試験問題(電気回路学Ⅱ)

平成25年8月1日実施

<注意>　1.全ての答案用紙に学籍番号、氏名を記入すること。
2.1枚の答案用紙の中に二問にわたって書かないこと。必要があれば裏面を使用すること。
3.答案用紙の綴じ針をはずさないこと。

問題1

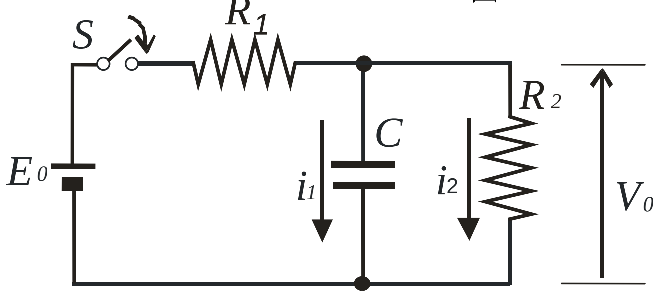
図1の回路においてスイッチSを時刻t=0で閉じた。コンデンサCに初期電荷はないとする。以下の問いに答えよ。

(1)スイッチSを閉じた後にコンデンサCと抵抗R_2に流れる電流$i_1(t)$と$i_2(t)$を求めよ。

(2) (1)でスイッチを閉じて十分に時間が経過して定常状態に達したときに、コンデンサCの両端電圧V_0はいくらか。

(3)この時にコンデンサCに蓄積されている電荷はいくらか。

図1



問題2

(1)図1の非周期波（孤立波）$f_1(t)$をフーリエ変換し、求めた周波数スペクトル$F(j\omega)$の概形を図示せよ。

(2)図2の周期波（周期 T）$f_2(t)$をフーリエ級数展開し、求めた周波数スペクトルA_nの概形を図示せよ。

(3)上記$f_1(t)$のエネルギー密度スペクトル$|F(j\omega)|^2$と$f_2(t)$の電力密度スペクトル$|A_n|^2$をそれぞれ求め、これらの間の関係を示せ。

図1

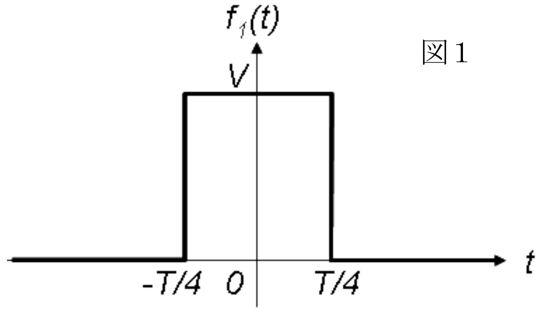
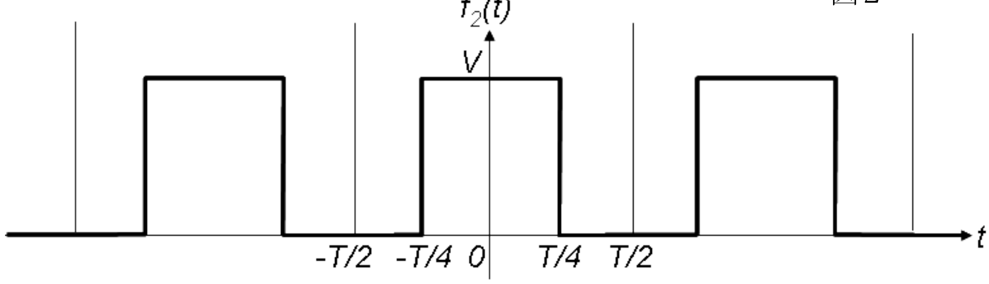


図2



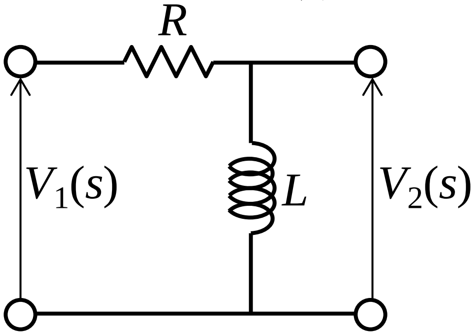
問題3

(1)右の2端子対回路の伝達関数$H(s)$ (=$V_2(s)/V_1(s)$) を求めよ。

(2)この回路の応答を、$|H(s)|$と$\arg H(s)$に関して図示せよ。
ただし、グラフの横軸には角周波数ωをとり、その値が$0.1R/L$~$10R/L$の範囲で図示し、$\omega = R/L$ の時の値を明記せよ。

(3)この回路は、入力信号に対してどのような動作をするのか述べよ。

図1



電気回路学Ⅱ　解答例

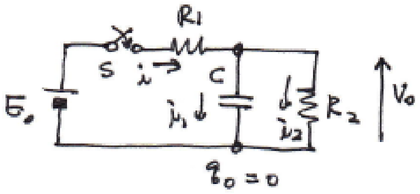
平成 25 年 8 月 1 日実施

問題１

問1　解答例

(1)　CとR₂を流れる電流を各々i_1, i_2とすると回路方程式は

$$\begin{cases} R_1(i_1+i_2)+\dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_1\,dt = E_0 \\ \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_1\,dt = R_2 i_2 \end{cases}$$



である。これをラプラス変換して

$$\begin{cases} R_1(I_1+I_2)+\dfrac{1}{Cs}I_1 = E_0/s \\ \dfrac{1}{Cs}I_1 - R_2 I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(R_1+\dfrac{1}{Cs}\right)I_1 + R_1 I_2 = \dfrac{E_0}{s} \\ \dfrac{1}{Cs} I_1 - R_2 I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{E_0R_2}{R_1R_2 s+\frac{1}{C}(R_1+R_2)}$$

以上より

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{E_0}{s} & R_1 \\ 0 & -R_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1+\frac{1}{Cs} & R_1 \\ \frac{1}{Cs} & -R_2 \end{vmatrix}} = \frac{-\frac{E_0}{s}R_2}{-R_1R_2-\frac{1}{Cs}(R_1+R_2)} = \frac{\frac{E_0}{R_1}}{s+\frac{1}{C}\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}$$

$$\therefore i_1 = \frac{E_0}{R_1}e^{-\frac{R_1+R_2}{CR_1R_2}t}$$

$$\frac{\frac{E_0}{s}}{R_1R_2Cs+(R_1+R_2)}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1+\frac{1}{Cs} & \frac{E_0}{s} \\ \frac{1}{Cs} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1+\frac{1}{Cs} & R_1 \\ \frac{1}{Cs} & -R_2 \end{vmatrix}} = \frac{-\frac{1}{Cs}\frac{E_0}{s}}{-R_1R_2-\frac{1}{Cs}(R_1+R_2)} = \frac{E_0}{s}\frac{\frac{1}{CR_1R_2}}{s+\frac{R_1+R_2}{CR_1R_2}}$$

$$\therefore i_2 = \frac{E_0}{CR_1R_2}\frac{1}{\frac{R_1+R_2}{CR_1R_2}}\left(1-e^{-\frac{R_1+R_2}{CR_1R_2}t}\right) = \frac{E_0}{R_1+R_2}\left(1-e^{-\frac{R_1+R_2}{CR_1R_2}t}\right)$$

(2)　$v_0\big|_{t\to\infty} = R_2 i_2\big|_{t\to\infty} = R_2\dfrac{E_0}{R_1+R_2}$

(3)　コンデンサの電荷 $q = CV_0$ より

$$q = C\frac{R_2}{R_1+R_2}E_0$$

問題３

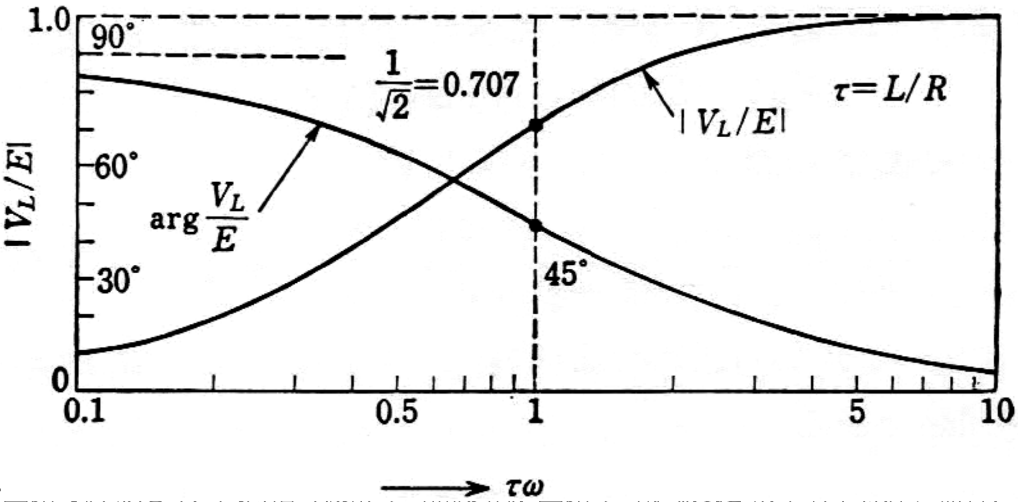
⑴ まず、回路左端の電圧を $v_1(t)$、回路右端の電圧を $v_2(t)$、R, L に流れる電流を i とすると、以下の回路方程式が書ける。

$v_1 = Ri + j\omega Li$ 、$v_2 = j\omega Li$

これらをラプラス変換すると、$V_1(s) = RI(s) + sLI(s)$ 、$V_2(s) = sLI(s)$ となる。これらを解くと、

伝達関数 $H(s) = \dfrac{V_2(s)}{V_1(s)} = \dfrac{s}{s + \dfrac{L}{R}}$ が求まる。

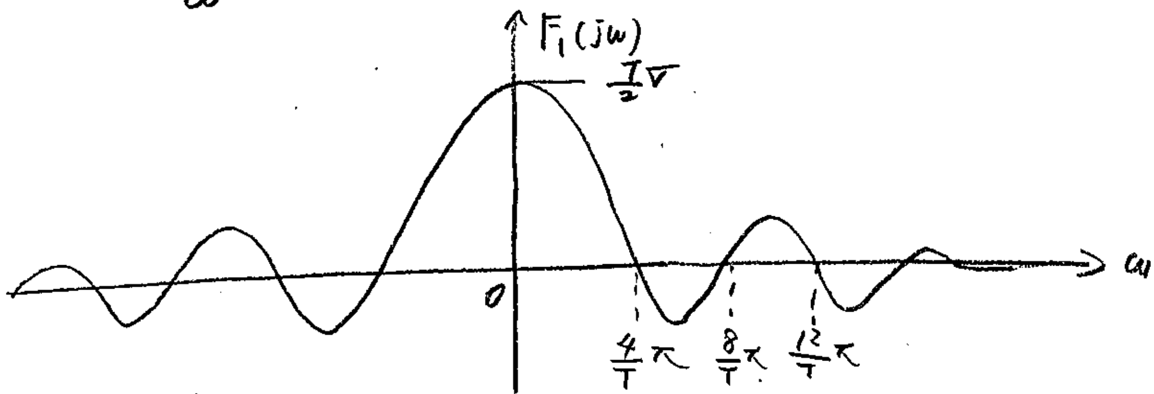
⑵ 下図の横軸を ω に対して書いた図。



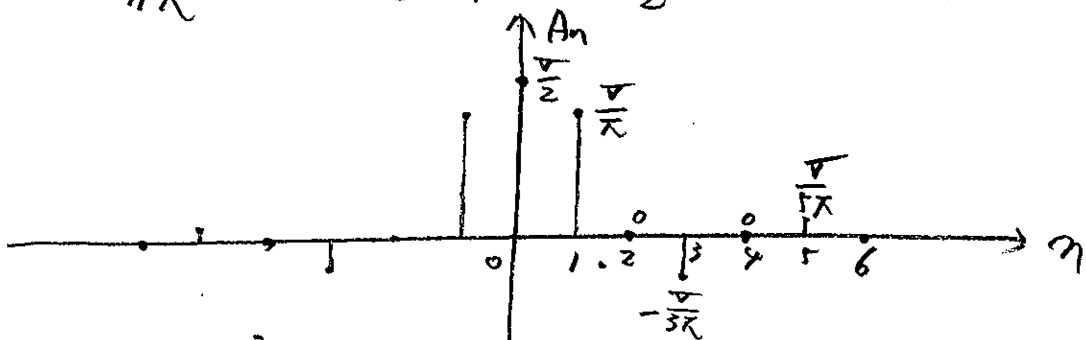
⑶ 微分[illegible]回路左端の電圧を微分した電圧が回路右端に表れる。

2013年 問題2 解答例

(1)
$$F_1(j\omega) = \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} V e^{-j\omega t} dt$$
$$= \frac{V}{-j\omega}\left[e^{-j\omega t} \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}$$
$$= \frac{V}{-j\omega}\left(e^{-j\frac{\omega T}{4}} - e^{+j\frac{\omega T}{4}} \right)$$
$$= \frac{-2jV}{-j\omega} \sin\left(\omega \frac{T}{4}\right)$$
$$= \frac{2V}{\omega} \sin\left(\omega \frac{T}{4}\right) = \frac{T}{2} V \operatorname{sinc}\left(\omega \frac{T}{4}\right)$$



(2)
$$A_n = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} V e^{-jn\omega_0 t} dt \quad \left(\omega_0 = \frac{2\pi}{T}\right)$$
$$= \frac{V}{-Tjn\omega_0}\left[e^{-jn\omega_0 t} \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}$$
$$= \frac{-2jV}{-Tjn\omega_0} \sin\left(n\omega_0 \frac{T}{4}\right)$$
$$= \frac{V}{n\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right) = \frac{V}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{2} n\right)$$



(3)
$$|F_1(j\omega)|^2 = \frac{T^2}{4} V^2 \sin^2\left(\omega \frac{T}{4}\right)$$
$$|A_n|^2 = \frac{V^2}{4} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} n\right) = \frac{1}{T^2}|F_1(jn\omega_0)|^2$$