration showing the experimental setup for measuring the elastic modulus of the silicone rubber tube.

Table 1 Size, Speed of Sound, and Elastic Moduli of Three Different Silicone Rubber Tubes

Tube	Internal Diameter	Wall Thickness	Sound Velocity	Elastic Moduli
Rubber tube A	4.0 mm	1.5 mm	992 m/s	5.7 MPa
Rubber tube B	7.5 mm	2.5 mm	1291 m/s	1.9 MPa
Rubber tube D	5.1 mm	0.7 mm	947 m/s	1.2 MPa

コーンゴム管の B モード断層像である。シリコンゴム管上の 1 点に対して超音波ビームを送受信することにより得られた M-mode 像を Fig.9 a に示す。Fig.9 b, c はそれぞれ、人工心臓駆動信号、内圧波形である。シリコンチューブ前壁外側面と内側面について微小振動速度  $v_{ad}(t)$ ,  $v_{in}(t)$  を算出し、(Fig.9 d, e 参照)、その差をとって時間積分することにより算出した管壁の厚み変化  $\Delta h(t)$  を Fig.9 f に示す。この管壁の厚み変化  $\Delta h(t)$  をもとに、Table 1 に示した壁の厚み  $h_0$  を用いて管壁半径方向の増分ひずみ  $\Delta \epsilon_r(t) = \Delta h(t)/h_0$  を算出し、Fig.9 の点線のタイミングの管内圧を基準とした場合の増分内圧  $\Delta p(t)$  との関係プロットしたものを Fig.10 に示す。Fig.10 a の増分内圧-増分ひずみ関係の傾き  $\Delta p(t)/\Delta \epsilon_r(t)$  を最小二乗法により算出し、シリコンゴム管の寸法をもとに(18)

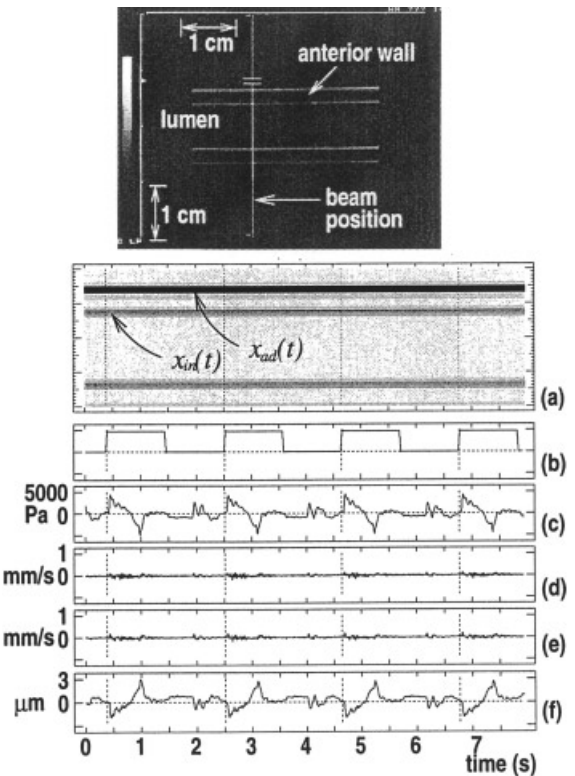


Fig.9 Measured change in thickness and internal pressure. Top, B-mode image of the silicone rubber tube, obtained using conventional ultrasonic diagnostic equipment. (a) M-mode image. Both  $x_{in}(t)$  and  $x_{ad}(t)$  show traces of tracking for the inner surface and external surface of the tube. (b) Drive signal of the artificial heart. (c) Internal pressure. (d) Velocity signal of the external surface  $v_{ad}(t)$ . (e) Velocity signal of the inner surface  $v_{in}(t)$ . (f) Change in wall thickness  $\Delta h(t)$ .

式から弾性率  $E_0^h$  を算出した結果、5.8 MPa であった。

この弾性率  $E_0^h$  を、内圧-外径試験により評価した円周方向弾性率と比較する。計測システム図を Fig.11 に示す。ここでは、ポンプにより管内圧を 5 kPa 程度上昇させ、その時の内圧 (NEC 三栄 9E02-P16) と外径の変化 (KEYENCE VG-035) を計測した。また、円周方向弾性率は、増分弾性係数  $E_{inc}^{(3)}$  により評価した。

$$E_{inc} = \frac{3}{2} \frac{r_0^2 r_e}{r_e^2 - r_0^2} \frac{\Delta p(t)}{\Delta r_e(t)} \quad (32)$$

ここで、 $r_e$  と  $\Delta r_e(t)$  は各々、変形前の外半径と外半径の  $r_e$  からの変化分 ( $\Delta r_e(t) > 0$ ) である。計測された内圧と外径から得られた増分内圧  $\Delta p(t)$  と増分ひずみ  $\Delta r_e(t)/r_e$  との関係 Fig.12 に示す。Fig.12 の結果か

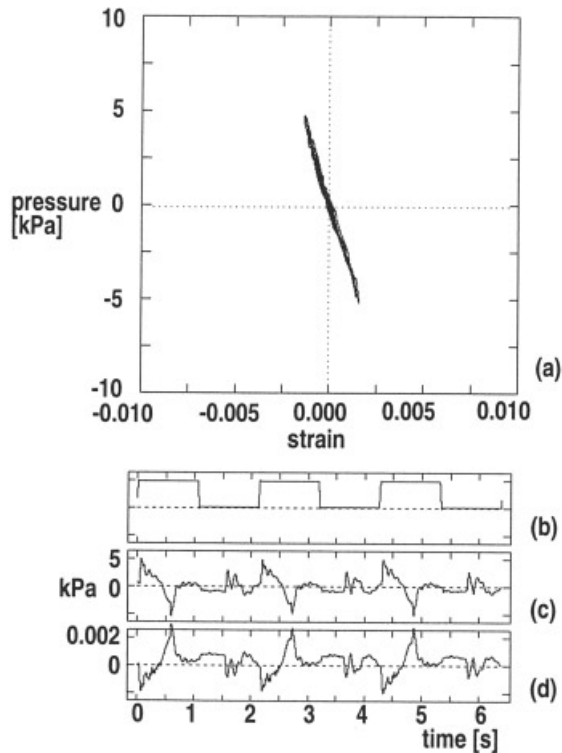


Fig. 10 Relationship between internal pressure and strain in the radial direction (tube A). (a) Relationship between internal pressure and strain in the radial direction. (b) Drive signal of the artificial heart. (c) Internal pressure. (d) Strain in the radial direction.

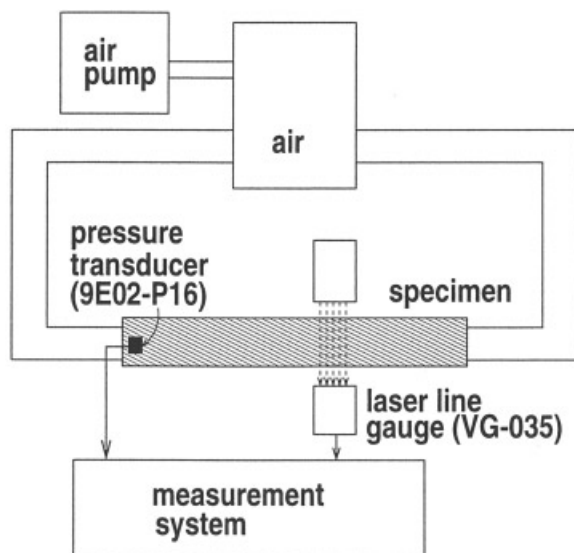


Fig. 11 Illustration of system used to test the relationship between internal pressure and external diameter.

ら最小二乗法により傾き  $r_e \cdot \Delta p(t) / \Delta r_e(t)$  を算出し、(32)式から増分弾性率  $E_{inc}$  を算出した結果、 $E_{inc} = 5.7$

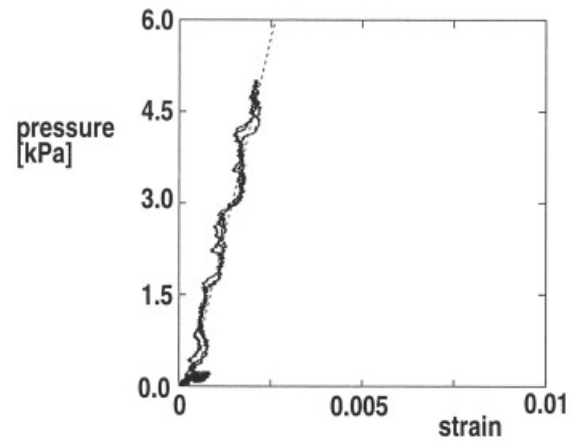


Fig. 12 Results of testing the relationship between internal pressure and external diameter (tube A).

Table 2 Evaluation of Elastic Moduli of Three Different Silicone Rubber Tubes

Tube	$E_\theta$
Rubber tube A	5.8 MPa
Rubber tube B	2.0 MPa
Rubber tube X (first layer)	1.4 MPa
Rubber tube X (second layer)	1.2 MPa

MPa となり、超音波による計測値 5.8 MPa と良く一致する。

さらに、径と壁厚の異なる 2 種のシリコンゴム管において同様に計測を行った。Table 1 に、用いたシリコンゴム管 (ゴム管 B) の寸法、音速を示す。ゴム管 B を用いて計測を行った結果、Table 2 に示すように  $E_\theta^h = 2.0$  MPa、 $E_{inc} = 1.9$  MPa となり、ゴム管 A の場合と同様に  $E_\theta^h$  と  $E_{inc}$  は良く一致する。

以上の結果から、 $E_\theta \approx E_r$  である場合には、壁厚が均一と見なせる円筒管壁の弾性率を(18)式により評価できることが示された。

#### 4.2 管が壁厚の均一な円筒管と見なせない場合

次に、壁厚の均一でない動脈のモデルの 1 つとして、内腔の偏心した 2 層のシリコンゴム管 (ゴム管 C) を作成し、前節と同様な計測を行った。2 層とも材質は同じである。Fig. 13 に、シリコンゴム管の寸法を示す。シリコンゴム中の音速は 947 m/s である。内側の層を第 1 層、外側の層を第 2 層とする。



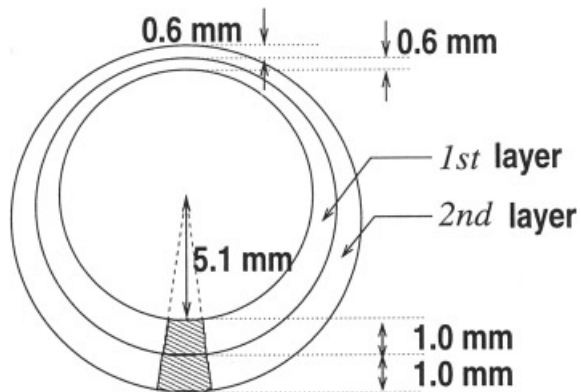


Fig. 13 Size of the section of the silicone rubber tube (tube C). Oblique lines indicate the measured region.

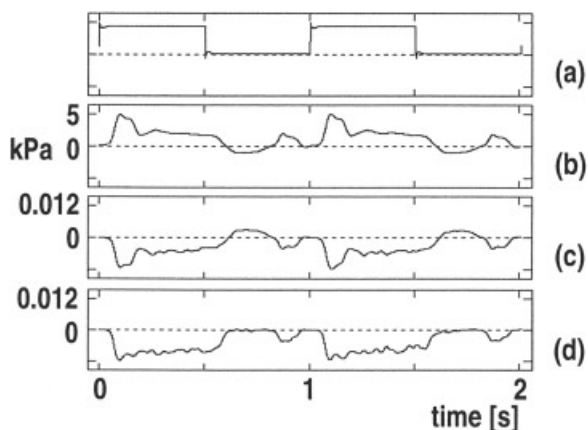


Fig. 14 Measured strain in the radial direction (tube C). (a) Drive signal of the artificial heart. (b) Internal pressure. (c) Strain in the radial direction of the inner layer. (d) Strain in the radial direction of the outer layer.

Fig. 14 c, d は、人工心臓を駆動して内圧変化を発生させることにより計測した第1層と第2層の径方向のひずみである。Fig. 15 a に第1層の増分内圧-径方向増分ひずみ関係を示す。シリコンゴム管の寸法ならびに増分内圧  $\Delta p(t)$ -半径方向増分ひずみ  $\Delta \varepsilon_r(t)$  関係の傾きをもとに(29)式から第1層の弾性率  $E_{01}^h$  を算出した結果、1.4 MPa となった。同様に、Fig. 15 a は第2層に関して厚み変化  $\Delta h_2(t)$  を計測することにより得られた増分内圧-半径方向増分ひずみ関係である。第2層についても同様に(29)式により弾性率  $E_{02}^h$  を算出した結果、1.2 MPa となり、どちらの層もほぼ同一の弾性率が得られた。

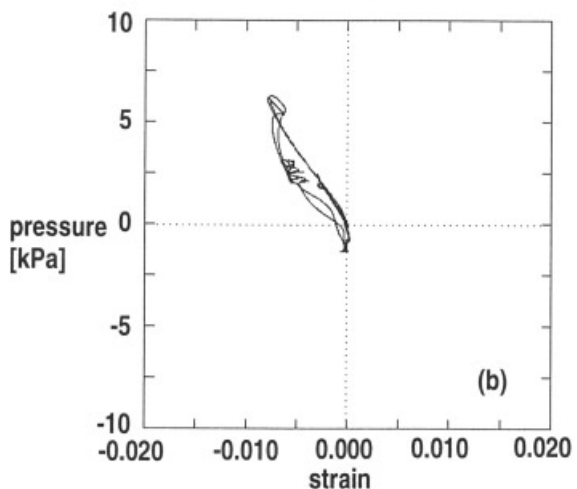
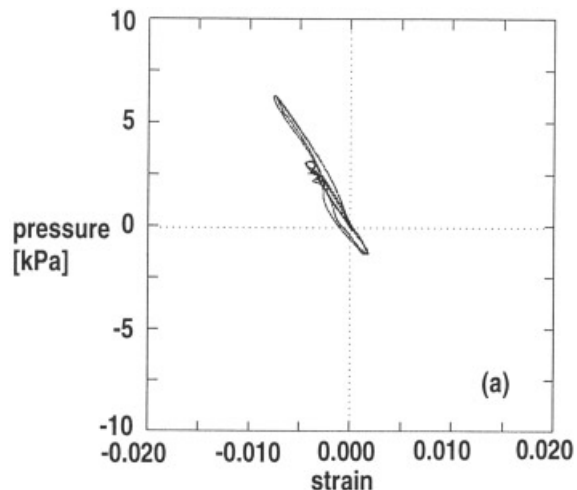


Fig. 15 (a) Relationship between internal pressure and strain in the radial direction of the inner layer (tube C). (b) Relationship between internal pressure and strain in the radial direction of the outer layer (tube C).

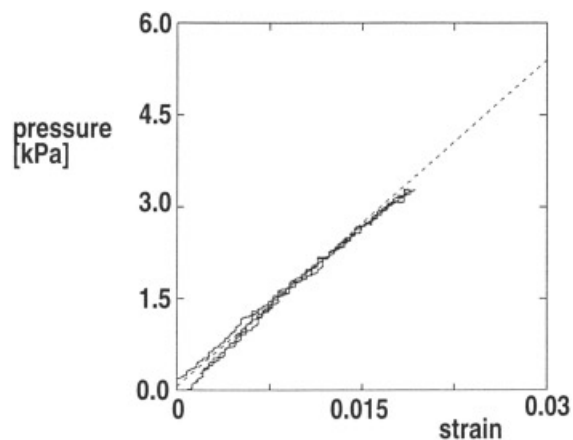


Fig. 16 Results of testing the relationship between internal pressure and external diameter (tube D).

また、ゴム管 C と同じ材質で壁厚の均一なシリコーンゴム管 (ゴム管 D) を作成し、内圧-外径試験を行った。Table 1 にゴム管 D の寸法等を示す。Fig. 16 は内圧-外径試験から得られた増分内圧-円周方向増分ひずみ関係である。Fig. 16 の結果をもとに、(32)式から増分弾性率  $E_{inc}$  を算出した結果、 $E_{inc}=1.2 \text{ MPa}$  となり、超音波による計測結果とほぼ一致する。ゴム管 C に関する実験結果を Table 2 にまとめる。以上の結果から、壁厚の不均一な円筒管においても、(29)式により弾性率を算出できることが示された。

## 5. あとがき

本論文では、内圧変化に伴う管壁厚の変化を計測することにより、管壁弾性率を算出する手法について検討を行った。本研究では、動脈壁の弾性率の非侵襲的計測を目的としており、動脈硬化性プラークが存在しない動脈壁は、壁厚が均一な円筒管と仮定できるが、動脈硬化性プラークが存在する場合には壁厚は不均一となる。そこで、壁厚が均一な円筒管と見なせる場合と壁厚が均一と見なせない場合のいずれについても管壁弾性率を算出できる手法を提案した。さらに、シリコーンゴム管を用いた基礎実験において、提案した算出法により管壁弾性率を算出できることを示した。本算出法により、超音波を用いて計測された動脈壁厚変化から壁弾性率を算出することが可能であり、動脈硬化症の非侵襲的診断に有用であると考えられる。

### 付録：壁厚が不均一な場合の応力 $\sigma_m(t)$ , $\sigma_{\theta n}(t)$ の算出式の妥当性

壁厚が均一で、壁全体を一層として扱える場合においても、さらに細分化して  $N$  層あると考えることができる。この場合に、 $N$  層分の径方向の応力の和をとって平均をとれば、(12)式から壁全体を一層と見なして算出した径方向の応力

$$\sigma_r(t) = -\frac{1}{2} \{p_1(t) - p_2(t)\} \quad (33)$$

に一致するはずである。(24)式を用いて  $N$  層全体の平均応力  $\alpha(t)$  を算出すると、

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\{ -\frac{2N-2n+1}{2N} \{p_1(t) - p_2(t)\} \right\}$$

$$= -\frac{1}{N} \frac{2N^2 - N(N+1) + N}{2N} \times \{p_1(t) - p_2(t)\} = -\frac{1}{2} \{p_1(t) - p_2(t)\} \quad (34)$$

となり、これは(12)式と一致している。

同様に、円周方向の応力の場合においても、 $N$  層の各平均応力  $\sigma_{\theta n}(t)$  を用いて壁全体の張力  $T$  を求め、それを壁厚  $h(t)$  で割った壁全体の平均応力  $\sigma_{\theta}(t)$  は、(23)式を用いて次のように算出できる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h(t)} \sum_{n=1}^N \frac{h(t)}{N} \sigma_{\theta n}(t) \\ &= \frac{1}{h(t)} \sum_{n=1}^N \frac{h(t)}{N} \left\{ \frac{\rho_n(t)}{\left(\frac{h(t)}{N}\right)} - (N-n) \right\} \\ & \quad \times \frac{p_1(t) - p_2(t)}{N} \\ &= \frac{1}{h(t)} \sum_{n=1}^N \frac{h(t)}{N} \left\{ \frac{r_1(t) + \frac{h(t)}{N}(n-1)}{\left(\frac{h(t)}{N}\right)} - (N-n) \right\} \\ & \quad \times \frac{p_1(t) - p_2(t)}{N} \\ &= \frac{1}{h(t)} \sum_{n=1}^N \frac{h(t)}{N} \left\{ \frac{r_1(t)}{\left(\frac{h(t)}{N}\right)} - (N-2n+1) \right\} \\ & \quad \times \frac{p_1(t) - p_2(t)}{N} \\ &= \frac{r_1(t)}{h(t)} \{p_1(t) - p_2(t)\} \end{aligned} \quad (35)$$

この結果は、壁を一層のみとして算出した(10)式と一致することが分かる。

以上のように、(24)式と(23)式に示した径方向と円周方向の層別の応力は、壁全体で平均すると(12)式と(10)式に示される壁全体を一層として扱った場合の径方向と円周方向の平均応力と一致することが分かる。

## 文 献

- 1) L.T. Lee, A.J. Grodzinsky, E.H. Frank, et al: Structure-Dependent Dynamic Mechanical Behavior of Fibrous Caps From Human Atherosclerotic Plaques. *Circulation* 1991; 83: 1764-1770.
- 2) P. Hallock: Arterial elasticity in man in relation to age as evaluated by the pulse wave velocity method. *Arch Intern Med* 1934; 54: 770-798.

- 3) D.H. Bergel : The Static Elastic Properties of the Arterial Wall. *J Physiol* 1961 ; 156 : 445-457.
- 4) 林紘三郎：バイオメカニクスの現状—主として血液循環系への材料力学の応用—。 *機械の研究* 1975 ; 27 : 855-859.
- 5) R.H. Peterson, R.E. Jensen, R. Parnell : Mechanical properties of arteries *in vivo*. *Circ. Res.* 1960 ; 8 : 622-639.
- 6) Hiroshi Kanai, Michie Sato, Yoshiro Koiwa, et al : Transcutaneous Measurement and Spectrum Analysis of Heart Wall Vibrations. *IEEE Trans UFFC* 1996 ; 43 : 791-810.
- 7) 長谷川英之, 金井 浩, 中鉢憲賢, ほか：動脈壁厚変化の非侵襲的高精度計測による局所弾性特性の評価. *超音波医学* 1997 ; 22 : 851-860.
- 8) D.J. Patel, J.S. Janicki, R.N. Vaishnav : Dynamic Anisotropic Viscoelastic Properties of the Aorta in Living Dogs. *Circ Res* 1973 ; 32 : 93-107.
- 9) 日本機械学会：機械工学便覧エンジニアリング編 C 6 バイオテクノロジー・メディカルエンジニアリング. 丸善, 1988 : p.148.
- 10) 岡小天：レオロジー—生物レオロジー—裳華房, 1974 : pp.308-336.
- 11) T.E. Carew, R.N. Vaishnav, D.J. Patel : Compressibility of the Arterial Wall. *Circ Res* 1968 ; 23 : 61-68.